Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 5 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

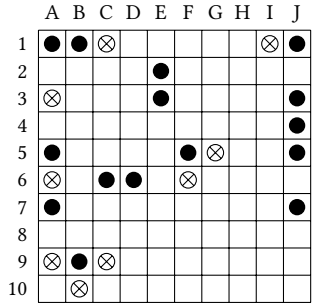
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

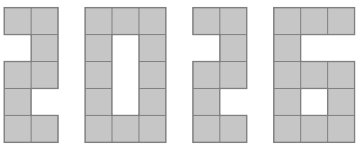
1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)



2. Автомат принимает на вход натуральное число, большее 10, и находит сумму квадратов всех его цифр. Затем, если полученное число содержит не менее 2 цифр, автомат находит сумму квадратов его цифр и проделывает эти операции, пока не получит однозначное число, которое и возвращает в качестве результата (например, 24 превратится в $2^2+4^2=20$, которое превратится в $2^2+0^2=4$, и автомат вернёт 4). Существует ли число, состоящее только из чётных цифр, для которого автомат возвращает нечётное однозначное число? (*М. В. Карлукова*)

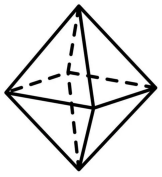
3. В стране, где живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, готовятся отмечать День Независимости. Два жителя увидели афишу, на которой указан двузначный возраст страны, и сообщили вам следующее.
   Первый житель: 1) «Возраст делится на 5». 2) «Возраст не делится на 2».
   Второй житель: 1) «Возраст делится на 10». 2) «Сумма цифр возраста не равна 7».
   Сколько лет может быть стране? Найдите все варианты. (*П. Д. Муленко*)

4. Из клетчатой бумаги по линиям сетки вырезано число 2026 (см. рис.). Разрежьте одну или несколько цифр по линиям сетки и сложите из всех получившихся частей прямоугольник 5×8. Суммарная длина всех разрезов не должна превышать 4 (сторона клетки равна 1). Нарисуйте, на какие части разрезаются цифры, а потом — как из этих частей складывается прямоугольник. (*С. П. Павлов*)



5. На доске написаны цифры 1, 2 и 3. Примечательно, что их сумма делится на каждую из них. Как можно дописать на доску ещё три цифры так, чтобы все шесть цифр были разными и их сумма делилась на каждую из них? Найдите все способы и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

6. Правильный октаэдр — это многогранник, составленный из 8 треугольников с равными сторонами. Октаэдр с ребром 1 разрезали по нескольким рёбрам и развернули на плоскость одним куском так, что грани не перекрываются и никакие две грани не соприкасаются по отрезку, если они не остались склеены по нему. Чему может быть равен периметр развёртки? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко*)



7. Какое наименьшее число клеток поля 3×2026 надо закрасить, чтобы в любом прямоугольнике из 4 клеток была хотя бы одна закрашенная? Не забудьте доказать, что оно действительно наименьшее. (*С. П. Павлов*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 6 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

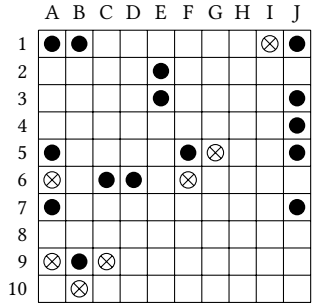
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)

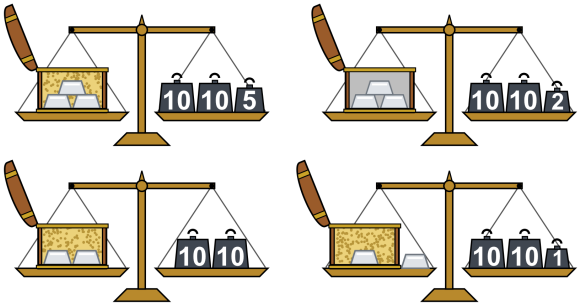


2. Можно ли шахматную доску 8×8 разрезать на несколько одинаковых по форме и площади фигурок, в каждой из которых количество чёрных клеток не равно количеству белых, а также один квадрат 2×2? (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

