

## Problemas para nível B5

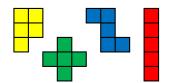


Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. É possível colocar todos os nove dígitos não nulos 1, 2, . . . , 9 na igualdade \* + \* + \* + \* + \* + \* + \* + \* = \*\* de modo que a equação seja verdadeira? (À esquerda, há sete números de um dígito; à direita, é um número de dois dígitos.)

  (S. Pavlov)
- 2. Programadores russos inventaram um novo jogo chamado "Tetris-5". As peças (mostradas na figura) podem ser colocadas em uma grade quadrada em qualquer orientação de modo que não se sobreponham (como no "Tetris" clássico, as peças podem ser giradas, mas não refletidas).



- a) Prove que é possível cobrir um tabuleiro 8 × 8 se as quatro células dos cantos forem removidas.
- **b)** Prove que é impossível cobrir um tabuleiro 2026 × 2026 se as quatro células dos cantos forem removidas. (*L. Koreshkova*)
- 3. Se você colocar o dígito 2 na frente de um número natural (ou seja, escrevê-lo antes do número, por exemplo,  $13 \rightarrow 213$ ), o resultado é o quadrado desse número. Que número pode ser esse? Encontre todas as soluções possíveis e prove que não existem outras. (*P. Mulenko*)
- 4. Mariazinha ganhou de aniversário um quebra-cabeça retangular, composto por várias peças quadradas de mesmo tamanho, cada uma com reentrâncias ou saliências em seus lados (o contorno geral do quebra-cabeça é retangular e sem buracos).





Sabe-se que este conjunto contém as duas peças mostradas na figura. Qual é o menor número de peças que o quebra-cabeça pode ter? Não se esqueça de fornecer um exemplo e explicar por que não pode haver menos peças.

(P. Mulenko)

- 5. Uma formiga se move por um túnel da borda esquerda de um formigueiro até a direita (a largura do formigueiro é de 28 cm). O túnel consiste em trechos horizontais, subidas e descidas (todas as subidas e descidas têm a mesma inclinação). Em uma subida, a formiga se move a 3 cm/min e, nos trechos horizontais, a 4 cm/min. A jornada inteira levou 7 minutos. O túnel não é completamente horizontal, mas no final a formiga está na mesma altura em que começou (ou seja, a subida total é igual à descida total). Encontre a velocidade da formiga em uma descida (em cm/min).

  (P. Mulenko)
- 6. O papagaio José conhece os quatro sons de seu nome (J, O, S e É) e consegue pronunciar "palavras" que consistem de 1 a 3 sons. No entanto, ele não consegue pronunciar o mesmo som duas vezes seguidas. Quantas "palavras" diferentes José consegue pronunciar? (O. Tretyakova)
- 7. Todos os dez dígitos foram divididos em 5 pares e, para cada par, calculou-se a diferença (subtraindo o dígito menor do maior). Qual é a maior potência de dois que pode ser igual ao produto de todas essas diferenças? (Uma "potência de dois" é um número obtido pela multiplicação do dois por si mesmo várias vezes; por exemplo, a quinta potência de dois é  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ .) (S. Pavlov)



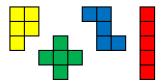
## Problemas para nível B6



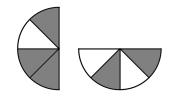
Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

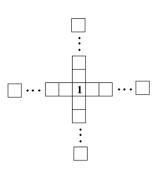
- É possível colocar todos os nove dígitos não nulos 1, 2, ..., 9 na igualdade \* + \* + \* + \* + \* + \* + \* + \* = \*\* de modo que a equação seja verdadeira? (À esquerda, há sete números de um dígito; à direita, é um número de dois dígitos.)
   (S. Pavlov)
- 2. Programadores russos inventaram um novo jogo chamado "Tetris-5". As peças (mostradas na figura) podem ser colocadas em uma grade quadrada em qualquer orientação de modo que não se sobreponham (como no "Tetris" clássico, as peças podem ser giradas, mas não refletidas).



