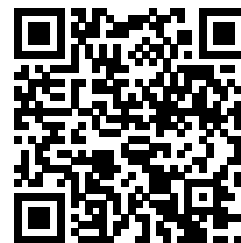


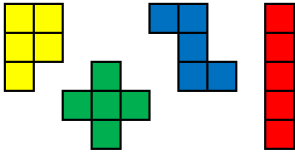


Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2025-2026 оқу жылы. Іріктеу кезеңі



5-сыныпқа арналған есептер

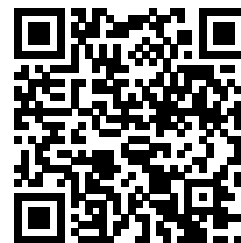
Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

- Келесідей ребус берілген: $* + * + * + * + * + * + * = **$. (Сол жақта — біртаңбалы сандардың қосындысы, оң жақта — екітаңбалы сан.) Жұлдызшалардың орнына нөлден басқа барлық цифрды қойып, теңдік жасауға болады ма?
(С. П. Павлов)
- Қазақстандық бағдарламашылар жаңа «Тетрис-5» ойынын ойлап тапты. Фигураларды (суретте көрсетілген) торкөз кестеге кез-келген қалыпта орналастыруға болады, бірақ олар бір-бірінің үстін жаппауы тиіс (классикалық тетрис сияқты, фигураларды бір рет бұруға болады, бірақ, төңкеруге (екі рет бұруға) болмайды).

а) Егер 8×8 , болатын торкөз кестеден төрт бұрыштағы төрт ұяшық алынып тасталса, оны толтыруға болатынын дәлелдеңіз.
б) Егер 2026×2026 , торкөз кестенен төрт бұрыштағы ұяшық алынып тасталса, оны толтыру мүмкін еместігін дәлелдеңіз.
(Л. С. Корешкова)
- Егер натурал санның алдына 2 цифрын қосып жазсақ, алынған сан сол натурал санның квадратына тең болады. Бұл қандай сан болуы мүмкін? Барлық мүмкін варианттарды табыңыз және басқа жоқ екенін дәлелдеңіз.
(П. Д. Муленко)
- Машаға туған күніне тіктөрбұрышты пазл сыйлады. Пазл бірнеше квадрат пішінді бөлшектерден тұрады. Әр бөлшектің қырларында ойықтар мен шығыңқылар бар, бірақ толық құралған пазлдың сыртқы беті тегіс.

Бөлшектердің екі түрі бар екені белгілі (суретте). Сыйланған пазлда ең аз дегенде қанша бөлшек болуы мүмкін? Мысал келтіріп, не себепті бұдан аз бөлшек бола алмайтынын түсіндіріңіз.
(П. Д. Муленко)
- Құмырсқа құмырсқа фермасының сол жақ шетінен оң жақ шетіне дейін ұзындығы 28 см туннельмен жүріп өтті. Туннельдегі жол толық көлденең жол емес, кей жерде көтеріледі, кей жерде түседі. Көтерілу бұрышы мен түсу бұрышы бірдей. Көтерілу кезінде құмырсқа 3 см/мин жылдамдықпен, көлденең жерде 4 см/мин жылдамдықпен қозғалады. Бүкіл жол оған 7 минутты алды. Туннель толықтай көлденең емес, бірақ соңында құмырсқа бастапқы деңгейімен бірдей биіктікте болды (яғни жалпы көтерілулер мөлшері жалпы түсуге тең). Құмырсқаның төмендеу кезіндегі жылдамдығын табыңыз (см/мин).
(П. Д. Муленко)
- Тоты құс Роза өз атындағы төрт дыбыстың бәрін біледі және 1–3 дыбыстан тұратын «сөздерді» айта алады. Бірақ ол екі бірдей дыбысты қатарынан айта алмайды. Роза барлығы неше түрлі «сөз» айта алады?
(О. С. Третьякова)
- Барлық он цифрды жұптарға бөліп, әр жұпта үлкен цифрдан кіші цифрды азайтып, айырмасын есептеді. Осы айырмалардың көбейтіндісі екінің қандай ең үлкен дәрежесіне тең бола алады (екінің дәрежесі — екіні бірнеше рет көбейту, мысалы, екінің 5-ші дәрежесі $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$).
(С. П. Павлов)



Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2025-2026 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