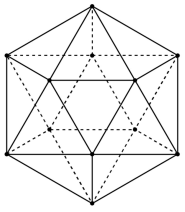
3. На доске написаны цифры 1, 2 и 3. Примечательно, что их сумма делится на каждую из них. Как можно дописать на доску ещё несколько цифр так, чтобы все цифры были разными и их сумма делилась на каждую из них? Найдите все способы и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

4. В стране, где живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, готовятся отмечать День Независимости. Два жителя увидели афишу, на которой указан трёхзначный возраст страны, и сообщили вам следующее.
   Первый житель: 1) «Возраст делится на 25». 2) «Сумма цифр возраста не равна 9».
   Второй житель: 1) «Сумма цифр возраста равна 18». 2) «Последняя цифра не 8».
   Сколько лет может быть стране? Найдите все варианты. (*П. Д. Муленко*)

5. Пират Джек прячет в сундучке одинаковые серебряные слитки. Иногда он доверху засыпает сундучок песком, чтобы при открытии казалось, что в нём ничего ценного нет. Подбирая, сколько слитков спрятать, он сделал четыре взвешивания на чашечных весах (см. рисунок; на гирях указан их вес в фунтах). Сколько фунтов песка помещается в пустой сундучок? (*А. А. Теслер*)



6. Правильный икосаэдр — это многогранник, составленный из 20 треугольников с равными сторонами. Икосаэдр с ребром 1 разрезали по нескольким рёбрам и развернули на плоскость одним куском так, что грани не перекрываются и никакие две грани не соприкасаются по отрезку, если они не остались склеены по нему. Чему может быть равен периметр развёртки? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко*)



7. При каком минимальном натуральном числе k верно следующее утверждение: «Если произведение 6 случайных натуральных чисел делится на 960, то произведение каких-то k из них делится на 240»? (*А. А. Теслер*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 7 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

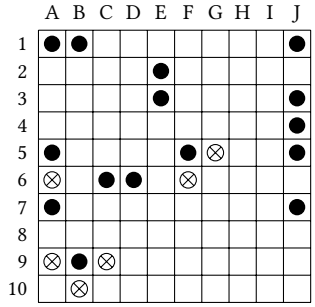
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)

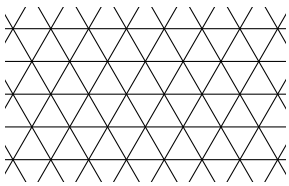


2. При каком наименьшем n среди чисел от 1 до n можно выбрать такие десять попарно различных, что произведение пяти из них будет равно произведению пяти других? (*С. П. Павлов*)

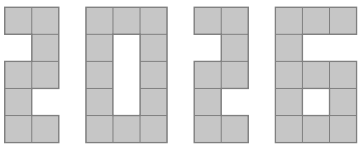
3. Прямоугольный параллелепипед $1\times1\times2$ разрезали по нескольким рёбрам и развернули на плоскость одним куском так, что грани не перекрываются и никакие две грани не соприкасаются по отрезку, если они не остались склеены по нему. Чему может быть равен периметр развёртки? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко*)

4. В стране, где живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, готовятся отмечать День Независимости. Два жителя увидели афишу, на которой указан четырёхзначный возраст страны, и сообщили об этом возрасте следующее.
   Первый: 1) «Остаток от деления на 101 равен 80». 2) «Остаток от деления на 99 не равен 40».
   Второй: 1) «Остаток от деления на 99 равен 18». 2) «Остаток от деления на 101 не равен 92».
   Сколько лет может быть стране? Найдите все варианты. (*П. Д. Муленко*)

5. Кузнечик сидит в вершине одной из плиток площади, замощённой правильными треугольниками. Каждым прыжком он перемещается вдоль стороны плитки в соседнюю вершину. В скольких различных вершинах он может оказаться после 60 прыжков? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. Из клетчатой бумаги по линиям сетки вырезано число 2026 (см. рис.). Разрежьте одну или несколько цифр по линиям сетки и сложите из всех получившихся частей прямоугольник 5×8. Суммарная длина всех разрезов не должна превышать 3 (сторона клетки равна 1). Нарисуйте, на какие части разрезаются цифры, а потом — как из этих частей складывается прямоугольник. (*С. П. Павлов*)



