



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



5-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

- Qandaydir kvadratni besh xil o'lchamdagi 12 ta kvadratga kesib olish mumkinmi? (Besh o'lchamning har biri kamida bir marta uchrashi kerak.)
Eslatma. O'ng tomonda kvadratni uch xil o'lchamdagi 11 kvadratga kesish misoli keltirilgan. (A. Tesler)
- | | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
- Kamola doskaga ko'paytirish uchun misol yozdi va uni harf rebuslari qoidalariga muvofiq shifrladi: $TRIO \times 111 = JARMILO$ (bir xil harflarga bir xil raqamlar mos keladi, har xil harflarga — har xil raqamlar). Ushbu rebusning kamida bitta yechimini toping. (P. Mullenko)
Eslatma. Esperanto tilidan tarjima: «trio» — uch, «jarmilo» — ming yil.
 - Beshinchi sinf o'quvchisi Azamat yozgi ta'til paytida muntazam ravishda hovuzga borishni xohlaydi. U har hafta 2 kun ertalab va kechqurun va 4 kun — faqat kechqurun mashq qilishni rejalashtirmoqda. Shu bilan birga, u ketma-ket ikki kun ham ertalab, ham kechqurun mashq qila olmaydi. U bir hafta davomida mashg'ulotlarini rejalashtirishni va butun yoz davomida ushbu jadvalga rioya qilishni xohlaydi. U buni necha usulda qila oladi? (L. Koreshkova)
 - Sayyoh Omadbek uchta kastaga ega bo'lgan qishloqqa tashrif buyurdi: *ritsarlar*, ular «Ha» deb javob berishadi, agar ulardan so'ralgan narsa to'g'ri bo'lsa, va «Yo'q» deb, agar noto'g'ri bo'lsa; *yolg'onchilar*, aksincha qilishadi; va *ko'chiruvchilar*, ular oxirgi eshitgan gapni takrorlashadi. Omadbek olti nafar kishiga yaqinlashdi va (bir marta) ular ko'chiruvchilarmi, deb so'radi, bunga javoban 3 xil gap eshitdi, har biridan ikki martadan. Ushbu olti kishi orasida nechta ko'chiruvchilar bo'lishi mumkin? Barcha mumkin bo'lgan variantlarni keltiring. (P. Mullenko)
 - Kichkina bolakay Jasurbek momaqaldiroqdan juda qo'rqadi, shuning uchun uxlab qolish uchun qo'ylarni sanaydi. Shu bilan birga, u momaqaldiroq ovozi eshitganda, u (qo'rquvdan) navbatdagi qo'yni ikkita deb sanaydi. Qo'ylar k soniyada bir marta yugurib o'tadi (bu yerda k — ikkidan katta butun son). Momaqaldiroq teng vaqt oralig'ida chaladi, bunda har bir momaqaldiroq chalishi qandaydir qo'yning paydo bo'lishiga to'g'ri keladi. Birinchi qo'y momaqaldiroq paytida yugurib o'tdi, dastlabki 60 soniyada, 60-chi soniyada ham, (ham birinchi qo'y ham birinchi chalishni hisobga olgan holda) momaqaldiroq uch marta urdi va dastlabki 90 soniyada, 90-chi soniyada ham, u 23 ta qo'yni sanadi. Qo'ylar qanchalik tez yugurib o'tishadi? (P. Mullenko)
 - Garri Potter voqeasidan so'ng, Xogvartsda Bir nechta Sehrgarlar Turnirida ishtirokchilar soniga cheklov bekor qilindi, ammo dastlabki sinov joriy etildi: sehrli duellar bo'yicha erkin chempionat, unda ishtirokchilar erkin tartibda raqiblarini tanlaydi va duel uyushtiradilar (durranglar bo'lmaydi). Ikki marta mag'lub bo'lgan Turnirdan chetlatiladi. Hamma uchta duelda qatnashganida, Turnirda atigi 2 nafar ishtirokchi qolganligi ma'lum bo'ladi, ikkalasi ham hech mag'lubiyatga uchramagan. Bir nechta Sehrgarlar Turnirida ishtirok etish uchun nechta ishtirokchi raqobatlashdi? Har bir mumkin bo'lgan miqdor uchun misol keltiring. (P. Mullenko)
 - 10 dan katta bo'lmagan turli natural sonlardan eng ko'p nechtasini, tanlanganlardan har qanday N soni uchun boshqa barcha sonlarning ko'paytmasi butunlay N ga bo'linishi to'g'ri bo'ladigan qilib, tanlash mumkin? (S. Pavlov)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