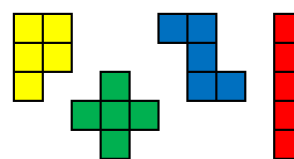


6-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

1. Келесідей ребус берілген: $* + * + * + * + * + * + * = **$. (Сол жақта — біртанбалы сандардың қосындысы, оң жақта — екітанбалы сан.) Жұлдызшалардың орнына нөлден басқа барлық цифрды қойып, теңдік жасауға болады ма? (С. П. Павлов)

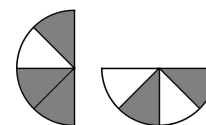
2. Қазақстандық бағдарламашылар жаңа «Тетрис-5» ойынын ойлап тапты. Фигураларды (суретте көрсетілген) торкөз кестеге кез-келген қалыпта орналастыруға болады, бірақ олар бір-бірінің үстін жаппауы тиіс (классикалық тетрис сияқты, фигураларды бір рет бұруға болады, бірақ, төңкеруге (екі рет бұруға) болмайды).



а) Егер 8×8 , болатын торкөз кестеден төрт бұрыштағы төрт ұяшық алынып тасталса, оны толтыруға болатынын дәлелдеңіз.

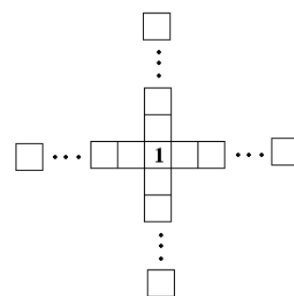
б) Егер 2026×2026 , торкөз кестенен төрт бұрыштағы ұяшық алынып тасталса, оны толтыру мүмкін еместігін дәлелдеңіз. (Л. С. Корешкова)

3. Дөңгелек диск 8 тең секторға бөлінген. Кейбір секторлар боялған. Егер дискті тік ось бойымен екіге бүктесек, 3 боялған сектор көрінеді. Егер дискті көлденең ось бойымен екіге бүктесек, 2 боялған сектор көрінеді. Диск әйнек сияқты мөлдір, бүктегенде боялмаған бөліктері келесі бетін көрсетіп тұрады.



(П. Д. Муленко)

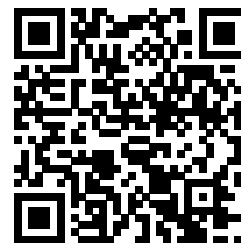
4. Ұяшықтардан құралған крест пішіндес ойын алаңында (суретке қараңыз) екі ойыншы кезекпен жүріс жасайды. Ойын басында тек орталық ұяшық толтырылған, онда 1 саны жазылған. Ойын ережесі: ойыншы бұрын толтырылған ұяшықтарға көршілес төрт ұяшыққа рет бойынша келесі натурал сандарды жазады — бірінші ойыншы 2, 3, 4, 5 сандарын жазады, содан кейін екінші ойыншы 6, 7, 8, 9 сандарын жазады, әрі қарай да осылай жалғасады. Сандар кресттің төрт бағытына бір-бірден жазылады және көршілес тұрған кез келген екі сан өзара жай болуы керек (яғни 1-ден басқа ортақ бөлгіші болмауы тиіс). Егер ойыншы жүріс жасай алмаса — ол ұтылады. Дұрыс ойнағанда қай ойыншы жеңіске жете алады? (С. П. Павлов)



5. Тоты құс Роза өз атындағы төрт дыбыстың бәрін біледі және 1–4 дыбыстан тұратын «сөздерді» айта алады. Бірақ ол екі бірдей дыбысты қатарынан айта алмайды. Роза барлығы неше түрлі «сөз» айта алады? (О. С. Третьякова)

6. Иринада әртүрлі елдердің 289 тиыны бар. Ол оларды бірнеше қорапқа тең бөліп салды, және әрбір қорапта тек бір елдің тиындары (бір данадан көп) жатыр. Белгілі болғаны: Беларусь тиындары жалпы санның 6%-нан көп, Испания тиындары — 12%-дан көп, Эквадор тиындары — 24%-дан көп, Ресей тиындары — 36%-дан көп. Иринада қанша қытай тиыны болуы мүмкін? Барлық мүмкін нұсқаларды табыңыз. (Л. С. Корешкова)