7. Когда-то для оклейки прямоугольного зала купили 25 рулонов обоев, но их не хватило, и пришлось докупить ещё один. Теперь зал решили разделить двумя перпендикулярными перегородками, идущими от стены до стены, на четыре прямоугольных помещения. Каждое помещение оклеят обоями своего цвета: красным, жёлтым, зелёным и синим. Оказалось, что для трёх помещений достаточно 10 рулонов красных обоев, 12 жёлтых и 16 зелёных (на рулон меньше уже не хватило бы). Какое наименьшее количество рулонов синих обоев нужно купить, чтобы их заведомо хватило на четвёртое помещение? Считайте, что расход обоев пропорционален суммарной длине стен; окна и двери не учитывайте. (*П. Д. Муленко*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 8 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

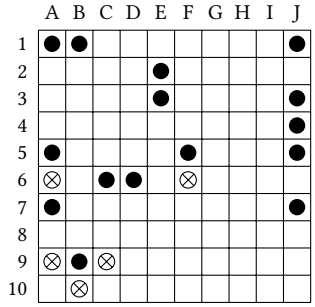
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

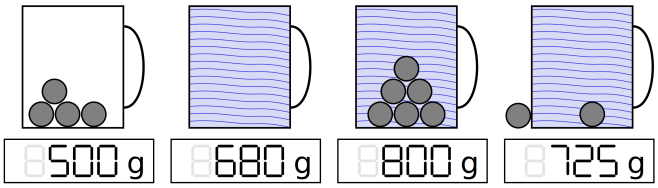
1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)



2. При каком наименьшем n среди чисел от 1 до n можно выбрать такие десять попарно различных, что произведение пяти из них будет равно произведению пяти других? (*С. П. Павлов*)

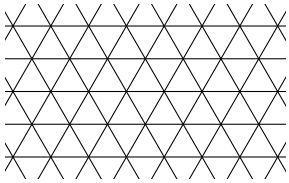
3. Когда-то для оклейки прямоугольного зала купили 25 рулонов обоев, но их не хватило, и пришлось докупить ещё один. Теперь зал решили разделить двумя перпендикулярными перегородками, идущими от стены до стены, на четыре прямоугольных помещения. Каждое помещение оклеят обоями своего цвета: красным, жёлтым, зелёным и синим. Оказалось, что для трёх помещений достаточно 10 рулонов красных обоев, 12 жёлтых и 16 зелёных (на рулон меньше уже не хватило бы). Какое наименьшее количество рулонов синих обоев нужно купить, чтобы их заведомо хватило на четвёртое помещение? Считайте, что расход обоев пропорционален суммарной длине стен; окна и двери не учитывайте. (*П. Д. Муленко*)

4. У Архимеда есть кружка, несколько одинаковых металлических шариков, кран с водой, точные весы и много свободного времени. Он проделал несколько взвешиваний и получил результаты, показанные на рисунке (каждый раз, когда в кружке есть вода, она налита до самых краёв). Какова масса пустой кружки? (*А. А. Теслер*)



5. Прямоугольный параллелепипед $1\times2\times3$ разрезали по нескольким рёбрам и развернули на плоскость одним куском так, что грани не перекрываются и никакие две грани не соприкасаются по отрезку, если они не остались склеены по нему. Чему может быть равен периметр развёртки? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко*)

6. Муравей оказался на площади, замощённой правильными треугольниками. Он умеет бегать параллельно сторонам плиток со скоростью 1 см/с. Каков периметр множества тех точек, до которых муравей сможет добежать за 1 минуту? (*Е. Ю. Воронецкий*)



7. Назовём натуральное число k *зелёным*, если существует натуральное n, такое что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно на k нулей, и *фиолетовым* в противном случае. Каких чисел больше на отрезке от 1 до 20262026: зелёных или фиолетовых? (*А. А. Теслер*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 9 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