6-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

- Qandaydir kvadratni besh xil o'lchamdagi 12 ta kvadratga kesib olish mumkinmi? (Besh o'lchamning har biri kamida bir marta uchrashi kerak.)
Eslatma. O'ng tomonda kvadratni uch xil o'lchamdagi 11 kvadratga kesish misoli keltirilgan. (A. Tesler)
-
- Kamola doskaga ko'paytirish uchun misol yozdi va uni harf rebuslari qoidalariga muvofiq shifrladi: $TRIO \times 111 = JARMILO$ (bir xil harflarga bir xil raqamlar mos keladi, har xil harflarga — har xil raqamlar). $TRIO$ sonining mumkin bo'lgan eng kichik qiymatini toping (va u mumkin bo'lgan eng kichik ekanligini isbotlang). (P. Mullenko)
Eslatma. Esperanto tilidan tarjima: «trio» — uch, «jarmilo» — ming yil
 - Har qanday yoqning uchlarida joylashgan sonlarning yig'indisi 4 ga karra bo'lishi kerakligi sharti bilan kubning uchlarida 1, 2, 3 yoki 4 sonlarini necha usul bilan joylashtirish mumkin? Kubni burish yoki aks ettirish bilan farq qiladigan variantlar har xil deb hisoblanadi; to'rtta sonning har biri istalgan miqdorda ishlatilishi mumkin (shu jumladan umuman ishlatilmasligi ham mumkin). (L. Koreshkova)
 - Qishloqda 10 ta kishi yashaydi: *ritsarlilar*, ular «Ha» deb javob beriashadi, agar ulardan so'ralgan narsa to'g'ri bo'lsa, va «Yo'q» deb, agar noto'g'ri bo'lsa; *yolg'onchilar*, aksincha qilishadi; va *ko'chiruvchilar*, ular oxirgi eshitgan gapni takrorlashadi. Qishloqning yangi rahbari kim kimligini bilishga qaror qildi, shuning uchun ularni kollonaga joylashtirdi va so'radi (bir marta): «Sizning oldingizdagi qo'shni — ritsarmi?», keyin esa har biri birinchisidan oxirigacha navbatmanavbat javob berdi. Javoblar orasida roppa-rosa 6 marta «Ha» va roppa-rosa 1 marta «Yo'q» eshitildi. Aholi orasida eng ko'p nechta ko'chiruvchilar bo'lishi mumkin? (P. Mullenko)
 - Kichkina bolakay Jasurbek momaqaldiroqdan juda qo'rqadi, shuning uchun uxlab qolish uchun qo'ylarni sanaydi. Shu bilan birga, u momaqaldiroq ovozini eshitganda, u (qo'rquvdan) navbatdagi qo'yni ikkita deb sanaydi. Qo'ylar k soniyada bir marta yugurib o'tadi (bu yerda k — ikkidan katta butun son). Momaqaldiroq teng vaqt oralig'ida chaladi, bunda har bir momaqaldiroq chalishi qandaydir qo'yning paydo bo'lishiga to'g'ri keladi. Birinchi qo'y momaqaldiroq paytida yugurib o'tdi, va, shu paytdan boshlab (ya'ni birinchi qo'yni hisobga olgan holda) hisoblashni boshlab, 60-chi soniyada Jasurbek 16-chi qo'yni, 100-chi soniyada esa — 26-chi qo'yni sanadi. Chaqmoqlar qanchalik tez uradi? (P. Mullenko)
 - Garri Potter voqeasidan so'ng, Xogvartsda Bir nechta Sehrgarlar Turnirida ishtirokchilar soniga cheklov bekor qilindi, ammo dastlabki sinov joriy etildi: sehrli duellar bo'yicha erkin chempionat, unda ishtirokchilar erkin tartibda raqiblarini tanlaydi va duel uyushtiradilar (durranglar bo'lmaydi). Ikki marta mag'lub bo'lgan Turnirdan chetlatiladi. Hamma uchta duelda qatnashganida, Turnirda atigi 5 nafar ishtirokchi qolganligi ma'lum bo'ladi, bunda ulardan uchtasi hech mag'lubiyatga uchramagan. Bir nechta Sehrgarlar Turnirida ishtirok etish uchun nechta ishtirokchi raqobatlashdi? Har bir mumkin bo'lgan miqdor uchun misol keltiring. (P. Mullenko)
 - Quyidagi xususiyatga ega bo'lgan turli raqamlarga ega bo'lgan iloji boricha kattaroq natural sonni toping: sondagi tartibi bo'yicha ikkita qo'shni raqam bilan hosil bo'lgan har qanday ikki xonali son tub bo'ladi. (Masalan, 473 soni bunday xususiyatga ega, chunki 47 va 73 — tub sonlar.) (S. Pavlov)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatlik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



