Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

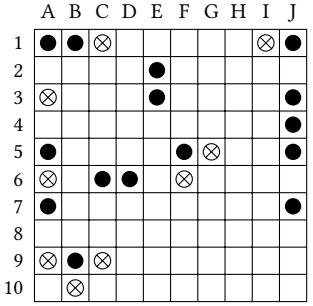
# 5-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

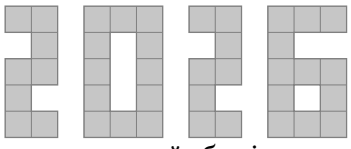
1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1 \times 1$, үш $1 \times 2$, екі $1 \times 3$ және бір $1 \times 4$) $10 \times 10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)




2. Автомат кіріске 10-нан үлкен натурал санды қабылдайды және оның барлық цифрларының квадраттарының қосындысын табады. Содан кейін, егер алынған санда кемінде 2 цифр болса, автомат оның цифрларының квадраттарының қосындысын табады және бір таңбалы сан шыққанша осы операцияларды орындайды, оны нәтиже ретінде қайтарады (мысалы, 24 саны $2^2 + 4^2 = 20$-ға айналады, ол өз кезегінде $2^2 + 0^2 = 4$-ке айналады, және автомат 4-ті қайтарады). Тек жұп цифрлардан тұратын, автомат тақ бір таңбалы санды қайтаратын саны бар ма?
(*М. В. Карлукова*)

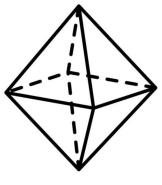
3. Тек әрқашан шындықты айтатын рыцарлар мен әрқашан өтірік айтатын өтірікшілер тұратын елде Тәуелсіздік күнін тойлауға дайындалып жатыр. Екі тұрғын елдің екі таңбалы жасы көрсетілген афишаны көріп, сізге мынаны айтты.
*Бірінші:* 1) «Жасы 5-ке бөлінеді». 2) «Жасы 2-ге бөлінбейді».
*Екінші:* 1) «Жасы 10-ға бөлінеді». 2) «Жасының цифрларының қосындысы 7-ге тең емес».
Елдің жасы неше болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз. (*П. Д. Муленко*)

4. Торкөз қағаздан тор сызықтары бойымен 2026 саны қиылып алынды (сур. қараңыз). Бір немесе бірнеше цифрды тор сызықтары бойымен кесіңіз және алынған барлық бөліктерден $5 \times 8$ тіктөртбұрыш құрастырыңыз. Барлық кесіктердің жиынтық ұзындығы 4-ден аспауы керек (торкөз қабырғасы 1-ге тең). Цифрлар қандай бөліктерге кесілетінін, содан кейін — осы бөліктерден тіктөртбұрыштың қалай құрастырылатынын салыңыз. (*С. П. Павлов*)



5. Тақтада 1, 2 және 3 цифрлары жазылған. Олардың қосындысы әрқайсысына бөлінетіні таңқаларлық. Барлық алты цифр әртүрлі болатындай және олардың қосындысы әрқайсысына бөлінетіндей етіп, тақтаға тағы үш цифрды қалай жазуға болады? Барлық тәсілдерді табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

6. Дұрыс октаэдр — бұл қабырғалары тең 8 үшбұрыштан құралған көпжақ. Қыры 1-ге тең октаэдрді бірнеше қыры бойымен кесіп, оны жазықтыққа бір бүтін бөлік етіп жайды; бұл ретте жақтары бір-бірін жаппайды және егер олар сол бойымен желімделген күйде қалмаса, ешқандай екі жақ кесінді бойымен жанаспайды. Жайманың периметрі неге тең болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)



7. $3 \times 2026$ өлшемді өрістің кем дегенде қанша торкөзін бояу керек, 4 торкөзден тұратын кез келген тіктөртбұрышта ең болмағанда бір боялған торкөз болуы үшін? Оның шынымен ең аз екенін дәлелдеуді ұмытпаңыз. (*С. П. Павлов*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

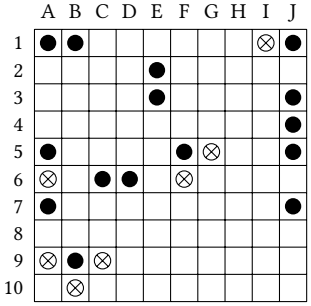
# 6-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1 \times 1$, үш $1 \times 2$, екі $1 \times 3$ және бір $1 \times 4$) $10 \times 10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)