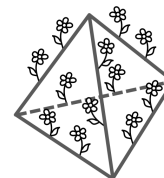
7. Оз елінде барлық қалалар 1-ден N -ге дейін нөмірленген, мұнда N — жұп сан, бірақ 4-ке бөлінбейді. Әрбір екі қала не сары кірпіштен жасалған жолмен, не жасыл изумруд жолымен қосылған. Бас Сиқыршы қалалардың нөмірленуін өзгертпек болады: бұрын сары жолмен қосылған қалалар жаңа нөмірлеуде жасыл жолмен, ал жасыл жолмен қосылғандар — сары жолмен қосылатындай етіп. Сиқыршының ойлағанын жүзеге асыруы мүмкін бе? (Л. С. Корешкова)



7-сыныпқа арналған есептер

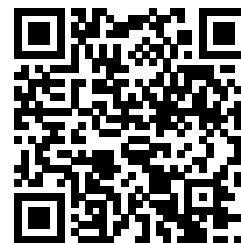
Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

1. Құмырсқа құмырсқа фермасының сол жақ шетінен оң жақ шетіне дейін ұзындығы 28 см туннельмен жүріп өтті. Туннельдегі жол толық көлденең жол емес, кей жерде көтеріледі, кей жерде түседі. Көтерілу бұрышы мен түсу бұрышы бірдей. Көтерілу кезінде құмырсқа 3 см/мин жылдамдықпен, көлденең жерде 4 см/мин жылдамдықпен қозғалады. Бүкіл жол оған 7 минутты алды. Туннель толықтай көлденең емес, бірақ соңында құмырсқа бастапқы деңгейімен бірдей биіктікте болды (яғни жалпы көтерілулер мөлшері жалпы түсуге тең). Құмырсқаның төмендеу кезіндегі жылдамдығын табыңыз (см/мин). (П. Д. Муленко)
2. 3×5 кестесінің әр ұяшығында натурал сан жазылған. Барлық сандар әртүрлі, және барлық жолдардың қосындылары бірдей, барлық бағандардың қосындылары да бірдей. Кестедегі барлық сандардың қосындысының ең кіші мүмкін мәні қандай? (А. А. Теслер)
3. Пашаның ағаш кубиктері және цифр жапсырмалары бар. Екі кубиктен сувенир-календарь жасауға болады — ол үшін екі кубиктің әр қырына бір жапсырмадан жапсыру керек, сонда оларды пайдаланып айдағы кез келген күнді (яғни 01-ден 31-ге дейінгі кез келген санды) құрастыруға болады. (Суретте 18 санын құрастыру мысалы көрсетілген.)
Паша әр досына осындай күнтізбенің ерекше нұсқасын сыйлағысы келеді. Ол қанша түрлі күнтізбе жасай алады? Пашаның ойынша, егер бір күнтізбеде қандай да бір жапсырмалар жиынтығы бар кубик болса, ал екіншісінде дәл сондай жиынтығы бар кубик болмаса, онда бұл екі күнтізбе әртүрлі болып есептеледі; қырларға цифрлардың қалай орналастырылғаны есепке алынбайды. (М. В. Карлукова)
4. Иринада әртүрлі елдердің 289 тиыны бар. Ол оларды бірнеше қорапқа тең бөліп салды, және әрбір қорапта тек бір елдің тиындары (бір данадан көп) жатыр. Белгілі болғаны: Беларусь тиындары жалпы санның 6%-нан көп, Испания тиындары — 12%-дан көп, Эквадор тиындары — 24%-дан көп, Ресей тиындары — 36%-дан көп. Иринада қанша қытай тиыны болуы мүмкін? Барлық мүмкін нұсқаларды табыңыз. (Л. С. Корешкова)
5. Егер сиқырлы автоматқа $n > 1$ натурал санын енгізсең, ол $n \times n$ торлы квадрат салады, одан бір ұяшықты алып тастайды және жалпы ауданы қандай да бір квадраттың ауданына тең болғанға дейін 1×2 домино тастарын қойып отырады. Сол жаңа квадраттың қабырғасының ұзындығын автомат жібереді. Катя автоматпен жүз рет алмасты және 2025 санын алды. Ол бастапқыда қандай сан енгізген? (П. Д. Муленко)
6. Оз елінде барлық қалалар 1-ден N -ге дейін нөмірленген, мұнда N — жұп сан, бірақ 4-ке бөлінбейді. Әрбір екі қала не сары кірпіштен жасалған жолмен, не жасыл изумруд жолымен қосылған. Бас Сиқыршы қалалардың нөмірленуін өзгертпек болады: бұрын сары жолмен қосылған қалалар жаңа нөмірлеуде жасыл жолмен, ал жасыл жолмен қосылғандар — сары жолмен қосылатындай етіп. Сиқыршының ойлағанын жүзеге асыруы мүмкін бе? (Л. С. Корешкова)
7. Жерден тұрғызылған төбе — барлық қырлары 3 м болатын дұрыс үшбұрышты пирамида. Әрбір қырды үш тең бөлікке бөлетін екі нүктеде бір-бірден гүл өсіп тұр. Барлығы 12 гүл. Ара осы гүлдердің біріне қонып, кейін барлық 12 гүлді ең қысқа жолмен аралағысы келеді. Сол ең қысқа маршруттың ұзындығы қандай? (Л. С. Корешкова)





Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2025-2026 оқу жылы. Іріктеу кезеңі



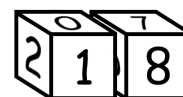
8-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

1. Петя шаршы пішінді қағазға ромб сызды, бірақ ол ромб шаршы емес. Әрқашан Вася сол қағазда ромбтың екі көршілес төбесіне сәйкес келетін екі көршілес төбесі бар шаршыны сыза ала ма?
(А. А. Теслер)

2. Кейбір ұяшықтарында тас тұрған $n \times n$ төр көз кесте берілген. Әр жолда, әр бағанда және екі негізгі диагональдың әрқайсысында дәл екі тастан бар. Осындай орналасу қандай n мәндері үшін мүмкін?
(С. П. Павлов)

3. Пашаның ағаш кубиктері және цифр жапсырмалары бар. Екі кубиктен сувенир-календарь жасауға болады — ол үшін екі кубиктің әр қырына бір жапсырмадан жапсыру керек, сонда оларды пайдаланып айдағы кез келген күнді (яғни 01-ден 31-ге дейінгі кез келген санды) құрастыруға болады. (Суретте 18 санын құрастыру мысалы көрсетілген.)

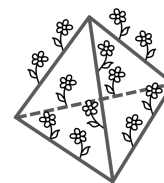


Паша әр досына осындай күнтізбенің ерекше нұсқасын сыйлағысы келеді. Ол қанша түрлі күнтізбе жасай алады?

Пашаның ойынша, егер бір күнтізбеде қандай да бір жапсырмалар жиынтығы бар кубик болса, ал екіншісінде дәл сондай жиынтығы бар кубик болмаса, онда бұл екі күнтізбе әртүрлі болып есептеледі; қырларға цифрлардың қалай орналастырылғаны есепке алынбайды.

(М. В. Карлукова)

4. Жерден тұрғызылған төбе — барлық қырлары 3 м болатын дұрыс үшбұрышты пирамида. Әрбір қырды үш тең бөлікке бөлетін екі нүктеде бір-бірден гүл өсіп тұр. Барлығы 12 гүл. Ара осы гүлдердің біріне қонып, кейін барлық 12 гүлді ең қысқа жолмен аралағысы келеді. Сол ең қысқа маршруттың ұзындығы қандай?

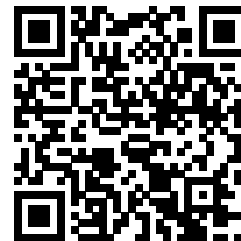


(Л. С. Корешкова)

5. Егер натурал санның алдына бір цифр қосып жазсақ, алынған сан бастапқы натурал санның квадратына тең болады. Осындай ең үлкен санды табыңыз.
(П. Д. Муленко)

6. Қабырғаларының ұзындығы әртүрлі және бүтін сан болатын, бұрыштарының бірі доғал ABC үшбұрышы берілген. A доғал бұрышынан BC -ге параллель түзу жүргізілді, және осы B және C бұрыштарының биссектрисаларымен қиылысу нүктелері тиісінше P және Q деп белгіленді. Егер $BC = 4$ болса, онда PQ неге тең?
(П. Д. Муленко)

7. Квиз бірнеше сұрақтан тұрады (біреуден көп), әрі әр сұрақта жауап нұсқаларының саны бірдей. Егер кезекті сұрақта қате жауап таңдалса, сіз жеңілесіз. Алайда сізде бүкіл квиз үшін бір «қосымша өмір» бар: алғашқы қате жауапта сіз ойыннан шықпайсыз, сол сұраққа тағы бір жауап беруге мүмкіндігіңіз болады (егер бұл жауап та қате болса — сіз жеңілесіз). Жауаптарды кездейсоқ таңдау арқылы квизден өту ықтималдығы $2/81$ -ге тең. Квизде неше сұрақ бар және әр сұрақта неше жауап нұсқасы бар?
(П. Д. Муленко)