7-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

- Qandaydir kvadratni besh xil o'lchamdagi 10 ta kvadratga kesib olish mumkinmi? (Besh o'lchamning har biri kamida bir marta uchrashi kerak.)
Eslatma. O'ng tomonda kvadratni uch xil o'lchamdagi 11 kvadratga kesish misoli keltirilgan. (A. Tesler)
- 
- Doskada besh xonali son yozilgan. Yoniga dastlabki sondan o'rta raqamni olib tashlash orqali olingan to'rt xonali son yozildi (masalan, agar 20723 yozilgan bo'lsa, u holda yonida 2023 yozilgan). Dastlabki besh xonali sonni bu to'rt xonali songa bo'lish natijasi qachon butun bo'ladi? Bunday besh xonali sonlarning barchasini toping. (L. Koreshkova)
 - Har qanday yoqning uchlarida joylashgan sonlarning yig'indisi 4 ga karra bo'lishi kerakligi sharti bilan kubning uchlarida 1, 2, 3 yoki 4 sonlarini necha usul bilan joylashtirish mumkin? Kubni burish yoki aks ettirish bilan farq qiladigan variantlar har xil deb hisoblanadi; to'rtta sonning har biri istalgan miqdorda ishlatilishi mumkin (shu jumladan umuman ishlatilmasligi ham mumkin). (L. Koreshkova)
 - Qishloqda 10 ta kishi yashaydi: *ritsarlilar*, ular «Ha» deb javob beriashadi, agar ulardan so'ralgan narsa to'g'ri bo'lsa, va «Yo'q» deb, agar noto'g'ri bo'lsa; *yolg'onchilar*, aksincha qilishadi; va *ko'chiruvchilar*, ular oxirgi eshitgan gapni takrorlashadi. Qishloqning yangi rahbari kim kimligini bilishga qaror qildi, shuning uchun ularni kollonaga joylashtirdi va so'radi (bir marta): «Sizning oldingizdagi qo'shni — ritsarmi?», keyin esa har biri birinчисidan oxirigacha navbatmanavbat javob berdi. Javoblar orasida roppa-rosa 6 marta «Ha» va roppa-rosa 1 marta «Yo'q» eshitildi. Keyin u oxirgisidan tashqari hammadan so'radi: «Sizning oldingizdagi qo'shni — yolg'onchimi?» Bu safar javoblar orasida yana 6 marta «Ha» eshitildi. Aholi orasida eng ko'p nechta yolg'onchilar bo'lishi mumkin? (P. Mullenko)
 - Kichkina bolakay Jasurbek momaqaldiroqdan juda qo'rqadi, shuning uchun uxlab qolish uchun qo'ylarni sanaydi. Shu bilan birga, u momaqaldiroq ovozini eshitganda, u (qo'rquvdan) navbatdagi qo'yni qo'shmaydi, balki ayiradi. Qo'ylar k soniyada bir marta yugurib o'tadi (bu yerda k — ikkidan katta butun son). Momaqaldiroq teng vaqt oraliqida chaladi, bunda har bir momaqaldiroq chalishi qandaydir qo'yning paydo bo'lishiga to'g'ri keladi. Vaqtni birinchi qo'ydan boshlab (ya'ni birinchi qo'yni hisobga olgan holda) hisoblashni boshlab, 60-chi soniyada Jasurbek 8-chi qo'yni, 100-chi soniyada esa — 12-chi qo'yni sanadi. Chaqmoqlar qanchalik tez uradi? (P. Mullenko)
 - Garri Potter voqeasidan so'ng, Xogvartsda Bir nechta Sehgarglar Turnirida ishtirokchilar soniga cheklov bekor qilindi, ammo dastlabki sinov joriy etildi: sehrli duellar bo'yicha erkin chempionat, unda ishtirokchilar erkin tartibda raqiblarini tanlaydi va duel uyushtiradilar (durranglar bo'lmaydi). Uch marta mag'lub bo'lgan Turnirdan chetlatiladi. Hamma to'rtta duelda qatnashganida, Turnirda akkurat 3 nafar ishtirokchi qolganligi ma'lum bo'ladi. Bu eng ko'p nechta ishtirokchilar bilan sonidir bo'lishi mumkin? Misol keltirishni unutmang. (P. Mullenko)
 - $\frac{a+b}{c+d-e} + \frac{f+g}{h+i-k}$ ifodasida harflar bilan turli raqamlar belgilangan. Ushbu ifodaning eng katta qiymati nechaga teng? (S. Pavlov)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatlik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