- a) Prove que é possível cobrir um tabuleiro 8 × 8 se as quatro células dos cantos forem removidas.
- **b)** Prove que é impossível cobrir um tabuleiro 2026 × 2026 se as quatro células dos cantos forem removidas. (*L. Koreshkova*)
- 3. Um disco circular transparente é dividido em 8 setores iguais. Alguns dos setores estão sombreados. Se o disco for dobrado ao meio ao longo do eixo vertical, três setores sombreados ficam visíveis. Se o disco for dobrado ao meio ao longo do eixo horizontal, dois setores sombreados ficam visíveis. Quantos setores estão sombreados no total? Encontre todas as respostas possíveis e prove que não existem outras. (P. Mulenko)



4. Em um tabuleiro em forma de cruz feito de células quadradas (veja a figura), dois jogadores se revezam fazendo jogadas. No início do jogo, apenas a célula central está ocupada, contendo o número 1. Uma jogada consiste em escrever os próximos quatro números naturais consecutivos nas quatro células adjacentes às já ocupadas — um número em cada direção da cruz — de modo que quaisquer dois números colocados em células vizinhas sejam primos entre si (ou seja, não tenham divisores comuns maiores que 1). O primeiro jogador escreve os números 2, 3, 4, 5; depois o segundo jogador escreve 6, 7, 8, 9; e assim por diante. Se um dos jogadores não puder fazer uma jogada, ele perde. Qual jogador pode garantir a vitória com uma estratégia perfeita? (S. Pavlov)



- 5. O papagaio José conhece os quatro sons de seu nome (J, O, S e É) e consegue pronunciar "palavras" que consistem de 1 a 4 sons. No entanto, ele não consegue pronunciar o mesmo som duas vezes seguidas. Quantas "palavras" diferentes José consegue pronunciar? (O. Tretyakova)
- 6. Irene tem 289 moedas de vários países. Ela as distribuiu igualmente em várias caixas e em cada caixa há moedas (mais de uma) de apenas um país. Sabe-se que as moedas turcas constituem mais de 6% do total, as espanholas mais de 12%, as equatorianas mais de 24% e as russas mais de 36%. Quantas moedas chinesas Irene pode ter? Encontre todas as possibilidades. (*L. Koreshkova*)
- 7. Na Terra de Oz, todas as cidades são numeradas de 1 a N, onde N é par, mas não é divisível por 4. Cada par de cidades é conectado ou por uma estrada de tijolos amarelos ou por uma estrada de esmeraldas verdes. O Grande Mágico decidiu renumerar as cidades de forma que os pares de números originalmente conectados por uma estrada amarela passassem a ser conectados por uma estrada verde, e vice-versa. É possível para o Mágico conseguir isso? (*L. Koreshkova*)



## Problemas para nível B7



Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. Uma formiga se move por um túnel da borda esquerda de um formigueiro até a direita (a largura do formigueiro é de 28 cm). O túnel consiste em trechos horizontais, subidas e descidas (todas as subidas e descidas têm a mesma inclinação). Em uma subida, a formiga se move a 3 cm/min e, nos trechos horizontais, a 4 cm/min. A jornada inteira levou 7 minutos. O túnel não é completamente horizontal, mas no final a formiga está na mesma altura em que começou (ou seja, a subida total é igual à descida total). Encontre a velocidade da formiga em uma descida (em cm/min). (P. Mulenko)
- 2. Cada quadrado de um tabuleiro 3 × 5 contém um número inteiro positivo. Todos os números são distintos, mas as somas dos números em todas as linhas são iguais, e as somas dos números em todas as colunas também são iguais. Qual é a menor soma possível de todos os números do tabuleiro?

(A. Tesler)

- 3. Paulo tem muitos cubos de madeira e algarismos em adesivos. Usando dois cubos, é possível fazer um calendário de presente: cada face de ambos os cubos deve ser coberta com um adesivo de modo que, ao organizar os cubos adequadamente, qualquer dia do mês possa ser exibido (ou seja, qualquer número de 01 a 31; um exemplo do número 18 é mostrado na imagem). Paulo quer uma versão especial desse calendário para cada um dos amigos. Quantos calendários diferentes pode fazer? Paulo considera dois calendários diferentes se em um deles houver um cubo com um determinado conjunto de adesivos, enquanto no outro não houver um cubo com o mesmo conjunto de adesivos. A disposição dos algarismos nas faces do cubo não é levada em consideração.