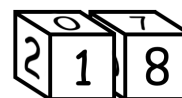


9-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

- Иринада әртүрлі елдердің 289 тиыны бар. Ол оларды бірнеше қорапқа тең бөліп салды, және әрбір қорапта тек бір елдің тиындары (бір данадан көп) жатыр. Белгілі болғаны: Беларусь тиындары жалпы санның 6%-нан көп, Испания тиындары — 12%-дан көп, Эквадор тиындары — 24%-дан көп, Ресей тиындары — 36%-дан көп. Иринада қанша қытай тиыны болуы мүмкін? Барлық мүмкін нұсқаларды табыңыз. (Л. С. Корешкова)
- 3×5 кестесінің әр ұяшығында натурал сан жазылған. Барлық сандар әртүрлі, және барлық жолдардың қосындылары бірдей, барлық бағандардың қосындылары да бірдей. Кестедегі барлық сандардың қосындысының ең кіші мүмкін мәні қандай? (А. А. Теслер)
- Радиусы 40 км болатын аралда бірнеше құдық бар. Құдықтан 25 км-ден жақын жерде теңіз де, басқа құдық та болмаса, мұндай құдық *алшақ орналасқан* деп аталады. Аралда ең көп дегенде осындай алшақ орналасқан қанша құдық болуы мүмкін? (А. А. Теслер)
- $2025n + 1$ және $5202n + 1$ (n — натурал сан) сандарының ЕҮОБ-ы (ең үлкен ортақ бөлгіші) қандай тақ сан болуы мүмкін? Барлық мүмкін мәндерді көрсетіңіз және басқа мәндер болмайтынын дәлелдеңіз. (С. П. Павлов)
- Қабырғаларының ұзындығы әртүрлі және бүтін сан болатын, бұрыштарының бірі доғал ABC үшбұрышы берілген. A доғал бұрышынан BC -ге параллель түзу жүргізілді, және осы B және C бұрыштарының биссектрисаларымен қиылысу нүктелері тиісінше P және Q деп белгіленді. Егер $BC = 4$ болса, онда PQ неге тең? (П. Д. Муленко)
- Квиз бірнеше сұрақтан тұрады (біреуден көп), әрі әр сұрақта жауап нұсқаларының саны бірдей. Егер кезекті сұрақта қате жауап таңдалса, сіз жеңілесіз. Алайда сізде бүкіл квиз үшін бір «қосымша өмір» бар: алғашқы қате жауапта сіз ойыннан шықпайсыз, сол сұраққа тағы бір жауап беруге мүмкіндігіңіз болады (егер бұл жауап та қате болса — сіз жеңілесіз). Жауаптарды кездейсоқ таңдау арқылы квизден өту ықтималдығы $2/81$ -ге тең. Квизде неше сұрақ бар және әр сұрақта неше жауап нұсқасы бар? (П. Д. Муленко)

- Павел Дмитриевич сувенир күнтізбелерін шығаратын зауыттың иесі. Күнтізбе екі кубик пен цифр жапсырмаларынан жасалады: айдағы кез келген күнді (01-ден 31-ге дейін) ұрастыру мүмкін болатындай, екі кубиктің әр қырына қ бір жапсырмадан жапсыру керек (суретте 18 санының мысалы көрсетілген). Зауыттың ерекше мақтанышы — шығарылатын әр өнім басқа өнімдерден өзгеше. Барлығы қанша түрлі күнтізбе жасауға болады?

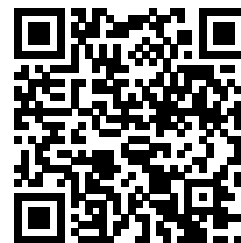


Егер бірінші күнтізбедегі әр кубикке екінші күнтізбеден дәл сондай кубик табылса, екі күнтізбе бірдей деп есептеледі, Егер оларды бір-бірінің қасына қойғанда алты қыры да бірдей көрінсе, яғни жапсырмалар да, олардың орналасуы да дәл сәйкес келсе, екі кубик бірдей деп есептеледі, 0 және 8 цифрларының центрлік симметриясы бар, ал қалған цифрларда жоқ.