8-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

1. Qanday natural N sonlar uchun kvadratni, orasida bir xil kvadratlar bo'lmagan, N ta kvadratga va oltiburchakka kesish mumkinligi to'g'ri? (A. Tesler)
2. Kamola doskaga ikkita son yozdi, keyin ularni harf rebuslari qoidalariga muvofiq shifrladi (bir xil harflarga bir xil raqamlar mos keladi, har xil harflarga — har xil raqamlar). *FORMULO* va *JARMILO* so'zlari hosil bo'ldi. Dastlabki sonlar farqi qanday eng kichik va eng katta qiymatlarni qabul qilishi mumkin? (A. Tesler)
Eslatma. Esperanto tilidan tarjima: «formulo» — formula, «jarmilo» — ming yil.
3. ABC uchburchakda BC tomonida shunday D nuqta olinganki, $AD + AC = BC$. Ma'lumki, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle CAD = 120^\circ$. B burchakning kattaligini toping. (S. Pavlov)
4. Olimpiada tuzuvchilariga ish haqi sifatida 99 bublik berildi. Birinchisi 1, 2 yoki 3 bublik oldi. Ikkinchisi birinchisiga qaraganda bittaga ko'p yoki bittaga kam oldi. Uchinchisi — ikkinchisiga qaraganda bittaga ko'p yoki bittaga kam oldi. Va hokazo: har bir kishi o'ziga oldingisiga qaraganda bir bublik ko'p yoki kam oladi. Natijada, oxirgi tuzuvchi qolgan barcha bubliklarni oldi. Tuzuvchilarning mumkin bo'lgan minimal sonini aniqlang. (L. Koreshkova)
5. Har qanday yoqning uchlarida joylashgan sonlarning yig'indisi 4 ga karra bo'lishi kerakligi sharti bilan kubning uchlarida 1, 2, 3 yoki 4 sonlarini necha usul bilan joylashtirish mumkin? Kubni burish yoki aks ettirish bilan farq qiladigan variantlar har xil deb hisoblanadi; to'rtta sonning har biri istalgan miqdorda ishlatilishi mumkin (shu jumladan umuman ishlatilmasligi ham mumkin). (L. Koreshkova)
6. Orolga 2023 kishi yashaydi. Ulardan ba'zilari bir-biri bilan do'stlashadi (Agar A B bilan do'st bo'lsa, u holda B A bilan do'st) va ularning har birida ko'pi bilan 10 ta do'st bor. Orolga bir guruh shifokorlar keladi, ular aholining bir qismini emlashni rejalashtirmoqdalar. Emlanmay qolgan har bir kishining barcha do'stlari emlangan bo'lishi kerak. Shifokorlar, ular yetarli bo'lishi kafolatlanishi uchun, eng kam nechta vaksina dozasini olib kelishlari kerak? (O. Pyayve)
7. $x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$ tenglamaning barcha butun sonli yechimlarini toping. (S. Pavlov)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