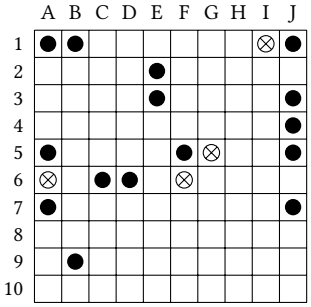
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

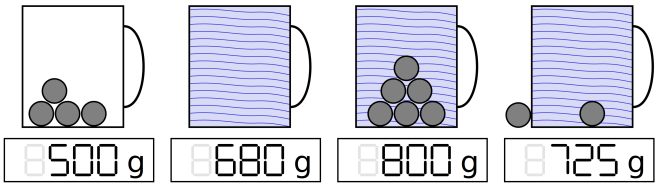
1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)



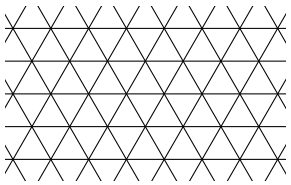
2. При каком наименьшем $n>1$ все натуральные числа от 1 до n можно записать в ряд так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была точным квадратом? (*С. П. Павлов*)

3. Многогранник «футбольный мяч» составлен из 12 правильных пятиугольников и 20 правильных шестиугольников со стороной 1. Его разрезали по нескольким рёбрам и развернули на плоскость одним куском так, что грани не перекрываются и никакие две грани не соприкасаются по отрезку, если они не остались склеены по нему. Чему может быть равен периметр развёртки? Найдите все варианты и докажите, что других нет. (*П. Д. Муленко*)

4. У Архимеда есть кружка, несколько одинаковых металлических шариков, кран с водой, точные весы и много свободного времени. Он проделал несколько взвешиваний и получил результаты, показанные на рисунке (каждый раз, когда в кружке есть вода, она налита до самых краёв). Какова масса пустой кружки? (*А. А. Теслер*)



5. Муравей оказался на площади, замощённой правильными треугольниками. Он умеет бегать параллельно сторонам плиток со скоростью 1 см/с. Какова площадь множества тех точек, до которых муравей сможет добежать за 1 минуту? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. Тиктокер Вася одним прямым разрезом разделил квадрат со стороной 2 на треугольник и четырёхугольник. Если периметр треугольника равен 6, то чему равен периметр четырёхугольника? (*П. Д. Муленко*)

7. Докажите, что среди чисел в диапазоне от 1 до 10^{1000} более двух миллионов чисел содержат в разложении на простые множители только двойки и пятёрки. (*А. А. Теслер*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 10 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

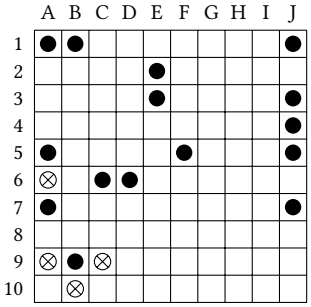
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)



2. Когда-то для оклейки прямоугольного зала купили 25 рулонов обоев, но их не хватило, и пришлось докупить ещё один. Теперь зал решили разделить двумя перпендикулярными перегородками, идущими от стены до стены, на четыре прямоугольных помещения. Каждое помещение оклеят обоями своего цвета: красным, жёлтым, зелёным и синим. Оказалось, что для трёх помещений достаточно 10 рулонов красных обоев, 12 жёлтых и 16 зелёных (на рулон меньше уже не хватило бы). Какое наименьшее количество рулонов синих обоев нужно купить, чтобы их заведомо хватило на четвёртое помещение? Считайте, что расход обоев пропорционален суммарной длине стен; окна и двери не учитывайте. (*П. Д. Муленко*)

3. При каком минимальном натуральном числе k верно следующее утверждение: «Если произведение 10 случайных натуральных чисел делится на 61440, то произведение каких-то k из них делится на 240»? (*А. А. Теслер*)

4. В стране 2026 аэропортов, пронумерованных от 1 до 2026. Между аэропортами существует рейс, если сумма их номеров равна квадрату натурального числа. Верно ли, что из любого аэропорта можно попасть в любой другой (возможно, с пересадками)? (*С. П. Павлов*)