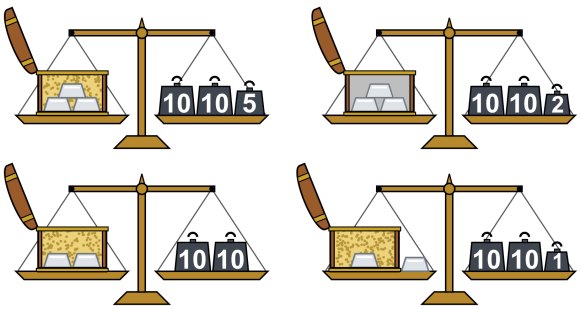


2. $8 \times 8$ шахмат тақтасын пішіні мен ауданы бойынша бірдей, әрқайсысында қара ұяшықтар саны ақ ұяшықтар санына тең емес бірнеше фигураға, сондай-ақ бір $2 \times 2$ шаршыға қиюға бола ма? (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

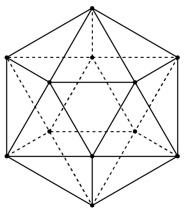
3. Тақтада 1, 2 және 3 цифрлары жазылған. Бір қызығы, олардың қосындысы әрқайсысына бөлінеді. Тақтаға тағы бірнеше цифрды барлық цифрлар әртүрлі болатындай және олардың қосындысы әрқайсысына бөлінетіндей етіп қалай жазуға болады? Барлық тәсілдерді табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко, С. П. Павлов*)

4. Тек әрқашан шындықты айтатын рыцарлар мен әрқашан өтірік айтатын өтірікшілер тұратын елде Тәуелсіздік күнін тойлауға дайындалып жатыр. Екі тұрғын елдің үш таңбалы жасы көрсетілген афишаны көріп, сізге мынаны айтты.
   *Бірінші:* 1) «Жасы 25-ке бөлінеді». 2) «Жас цифрларының қосындысы 9-ға тең емес».
   *Екінші:* 1) «Жас цифрларының қосындысы 18-ге тең». 2) «Соңғы цифры 8 емес».
   Елдің жасы неше болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз. (*П. Д. Муленко*)

5. Қарақшы Джек сандықшада бірдей күміс құймаларды жасырады. Кейде ол сандықшаны ашқанда ішінде құнды ештеңе жоқ сияқты көрінуі үшін оны толтыра құм салады. Қанша құйма жасыру керектігін таңдай отырып, ол табақшалы таразыда төрт рет өлшеу жүргізді (суретті қараңыз; таразы тастарында олардың салмағы фунтпен көрсетілген). Бос сандықшаға неше фунт құм сыяды? (*А. А. Теслер*)




6. Дұрыс икосаэдр — қабырғалары тең 20 үшбұрыштан құралған көпжақ. Қыры 1-ге тең икосаэдрді бірнеше қыры бойымен қиып, жазықтыққа бір бөлік етіп жазды, бұл ретте жақтар бір-бірін жаппайды және кез келген екі жақ, егер олар кесінді бойымен желімделген күйде қалмаса, сол кесінді бойымен бір-біріне тиіспейді. Жазбаның периметрі неге тең болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)



7. Ең кіші қандай $k$ натурал саны үшін келесі тұжырым дұрыс: «Егер 6 кездейсоқ натурал санның көбейтіндісі 960-қа бөлінсе, онда олардың ішіндегі қандай да бір $k$ санның көбейтіндісі 240-қа бөлінеді»? (*А. А. Теслер*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

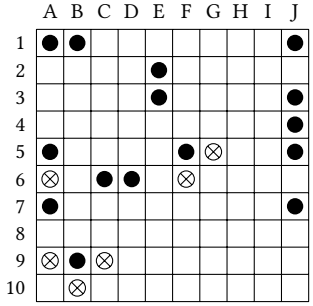
# 7-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1\times1$, үш $1\times2$, екі $1\times3$ және бір $1\times4$) $10\times10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)

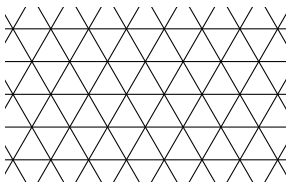


2. Ең кіші қандай $n$ үшін 1-ден $n$-ге дейінгі сандардың ішінен олардың бесеуінің көбейтіндісі қалған бесеуінің көбейтіндісіне тең болатындай қос-қостан әртүрлі он санды таңдауға болады? (*С. П. Павлов*)