9-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

1. Qanday natural N sonlar uchun kvadratni, orasida bir xil kvadratlar bo'lmagan, N ta kvadratga va oltiburchakka kesish mumkinligi to'g'ri? (A. Tesler)
2. Qavariq to'rtburchakda M va N nuqtalar — mos ravishda BC va AD tomonlarning o'rtalari. AM , DM , BN , CN kesmalarning o'rtalari bitta to'g'ri chiziqda yotishini yoki parallelogramm hosil qilishini isbotlang. (L. Koreshkova)
3. Katta koeffitsienti 1 ga teng bo'lgan kvadratik funksiyaning grafigi $y = x$ to'g'ri chiziqni orasidagi masofa 3 ga teng bo'lgan ikki nuqtada kesib o'tadi, $y = -x$ grafigini esa — orasidagi masofa 2 ga teng bo'lgan ikki nuqtada. U $y = 2x$ to'g'ri chiziqni kesib o'tgan nuqtalar orasidagi masofa qanday? (A. Tesler)
4. $3 \times 3 \times 3$ kub berilgan, undan tanasi «yiqilmaydigan» qilib bittadan kichik kub olib tashlanadi, (har qanday kubdan, har safar yoq bo'yicha qo'shnisiga o'tib boshqasiga o'tish imkoniyati saqlanib qolishi kerak). Natijada, sirt maydoni dastlabki kub bilan bir xil bo'lgan tana hosil bo'ladi. Eng ko'p nechta kub olib tashlangan bo'lishi mumkin? (L. Koreshkova)
5. a, b, c, d, e beshta natural sonlarning yig'indisi 2023 ga teng. $a+b, b+c, c+d, d+e$ yig'indilarning eng kattasi qanday eng kichik qiymatni qabul qilishi mumkin? (S. Pavlov)
6. Seyfda bir qatorda joylashgan 20 ta rubilnik mavjud. Ularning har biri 0 yoki 1 holatida bo'lishi mumkin. O'chirgichlarning o'zi yashiringan, seyfga faqat quyidagi buyruqlarni berish mumkin:
a) bir vaqtning o'zida ikkita qo'shni rubilnikni almashtiring;
b) bir vaqtning o'zida orasida roppa-rosa bitta rubilnik bo'lgan ikkita rubilnikni almashtiring. Agar barcha rubilniklar 1-holatda bo'lsa, seyf avtomatik ravishda ochiladi. Rubilniklarning dastlabki holati noma'lum, ammo «nollar» va «birlar» soni bir xil ekanligi ma'lum. Seyfni ochish mumkinmi? (O. Pyayve)
7. $x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$ tenglamaning barcha butun sonli yechimlarini toping. (S. Pavlov)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatlik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



10-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

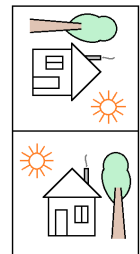
1. $\{x\}$, $[x]$, x ketma-ketlik geometrik progressiya bo'ladigan barcha x musbat sonlarni toping.
(L. Koreshkova)

Eslatma. $[x]$ — bu x sonining butun qismi, ya'ni x dan oshmaydigan eng katta butun son;
 $\{x\}$ — bu x sonining kasr qismi, ya'ni x va uning butun qismi orasidagi ayirma.

2. Qavariq to'qqizburchakning uch tomonida bitta nuqtadan belgilangan (uchlar bilan mos kelmaydi). To'qqizburchak ichida O nuqtasi tanlandi va tomonlarda belgilangan nuqtalar bilan bog'landi. Natijada to'qqizburchak uchta oltiburchakka bo'lindi. Barcha uchta oltiburchak ichki chizilgan bo'lib chiqishi mumkinmi?
(A. Tesler)

3. $3 \times 3 \times 3$ kub berilgan, undan tanasi «yiqilmaydigan» qilib bittadan kichik kub olib tashlanadi, (har qanday kubdan, har safar yoq bo'yicha qo'shnisiga o'tib boshqasiga o'tish imkoniyati saqlanib qolishi kerak). Natijada, sirt maydoni dastlabki kub bilan bir xil bo'lgan tana hosil bo'ladi. Eng ko'p nechta kub olib tashlangan bo'lishi mumkin?
(L. Koreshkova)