  (M. Karlukova)
- 4. Irene tem 289 moedas de vários países. Ela as distribuiu igualmente em várias caixas e em cada caixa há moedas (mais de uma) de apenas um país. Sabe-se que as moedas turcas constituem mais de 6% do total, as espanholas mais de 12%, as equatorianas mais de 24% e as russas mais de 36%. Quantas moedas chinesas Irene pode ter? Encontre todas as possibilidades. (*L. Koreshkova*)
- 5. Se um número inteiro n > 1 for inserido em uma máquina mágica, ela constrói uma grade quadrada de tamanho  $n \times n$ , remove um único quadrado  $1 \times 1$  dela e, em seguida, adiciona peças de dominó  $1 \times 2$  até que a área total das figuras se iguale à área de algum quadrado de lado inteiro. A máquina então retorna o comprimento do lado desse novo quadrado. Cátia reintroduziu o resultado na máquina cem vezes consecutivas e recebeu 2025. Com que número ela começou? (*P. Mulenko*)
- 6. Na Terra de Oz, todas as cidades são numeradas de 1 a N, onde N é par, mas não é divisível por 4. Cada par de cidades é conectado ou por uma estrada de tijolos amarelos ou por uma estrada de esmeraldas verdes. O Grande Mágico decidiu renumerar as cidades de forma que os pares de números originalmente conectados por uma estrada amarela passassem a ser conectados por uma estrada verde, e vice-versa. É possível para o Mágico conseguir isso? (*L. Koreshkova*)
- 7. Uma colina tem o formato de uma pirâmide triangular regular com todas as arestas medindo 3 m. Em cada aresta, há duas flores crescendo nos pontos que dividem a aresta em três partes iguais. Uma abelha pousa numa das flores e quer visitar todas as 12 flores pelo caminho mais curto possível. Qual o comprimento desse percurso? (*L. Koreshkova*)





## Problemas para nível B8



Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. Pedro desenhou um losango em uma folha de papel quadrada; o losango não é um quadrado. Victor sempre será capaz de desenhar, na mesma folha, um quadrado de modo que dois vértices adjacentes do quadrado coincidam com dois vértices adjacentes do losango? (A. Tesler)
- 2. Em uma grade  $n \times n$ , alguns quadrados contêm peças de dama (não mais do que 1 peça por quadrado) de tal forma que cada linha, cada coluna e cada uma das duas diagonais principais contenham exatamente duas peças. Para quais valores de n isso é possível? (S. Pavlov)
- 3. Paulo tem muitos cubos de madeira e algarismos em adesivos. Usando dois cubos, é possível fazer um calendário de presente: cada face de ambos os cubos deve ser coberta com um adesivo de modo que, ao organizar os cubos adequadamente, qualquer dia do mês possa ser exibido (ou seja, qualquer número de 01 a 31; um exemplo do número 18 é mostrado na imagem). Paulo planeja iniciar um negócio produzindo calendários de presente e quer que cada produto seja único. Quantos calendários diferentes pode fazer?

  Paulo considera dois calendários idênticos se, para cada cubo no primeiro calendário, existir um cubo idêntico no segundo. Dois cubos são considerados idênticos se puderem ser colocados lado a lado de modo que cada face correspondente tenha o mesmo adesivo de algarismo, podendo o algarismo estar rotacionado na face.

  (M. Karlukova)
- 4. Uma colina tem o formato de uma pirâmide triangular regular com todas as arestas medindo 3 m. Em cada aresta, há duas flores crescendo nos pontos que dividem a aresta em três partes iguais. Uma abelha pousa numa das flores e quer visitar todas as 12 flores pelo caminho mais curto possível. Qual o comprimento desse percurso? (*L. Koreshkova*)



- 5. Se você adicionar um único dígito à frente de um número natural (ou seja, escrever um dígito antes do número, por exemplo,  $13 \rightarrow 213$ ), o resultado é o quadrado desse número. Encontre o maior desses números. (*P. Mulenko*)
- 6. Considere um triângulo obtusângulo *ABC* com lados de comprimentos inteiros distintos. Pelo vértice do ângulo obtuso *A*, traça-se uma reta paralela a *BC*, e os pontos de interseção dessa reta com as bissetrizes dos ângulos *B* e *C* são marcados como *P* e *Q*. Se *BC* = 4, qual é o comprimento de *PQ*?

  (*P. Mulenko*)
- 7. Um teste consiste de várias questões (mais de uma), e cada questão tem o mesmo número de opções de resposta. Se você escolher uma resposta errada em qualquer questão, você perde. No entanto, você tem uma "vida extra" para o teste inteiro: na primeira vez que você escolher uma resposta errada, você não é eliminado e pode tentar novamente na mesma questão (se a segunda resposta também for errada, você perde). A probabilidade de passar no teste chutando respostas aleatoriamente é 2/81. Quantas questões há no teste e quantas opções de resposta cada questão tem? (*P. Mulenko*)



## Problemas para nível B9



Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. Irene tem 289 moedas de vários países. Ela as distribuiu igualmente em várias caixas e em cada caixa há moedas (mais de uma) de apenas um país. Sabe-se que as moedas turcas constituem mais de 6% do total, as espanholas mais de 12%, as equatorianas mais de 24% e as russas mais de 36%. Quantas moedas chinesas Irene pode ter? Encontre todas as possibilidades. (*L. Koreshkova*)
- 2. Cada quadrado de um tabuleiro 3 × 5 contém um número inteiro positivo. Todos os números são distintos, mas as somas dos números em todas as linhas são iguais, e as somas dos números em todas as colunas também são iguais. Qual é a menor soma possível de todos os números do tabuleiro?