5. Тиктокер Вася одним прямым разрезом разделил квадрат на треугольник и четырёхугольник. Отношение периметра треугольника к периметру четырёхугольника равно 6 : 7. А чему равно отношение площади треугольника к площади четырёхугольника? (*П. Д. Муленко, А. А. Теслер*)

6. Докажите, что среди чисел в диапазоне от 1 до 10^{1000} более двух миллионов чисел содержат в разложении на простые множители только двойки и пятёрки. (*А. А. Теслер*)

7. Внутри выпуклого четырёхугольника $ABCD$ отмечена точка P так, что треугольники PAB, PBC, PCD и PDA равновелики. Известно также, что $PB = PC$ и $PA = PD$. Докажите, что P — центр описанной окружности четырёхугольника $ABCD$. (*П. Д. Муленко*)

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2026-2027 учебный год. Отборочный этап

Задачи для 11 класса

Работы сдаются в электронном виде (например, в виде сканов или doc-файлов с текстом), подробности на странице formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.

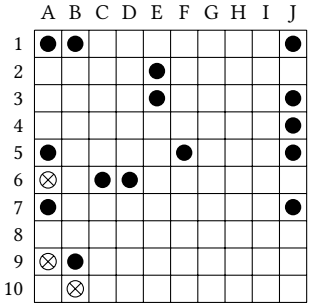
Последний срок сдачи — **5 ноября 2026 в 23:59:59 по UTC** (т. е. 6 ноября в 02:59:59 по московскому времени).

Работа должна быть сделана самостоятельно. Запрещено использовать калькуляторы, средства программирования и нейросети. В большинстве задач нужны не только ответы, но и полные обоснования.

В работе не должно быть личных данных участника, то есть **подписывать работу не следует**.

---

1. Артур играет с другом в морской бой. В этой игре один игрок расставляет 10 кораблей (четыре 1×1, три 1×2, два 1×3 и один 1×4) на поле 10×10 так, чтобы корабли не касались друг друга даже вершинами, а другой игрок поочерёдно называет клетки, чтобы эти корабли «потопить». Артур уже сделал несколько ходов (см. рис.; ● — попадание в корабль, ⊗ — промах). Сколько существует допустимых расстановок кораблей? (*П. Д. Муленко*)

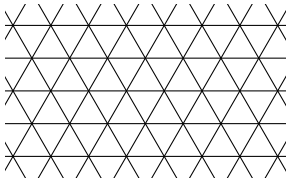


2. Лена записала на листочке свой телефон, состоящий из 11 цифр. Можно ли вписать в начале, в конце и между каждыми двумя цифрами телефона по одной цифре так, чтобы полученное 23-значное число делилось на 2026? (*А. А. Теслер*)

3. В стране 2026 аэропортов, пронумерованных от 1 до 2026. Между аэропортами существует рейс, если сумма их номеров равна квадрату натурального числа. Верно ли, что даже если один из аэропортов закроется, то между любыми другими двумя аэропортами сохранится связь (возможно, с пересадками)? (*С. П. Павлов*)

4. На единичной сфере с центром в начале координат отмечена точка с координатами (k, ℓ, m), причём
$$m = \frac{\ell}{\sqrt{k^2+\ell^2}}.$$
Докажите, что числа 1, $\dfrac{mk}{\ell}$, $k^2+\ell^2$, $\dfrac{k\ell}{m}$ (в указанном порядке) образуют геометрическую прогрессию. (*П. Д. Муленко*)

5. Муравей оказался на площади, замощённой правильными треугольниками (см. рис.). Он умеет бегать параллельно сторонам плиток со скоростью 1 см/с. Муравей хочет оказаться в 30 см правее своего текущего положения, и у него на это есть 1 минута. Какова площадь множества точек, в которые он может забежать по пути? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. Докажите, что среди чисел в диапазоне от 1 до 10^{1000} более двух миллионов чисел содержат в разложении на простые множители только двойки и пятёрки. (*А. А. Теслер*)

7. Внутри выпуклого четырёхугольника $ABCD$ отмечена точка P так, что треугольники PAB, PBC, PCD и PDA равновелики. Известно также, что $PB = PC$. Докажите, что у четырёхугольника $ABCD$ есть прямой угол. (*П. Д. Муленко*)