(М. В. Карлукова)



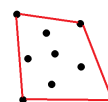
Халықаралық математикалық олимпиада
«Бірлік формуласы» / «Үшінші мыңжылдық»
2025-2026 оқу жылы. Іріктеу кезеңі

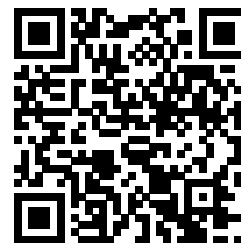


10-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

- 2021 жылдан 2030 жылға дейінгі (осы онжылдықтағы) қандай жылдарды төмендегідей түрде көрсетуге болады: бұл жыл бір таңбалы, екі таңбалы, үш таңбалы және төрт таңбалы сандардың қосындысына тең, және осы сандарды жазғанда 0-ден 9-ға дейінгі әр цифр дәл бір рет қана қолданылады? Барлық осындай жылдарды көрсетіңіз. (С. П. Павлов)
- 13×13 торкөз кесте 169 бірлік ұяшықтан тұрады. Сергей бұл кестеге бір-бірін шабуылдамайтын төрт ферзь орналастырды. Ферзьдер тұрған ұяшықтардың орталықтары ромб түзетіні белгілі болды. Бұл ромб міндетті түрде квадрат бола ма? (С. П. Павлов)
- 4×5 кестесінің әр ұяшығында натурал сан жазылған. Барлық сандар әртүрлі, және барлық жолдардың қосындылары бірдей, барлық бағандардың қосындылары да бірдей. Кестедегі барлық сандардың қосындысының ең кіші мүмкін мәні қандай? (А. А. Теслер)
- ω шеңберіне іштей $ABCDEF$ алтыбұрышы сызылған, мұнда $AB = BC = CD$. BE кесіндісі CF және DF кесінділерін тиісінше G және H нүктелерінде қиып өтеді, ал AE кесіндісі CF және BF кесінділерін тиісінше J және K нүктелерінде қиып өтеді. Белгілі болғандай, GK және HJ түзулері ω шеңберінде жатқан L нүктесінде қиылысады және осы түзулер шеңберді M және N нүктелерінде тағы қиып өтеді. $MN = AB$ екенін дәлелдеңіз. (О. А. Пяйве)
- Тоты құс Роза өз атындағы төрт дыбстың бәрін біледі және ұзындығы 1-ден n дыбысқа дейінгі «сөздерді» айта алады. Сонымен қатар ол қатарынан екі бірдей дыбысты айта алмайды. Роза неше түрлі «сөз» айта алады? Жауапты жабық формада (яғни көпнүктесіз және қосынды таңбаларынсыз) жазыңыз. (О. С. Третьякова)
- Шеңберге іштей үш әртүрлі сүйір бұрышты үшбұрыш салынған (үшбұрыштардың ортақ төбелері жоқ). Таңдалған үш нүкте барлық бұрыштары 90° аспайтын үшбұрыш құрайтындай, үшбұрыштардың әрқайсысынан бір-бірден төбе таңдап алуға болатынын дәлелдеңіз. (Л. С. Корешкова)
- Паша мен Варя мынадай ойын ойнайды. Ойыншылар кезекпен жазықтықта нүкте белгілейді, барлығы 2025 нүкте белгіленуі керек (ойынды Паша бастайды және аяқтайды). Осыдан кейін Варя Пашаға шыққан нүктелер жиынының дөңес қабығының төбелерінің санына тең ақша төлейді. Паша үшін қандай ең үлкен N мәні бар, яғни Пашаның Варя қалай ойнаса да кем дегенде N рубль алуына мүмкіндік беретін стратегиясы бар?
Дөңес қабық — берілген нүктелер жиынын қамтитын ең кіші көпбұрыш. Оң жақтағы суретте 9 нүктеден тұратын жиын және оның дөңес қабығы — төртбұрыш — көрсетілген. (А. А. Теслер)





11-сыныпқа арналған есептер

Жұмыстар электронды түрде ұсынылады (мысалы, сканерленген немесе мәтіні бар құжаттық файлдар түрінде), мәліметтер бетте: formulo.org/ru/olymp/2025-math-ru/. Тапсыру мерзімі — 2025 жылдың 5 қарашасы, UTC уақытымен 23:59:59 (яғни, 6 қарашада Мәскеу уақыты бойынша сағат 02:59:59). Жұмыс өз бетінше орындалуы керек. Көптеген есептер тек жауаптарды ғана емес, сонымен қатар толық негіздемелерді де талап етеді. Жұмыста қатысушының жеке ақпараты болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.