(A. Tesler)

- 3. Em uma ilha com raio de 40 km, existem vários poços. Um poço é chamado de *remoto* se não houver mar ou outro poço a menos de 25 km dele. Qual é o número máximo de poços remotos que podem ser localizados na ilha?

  (A. Tesler)
- 4. O MDC (máximo divisor comum) de 2025n + 1 e 5202n + 1, onde n é um número natural, é ímpar. Encontre todos os valores possíveis para este MDC e prove que nenhum outro valor é possível.

(S. Pavlov)

- 5. Considere um triângulo obtusângulo *ABC* com lados de comprimentos inteiros distintos. Pelo vértice do ângulo obtuso *A*, traça-se uma reta paralela a *BC*, e os pontos de interseção dessa reta com as bissetrizes dos ângulos *B* e *C* são marcados como *P* e *Q*. Se *BC* = 4, qual é o comprimento de *PQ*?

  (*P. Mulenko*)
- 6. Um teste consiste de várias questões (mais de uma), e cada questão tem o mesmo número de opções de resposta. Se você escolher uma resposta errada em qualquer questão, você perde. No entanto, você tem uma "vida extra" para o teste inteiro: na primeira vez que você escolher uma resposta errada, você não é eliminado e pode tentar novamente na mesma questão (se a segunda resposta também for errada, você perde). A probabilidade de passar no teste chutando respostas aleatoriamente é 2/81. Quantas questões há no teste e quantas opções de resposta cada questão tem? (*P. Mulenko*)
- 7. O Sr. Paulo é dono de uma fábrica que produz calendários de souvenir. Cada calendário é feito de dois cubos e adesivos com dígitos: cada face de ambos os cubos deve ser coberta com um adesivo de modo que, arrumando os cubos adequadamente, qualquer dia do mês possa ser exibido (ou seja, qualquer número de 01 a 31; um exemplo é o número 18 é mostrado na figura). A fábrica orgulha-se do fato de que cada produto é diferente dos outros. Quantos calendários distintos a fábrica pode produzir?
  - Dois calendários são considerados idênticos se para cada cubo no primeiro calendário houver um cubo idêntico no segundo. Dois cubos são considerados idênticos se puderem ser colocados lado a lado de modo que cada face correspondente tenha o mesmo adesivo de dígito na mesma posição. Adesivos com os dígitos 0 e 8 têm simetria central, enquanto todos os outros não. (M. Karlukova)



#### Problemas para nível B10

Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. Liste todos os anos da década atual (de 2021 a 2030) que podem ser representados como a soma de um número de um dígito, um de dois dígitos, um de três dígitos e um de quatro dígitos, usando cada dígito exatamente uma vez.

  (S. Pavlov)
- 2. Um tabuleiro de xadrez 13 × 13 consiste em 169 quadrados unitários. Serge posicionou quatro rainhas nele de modo que nenhuma delas se ataque. Notou-se que os centros dos quadrados contendo as rainhas formam um losango. É necessário que este losango seja um quadrado? (S. Pavlov)
- 3. Cada quadrado de uma grade 4×5 contém um número inteiro positivo. Todos os números são distintos, mas as somas dos números em todas as linhas são iguais, e as somas dos números em todas as colunas também são iguais. Qual é a menor soma possível de todos os números na grade? (A. Tesler)
- 4. No círculo  $\omega$ , está inscrito um hexágono ABCDEF tal que AB = BC = CD. O segmento BE intercepta CF e DF nos pontos G e H, respectivamente, e o segmento AE intercepta CF e BF nos pontos G e G0. Prove que G1. Prove que G2. (O. Pyayve)
- O papagaio José conhece todos os quatro sons de seu nome (J, O, S e É) e pode pronunciar "palavras" de comprimento 1 a n sons. No entanto, ele não pode pronunciar o mesmo som duas vezes seguidas. Quantas "palavras" diferentes José pode pronunciar? Escreva a resposta em forma fechada (sem reticências e sinal de ∑).
   (O. Tretyakova)
- 6. Três triângulos acutângulos distintos (sem vértices compartilhados) estão inscritos em um círculo. Prove que é possível escolher um vértice de cada triângulo de modo que o triângulo formado por estes três pontos não seja obtusângulo. (*L. Koreshkova*)
- 7. Paulo e Bárbara estão jogando o seguinte jogo. Na sua vez, um jogador marca um ponto no plano até que 2025 pontos tenham sido marcados (Paulo começa e também faz o último movimento). Então Bárbara deve pagar a Paulo tantos dólares quantos forem os vértices do fecho convexo do conjunto resultante de pontos. Qual o valor máximo N para o qual Paulo tem uma estratégia que lhe garante pelo menos N dólares, independentemente de como Bárbara jogue?
  - O fecho convexo de um conjunto finito de pontos é o polígono convexo mínimo (por inclusão) contendo todos esses pontos. Na figura, um conjunto de 9 pontos e seu fecho convexo quadrilateral são mostrados.