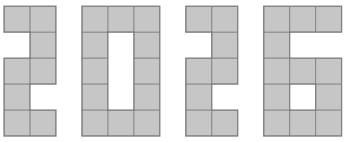
3. $1\times1\times2$ тікбұрышты параллелепипедті бірнеше қыры бойымен қиып, жазықтыққа бір бөлік етіп жазды, бұл ретте жақтар бір-бірін жаппайды және кез келген екі жақ, егер олар кесінді бойымен желімделген күйде қалмаса, сол кесінді бойымен бір-біріне тиіспейді. Жазбаның периметрі неге тең болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)

4. Тек әрқашан шындықты айтатын рыцарьлар мен әрқашан өтірік айтатын өтірікшілер тұратын елде Тәуелсіздік күнін тойлауға дайындалып жатыр. Екі тұрғын елдің төрт таңбалы жасы көрсетілген афишаны көріп, осы жас туралы мынаны айтты.
*Бірінші:* 1) «101-ге бөлгендегі қалдық 80-ге тең». 2) «99-ға бөлгендегі қалдық 40-қа тең емес».
*Екінші:* 1) «99-ға бөлгендегі қалдық 18-ге тең». 2) «101-ге бөлгендегі қалдық 92-ге тең емес».
Елдің жасы неше болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз. (*П. Д. Муленко*)

5. Шегіртке дұрыс үшбұрыштармен қапталған алаңдағы плиткалардың бірінің төбесінде отыр. Әр секіргенде ол плитканың қабырғасы бойымен көрші төбеге ауысады. 60 секірістен кейін ол неше түрлі төбеде болуы мүмкін? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. Торкөз қағаздан тор сызықтары бойымен 2026 саны қиылып алынды (сур. қараңыз). Бір немесе бірнеше цифрды тор сызықтары бойымен кесіңіз және алынған барлық бөліктерден $5\times8$ тіктөртбұрыш құрастырыңыз. Барлық кесіктердің жиынтық ұзындығы 3-ден аспауы керек (торкөз қабырғасы 1-ге тең). Цифрлар қандай бөліктерге кесілетінін, содан кейін — осы бөліктерден тіктөртбұрыштың қалай құрастырылатынын салыңыз. (*С. П. Павлов*)



7. Бір кездері тіктөртбұрышты залға тұсқағаз жапсыру үшін 25 орам тұсқағаз сатып алынды, бірақ олар жетпей, тағы біреуін қосымша сатып алуға тура келді. Енді залды қабырғадан қабырғаға дейін созылатын өзара перпендикуляр екі қалқамен төрт тіктөртбұрышты бөлмеге бөлу шешілді. Әр бөлмеге өз түсті тұсқағаз жапсырылады: қызыл, сары, жасыл және көк. Үш бөлмеге 10 орам қызыл, 12 орам сары және 16 орам жасыл тұсқағаз жеткілікті екені анықталды (бір орам кем болса, жетпес еді). Төртінші бөлмеге міндетті түрде жетуі үшін ең кемі неше орам көк тұсқағаз сатып алу керек? Тұсқағаз шығыны қабырғалардың жалпы ұзындығына пропорционал деп есептеңіз; терезелер мен есіктерді ескермеңіз. (*П. Д. Муленко*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

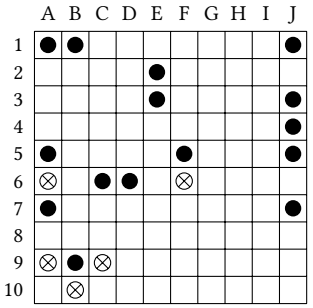
# 8-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

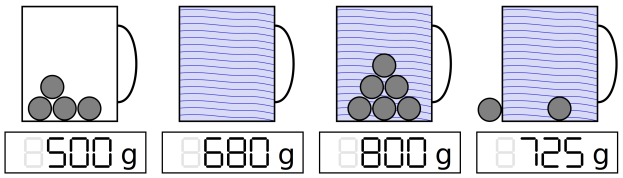
1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1\times1$, үш $1\times2$, екі $1\times3$ және бір $1\times4$) $10\times10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)