- Барлық он цифрды жұптарға бөліп, әр жұпта үлкен цифрдан кіші цифрды азайтып, айырмасын есептеді. Осы айырмалардың көбейтіндісі екінің қандай ең үлкен дәрежесіне тең бола алады.
(С. П. Павлов)
- ω шеңберіне іштей $ABCDEF$ алтыбұрышы сызылған, мұнда $AB = BC = CD$. BE кесіндісі CF және DF кесінділерін тиісінше G және H нүктелерінде қиып өтеді, ал AE кесіндісі CF және BF кесінділерін тиісінше J және K нүктелерінде қиып өтеді. Белгілі болғандай, GK және HJ түзулері ω шеңберінде жатқан L нүктесінде қиылысады және осы түзулер шеңберді M және N нүктелерінде тағы қиып өтеді. $MN = AB$ екенін дәлелдеңіз.
(О. А. Пяйве)
- Бір тік төртбұрыш екі түрлі кубтың қимасы болып табылады. Осы кубтардың көлемдерінің қатынасының ең үлкен мүмкін мәні қандай?
(А. А. Теслер)
- 4×2025 өлшемді кестенің әр ұяшығында натурал сан тұр. Барлық сандар әртүрлі, және барлық жолдардың қосындылары бірдей, барлық бағандардың қосындылары да бірдей. Осы кестедегі сандардың қосындысының ең кіші мүмкін мәні қандай?
(А. А. Теслер)
- Егер сиқырлы автоматқа $n > 1$ натурал санын енгізсе, ол $n \times n$ торкөз кесте салып, одан бір ұяшықты өшіреді және осындай фигураларды олардың жалпы ауданы қандай да бір тор квадраттың ауданына тең болғанша салып отырады. Сол жаңа квадраттың қабырғасының ұзындығын автомат жібереді. Мысалы, 5 саны жазылған карточканы енгізсек, автомат 5×5 квадраттын бір ұяшығы жоқ түрде салады, оны 6 рет қайталайды (нәтижесінде 144 ұяшық болады, бұл 12^2 -ге тең) және 12 санын қайтарады. Барлығы автомат 10 рет жұмыс істеді. Соңында алынған карточкадағы санның цифрлар саны бастапқы карточкадағы санның цифрлар санынан 1024 есе көп болуы мүмкін бе?
(П. Д. Муленко, А. А. Теслер)
- Павел Дмитриевич сувенир күнтізбелерін шығаратын зауыттың иесі. Күнтізбе екі кубик пен цифр жапсырмаларынан жасалады: айдағы кез келген күнді (01-ден 31-ге дейін) ұрастыру мүмкін болатындай, екі кубиктің әр қырына қ бір жапсырмадан жапсыру керек (суретте 18 санының мысалы көрсетілген). Зауыттың ерекше мақтанышы — шығарылатын әр өнім басқа өнімдерден өзгеше. Барлығы қанша түрлі күнтізбе жасауға болады?
Егер бірінші күнтізбедегі әр кубикке екінші күнтізбеден дәл сондай кубик табылса, екі күнтізбе бірдей деп есептеледі, Егер оларды бір-бірінің қасына қойғанда алты қыры да бірдей көрінсе, яғни жапсырмалар да, олардың орналасуы да дәл сәйкес келсе, екі кубик бірдей деп есептеледі, 0 және 8 цифрларының центрлік симметриясы бар, ал қалған цифрларда жоқ.
(М. В. Карлукова)
- Паша мен Варя мынадай ойын ойнайды. Ойыншылар кезекпен жазықтықта нүкте белгілейді, барлығы 2025 нүкте белгіленуі керек (ойынды Паша бастайды және аяқтайды). Осыдан кейін Варя Пашаға шыққан нүктелер жиынының дөңес қабығының төбелерінің санына тең ақша төлейді. Паша үшін қандай ең үлкен N мәні бар, яғни Пашаның Варя қалай ойнаса да кем дегенде N рубль алуына мүмкіндік беретін стратегиясы бар?
Дөңес қабық — берілген нүктелер жиынын қамтитын ең кіші көпбұрыш. Оң жақтағы суретте 9 нүктеден тұратын жиын және оның дөңес қабығы — төртбұрыш — көрсетілген.
(А. А. Теслер)