    (A. Tesler)







#### Problemas para nível B11

Por favor, entregue sua prova em formato eletrônico (ex: como um arquivo de texto ou uma digitalização/escaneamento), até as 23:59:59 UTC de 5 de novembro de 2025. Mais detalhes estão na página formulo.org/en/olymp/2025-math-en/.

Por favor, resolva as questões individualmente. Lembre-se que a maioria dos problemas exige, além de uma resposta, a sua demonstração completa. A prova não deve conter seus dados pessoais, portanto, **por favor, não assine sua prova**.

- 1. Todos os dez dígitos foram divididos em 5 pares e, para cada par, a diferença foi calculada (subtraindo o dígito menor do maior). Qual é a maior potência de dois que pode ser igual ao produto de todas essas diferenças?
  (S. Pavlov)
- 2. No círculo  $\omega$ , está inscrito um hexágono ABCDEF tal que AB = BC = CD. O segmento BE intercepta CF e DF nos pontos G e H, respectivamente, e o segmento AE intercepta CF e BF nos pontos G e G0. Prove que G1. Prove que G2. (O. Pyayve)
- 3. Um retângulo é uma seção transversal de dois cubos diferentes. Qual é a maior razão possível dos volumes desses cubos? (A. Tesler)
- 4. Cada quadrado de um tabuleiro 4 × 2025 contém um número inteiro positivo. Todos os números são distintos, mas as somas dos números em todas as linhas são iguais, e as somas dos números em todas as colunas também são iguais. Qual é a soma mínima possível de todos os números no tabuleiro?

(A. Tesler)

- 5. Se um número inteiro n > 1 for inserido em uma máquina mágica, ela constrói um tabuleiro quadrado de tamanho  $n \times n$ , remove um único quadrado  $1 \times 1$  dele e continua desenhando tais figuras até que a área total de todas as figuras desenhadas se torne igual à área de algum quadrado com lado inteiro. A máquina então retorna o comprimento do lado deste novo quadrado. Por exemplo, ao receber o número 5, a máquina constrói um tabuleiro quadrado  $5 \times 5$  sem um quadrado, repete esta figura 6 vezes (obtendo 144 quadrados no total, que é igual a  $12^2$ ), e retorna o número 12. Se a máquina realizou esta operação 10 vezes, o número de dígitos no cartão final poderia ser 1024 vezes maior que no original? (*P. Mulenko, A. Tesler*)
- 6. O Sr. Paulo é dono de uma fábrica que produz calendários de souvenir. Cada calendário é feito de dois cubos e adesivos com dígitos: cada face de ambos os cubos deve ser coberta com um adesivo de modo que, arrumando os cubos adequadamente, qualquer dia do mês possa ser exibido (ou seja, qualquer número de 01 a 31; um exemplo é o número 18 é mostrado na figura). A fábrica orgulha-se do fato de que cada produto é diferente dos outros. Quantos calendários distintos a fábrica pode produzir?

  Dois calendários são considerados idênticos se para cada cubo no primeiro calendário houver um cubo idêntico no segundo. Dois cubos são considerados idênticos se puderem ser colocados lado a lado de modo que cada face correspondente tenha o mesmo adesivo de dígito na mesma posição. Adesivos com os dígitos 0 e 8 têm simetria central, enquanto todos os outros não.

  (M. Karlukova)
- 7. Paulo e Bárbara estão jogando o seguinte jogo. Na sua vez, um jogador marca um ponto no plano até que 2025 pontos tenham sido marcados (Paulo começa e também faz o último movimento). Então Bárbara deve pagar a Paulo tantos dólares quantos forem os vértices do fecho convexo do conjunto resultante de pontos. Qual o valor máximo N para o qual Paulo tem uma estratégia que lhe garante pelo menos N dólares, independentemente de como Bárbara jogue?
  - O fecho convexo de um conjunto finito de pontos é o polígono convexo mínimo (por inclusão) contendo todos esses pontos. Na figura, um conjunto de 9 pontos e seu fecho convexo quadrilateral são mostrados.

    (A. Tesler)