2. Ең кіші қандай $n$ үшін 1-ден $n$-ге дейінгі сандардың ішінен олардың бесеуінің көбейтіндісі қалған бесеуінің көбейтіндісіне тең болатындай қос-қостан әртүрлі он санды таңдауға болады? (*С. П. Павлов*)

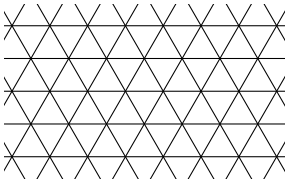
3. Бір кездері тіктөртбұрышты залға тұсқағаз жапсыру үшін 25 орам тұсқағаз сатып алынды, бірақ олар жетпей, тағы біреуін қосымша сатып алуға тура келді. Енді залды қабырғадан қабырғаға дейін созылатын өзара перпендикуляр екі қалқамен төрт тіктөртбұрышты бөлмеге бөлу шешілді. Әр бөлмеге өз түсті тұсқағаз жапсырылады: қызыл, сары, жасыл және көк. Үш бөлмеге 10 орам қызыл, 12 орам сары және 16 орам жасыл тұсқағаз жеткілікті екені анықталды (бір орам кем болса, жетпес еді). Төртінші бөлмеге міндетті түрде жетуі үшін ең кемі неше орам көк тұсқағаз сатып алу керек? Тұсқағаз шығыны қабырғалардың жалпы ұзындығына пропорционал деп есептеңіз; терезелер мен есіктерді ескермеңіз. (*П. Д. Муленко*)

4. Архимедтің саптыаяғы, бірнеше бірдей металл шарлары, су шүмегі, дәл таразысы және көп бос уақыты бар. Ол бірнеше рет өлшеу жүргізіп, суретте көрсетілген нәтижелерді алды (саптыаяқта су болған сайын, ол ерне-уіне дейін толтырылып құйылған). Бос саптыаяқтың массасы қандай? (*А. А. Теслер*)




5. $1\times2\times3$ тікбұрышты параллелепипедті бірнеше қыры бойымен қиып, жазықтыққа бір бөлік етіп жазды, бұл ретте жақтар бір-бірін жаппайды және кез келген екі жақ, егер олар кесінді бойымен желімделген күйде қалмаса, сол кесінді бойымен бір-біріне тиіспейді. Жазбаның периметрі неге тең болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)

6. Құмырсқа дұрыс үшбұрыштармен қапталған алаңға тап болды. Ол плиткалардың қабырғаларына параллель 1 см/с жылдамдықпен жүгіре алады. Құмырсқа 1 минутта жүгіріп жете алатын нүктелер жиынының периметрі қандай? (*Е. Ю. Воронецкий*)



7. Егер $n!$ санының ондық жазылуы дәл $k$ нөлмен аяқталатындай $n$ натурал саны табылса, $k$ натурал санын *жасыл*, ал керісінше жағдайда *күлгін* деп атайық. 1-ден 20262026-ға дейінгі кесіндіде қай сандар көп: жасылдар ма, әлде күлгіндер ме? (*А. А. Теслер*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

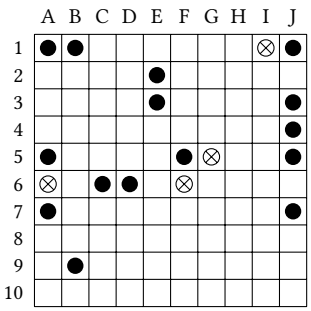
# 9-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

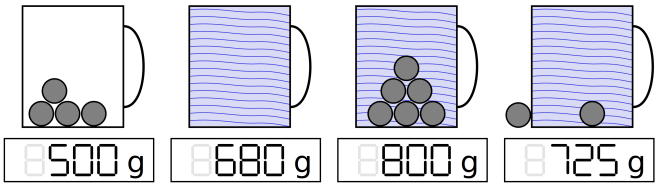
1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1 \times 1$, үш $1 \times 2$, екі $1 \times 3$ және бір $1 \times 4$) $10 \times 10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)




2. Ең кіші қандай $n > 1$ үшін 1-ден $n$-ге дейінгі барлық натурал сандарды кез келген екі көрші санның қосындысы толық квадрат болатындай етіп қатарға жазуға болады? (*С. П. Павлов*)

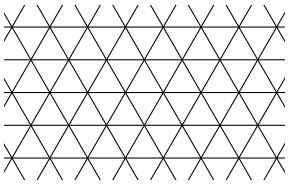
3. «Футбол добы» көпжағы қабырғасы 1-ге тең 12 дұрыс бесбұрыш пен 20 дұрыс алтыбұрыштан құралған. Оны бірнеше қыры бойымен қиып, жазықтыққа бір бөлік етіп жазды, бұл ретте жақтар бір-бірін жаппайды және кез келген екі жақ, егер олар кесінді бойымен желімделген күйде қалмаса, сол кесінді бойымен бір-біріне тиіспейді. Жазбаның периметрі неге тең болуы мүмкін? Барлық нұсқаларды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)

4. Архимедтің саптыаяғы, бірнеше бірдей металл шарлары, су шүмегі, дәл таразысы және көп бос уақыты бар. Ол бірнеше рет өлшеу жүргізіп, суретте көрсетілген нәтижелерді алды (саптыаяқта су болған сайын, ол ернеуіне дейін толтырылып құйылған). Бос саптыаяқтың массасы қандай?




(*А. А. Теслер*)

5. Құмырсқа дұрыс үшбұрыштармен қапталған алаңға тап болды. Ол плиткалардың қабырғаларына параллель 1 см/с жылдамдықпен жүгіре алады. Құмырсқа 1 минутта жүгіріп жете алатын нүктелер жиынының ауданы қандай? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. Тиктокер Ерлан бір түзу кесіммен қабырғасы 2-ге тең шаршыны үшбұрыш пен төртбұрышқа бөлді. Егер үшбұрыштың периметрі 6-ға тең болса, төртбұрыштың периметрі неге тең?

(*П. Д. Муленко*)

7. 1 мен $10^{1000}$ аралығындағы сандардың ішінде екі миллионнан астам санның жай көбейткіштерге жіктелуінде тек екілер мен бестер ғана болатынын дәлелдеңіз. (*А. А. Теслер*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

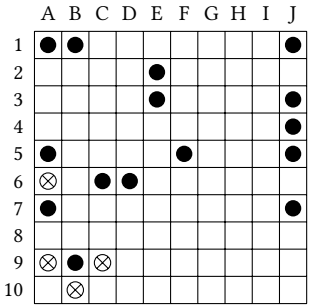
# 10-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1 \times 1$, үш $1 \times 2$, екі $1 \times 3$ және бір $1 \times 4$) $10 \times 10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)




2. Бір кездері тіктөртбұрышты залға тұсқағаз жапсыру үшін 25 орам тұсқағаз сатып алынды, бірақ олар жетпей, тағы біреуін қосымша сатып алуға тура келді. Енді залды қабырғадан қабырғаға дейін созылатын өзара перпендикуляр екі қалқамен төрт тіктөртбұрышты бөлмеге бөлу шешілді. Әр бөлмеге өз түсті тұсқағаз жапсырылады: қызыл, сары, жасыл және көк. Үш бөлмеге 10 орам қызыл, 12 орам сары және 16 орам жасыл тұсқағаз жеткілікті екені анықталды (бір орам кем болса, жетпес еді). Төртінші бөлмеге міндетті түрде жетуі үшін ең кемі неше орам көк тұсқағаз сатып алу керек? Тұсқағаз шығыны қабырғалардың жалпы ұзындығына пропорционал деп есептеңіз; терезелер мен есіктерді ескермеңіз. (*П. Д. Муленко*)

3. Ең кіші қандай $k$ натурал саны үшін келесі тұжырым дұрыс: «Егер 10 кездейсоқ натурал санның көбейтіндісі 61440-қа бөлінсе, онда олардың ішіндегі қандай да бір $k$ санның көбейтіндісі 240-қа бөлінеді»? (*А. А. Теслер*)

4. Елде 1-ден 2026-ға дейін нөмірленген 2026 әуежай бар. Екі әуежайдың нөмірлерінің қосындысы натурал санның квадратына тең болса, олардың арасында рейс бар. Кез келген әуежайдан кез келген басқа әуежайға (мүмкін, басқа рейске ауысу арқылы) жетуге болатыны рас па? (*С. П. Павлов*)

5. Тиктокер Ерлан бір түзу кесіммен шаршыны үшбұрыш пен төртбұрышқа бөлді. Үшбұрыш периметрінің төртбұрыш периметріне қатынасы 6 : 7-ге тең. Ал үшбұрыш ауданының төртбұрыш ауданына қатынасы неге тең? (*П. Д. Муленко, А. А. Теслер*)

6. 1 мен $10^{1000}$ аралығындағы сандардың ішінде екі миллионнан астам санның жай көбейткіштерге жіктелуінде тек екілер мен бестер ғана болатынын дәлелдеңіз. (*А. А. Теслер*)

7. $ABCD$ дөңес төртбұрышының ішінде $PAB$, $PBC$, $PCD$ және $PDA$ үшбұрыштарының аудандары тең болатындай $P$ нүктесі белгіленген. Сонымен қатар $PB = PC$ және $PA = PD$ екені белгілі. $P$ — $ABCD$ төртбұрышына сырттай сызылған шеңбердің центрі екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)

Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2026-2027 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

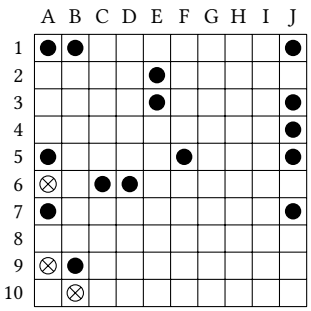
# 11-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2026-math-ru/.Тапсыру мерзімі — **2026 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59** (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59).

Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Калькуляторларды, бағдарламалау құралдарын және нейрондық желілерді пайдалануға тыйым салынады. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

---

1. Арман досымен теңіз шайқасын ойнап отыр. Бұл ойында бірінші ойыншы 10 кемені (төрт $1 \times 1$, үш $1 \times 2$, екі $1 \times 3$ және бір $1 \times 4$) $10 \times 10$ торкөз алаңға кемелер бір-біріне тіпті төбелерімен де тимейтіндей етіп орналастырады, ал екінші ойыншы осы кемелерді «суға батыру» үшін ұяшықтарды кезекпен атайды. Арман бірнеше жүріс жасап қойды (суретті қараңыз; ● — кемеге тиді, ⊗ — тимеді). Кемелердің қанша рұқсат етілген орналасуы бар? (*П. Д. Муленко*)




2. Айгерім қағазға 11 цифрдан тұратын өз телефон нөмірін жазды. Шыққан 23 таңбалы сан 2026-ға бөлінетіндей етіп, телефон нөмірінің басына, соңына және әрбір екі цифрының арасына бір-бір цифрдан жазуға бола ма? (*А. А. Теслер*)

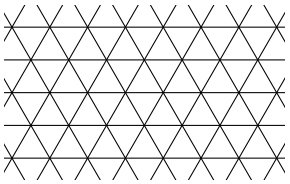
3. Елде 1-ден 2026-ға дейін нөмірленген 2026 әуежай бар. Екі әуежайдың нөмірлерінің қосындысы натурал санның квадратына тең болса, олардың арасында рейс бар. Тіпті әуежайлардың бірі жабылса да, кез келген басқа екі әуежайдың арасындағы байланыс (мүмкін, басқа рейске ауысу арқылы) сақталатыны рас па? (*С. П. Павлов*)

4. Бірлік сферада $(k, \ell, m)$ координаталы нүкте белгіленген, әрі

$$m = \frac{\ell}{\sqrt{k^2 + \ell^2}}.$$

1, $\dfrac{mk}{\ell}$, $k^2 + \ell^2$, $\dfrac{k\ell}{m}$ сандары (көрсетілген ретпен) геометриялық прогрессия құрайтынын дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)

5. Құмырсқа дұрыс үшбұрыштармен қапталған алаңға тап болды (суретті қараңыз). Ол плиткалардың қабырғаларына параллель 1 см/с жылдамдықпен жүгіре алады. Құмырсқа қазіргі орнынан 30 см оңға қарай болғысы келеді, ал бұл үшін оның 1 минуты бар. Ол жол-жөнекей жүгіріп бара алатын нүктелер жиынының ауданы қандай? (*Е. Ю. Воронецкий*)



6. 1 мен $10^{1000}$ аралығындағы сандардың ішінде екі миллионнан астам санның жай көбейткіштерге жіктелуінде тек екілер мен бестер ғана болатынын дәлелдеңіз. (*А. А. Теслер*)

7. $ABCD$ дөңес төртбұрышының ішінде $PAB$, $PBC$, $PCD$ және $PDA$ үшбұрыштарының аудандары тең болатындай $P$ нүктесі белгіленген. Сонымен қатар $PB = PC$ екені белгілі. $ABCD$ төртбұрышының тік бұрышы бар екенін дәлелдеңіз. (*П. Д. Муленко*)