4. Otabek rasmi ikkita bir xil kvadrat shisha plitalarni o'ng tomonda ko'rsatilganidek joylashtirdi. Pastki kvadratda joylashgan har qanday nuqta uchun uning va unga mos keladigan (ya'ni, agar plitalardagi rasmlar birlashtirilsa, ular mos keladi) yuqori kvadratning nuqtasi orasidagi masofani topish mumkin. Kvadratning qaysi nuqtalari uchun bu masofa minimal va agar kvadratning tomoni — 1 detsimetr bo'lsa, u nechga teng?
(A. Tesler)



5. a, b, c sonlar shundayki, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 6$, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 2$. Quyidagi ifodaning qiymati nechga teng bo'lishi mumkin: $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$?
(S. Pavlov)

6. Kalkulyatorda yo'qish tugmasi va yana ikkita — qizil va ko'k tugmalar mavjud. Yoqilganda, kalkulyator 10 sonini ko'rsatadi, qizil tugmani bosganda ekrandagi songa 10 qo'shiladi, ko'k tugmani bosganda esa son 10 ga ko'paytiriladi. Maftuna kalkulyatorni yoqadi, so'ngra tasodifiy tartibda qizil va ko'k tugmalarni — har birini 10 martadan bosadi (barcha bosish ketma-ketliklari bir xil ehtimolga ega). 111 111 111 111 dan kichik son paydo bo'lish ehtimoli qanday?
(A. Tesler)

7. Natural sonni *chiroyli* deb ataymiz, agar uning 5 ga karra bo'lgan natural bo'linuvchilarining yig'indisi juft natural bo'linuvchilari yig'indisiga teng va noldan farq qilsa. 1 dan 10^{12} gacha bo'lgan sonlarning nechtasi chiroyli?
(A. Tesler)



Xalqaro matematika olimpiadasi
«Hamjihatlik Formulasi» / «Uchinchi ming yillik»
2023-2024 o'quv yili. Saralash bosqichi



11-sinf uchun masalalar

Ishlar elektron ko'rinishda taqdim etiladi (masalan, skan yoki matnli doc-fayllar ko'rinishida), tafsilotlar quyidagi sahifada formulo.org/ru/olymp/2023-math-ru/. Topshirishning oxirgi muddati — 10-noyabr 2023-yil 23:59:59 da UTC bo'yicha (ya'ni 11-noyabr 02:59:59 da Moskva vaqti bo'yicha).

Ish mustaqil ravishda bajarilishi kerak. Aksariyat masalalarda nafaqat javoblar, balki to'liq asoslar ham talab qilinadi. Ishda ishtirokchining shaxsiy ma'lumotlari bo'lmasligi kerak, ya'ni ishni imzolash kerak emas.

- Olimpiada tuzuvchilariga ish haqi sifatida 99 bublik berildi. Birinchisi 1, 2 yoki 3 bublik oldi. Ikkinchisi birinchisiga qaraganda bittaga ko'p yoki bittaga kam oldi. Uchinchisi — ikkinchisiga qaraganda bittaga ko'p yoki bittaga kam oldi. Va hokazo: har bir kishi o'ziga oldingisiga qaraganda bir bublik ko'p yoki kam oladi. Natijada, oxirgi tuzuvchi qolgan barcha bubliklarni oldi. Tuzuvchilarning mumkin bo'lgan minimal sonini aniqlang. (L. Koreshkova)
- ABC uchburchakda BC tomonida shunday D nuqta olinganki, $AD + AC = BC$. Ma'lumki, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle CAD = 120^\circ$. B burchakning kattaligini toping. (S. Pavlov)
- a, b, c sonlar shundayki, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 6$, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 2$. Quyidagi ifodaning qiymati nechaga teng bo'lishi mumkin: $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$? (S. Pavlov)
- Otabek rasmi ikkita bir xil kvadrat shisha plitalarni o'ng tomonda ko'rsatilganidek joylashtirdi. Pastki kvadratda joylashgan har qanday nuqta uchun uning va unga mos keladigan (ya'ni, agar plitalardagi rasmlar birlashtirilsa, ular mos keladi) yuqori kvadratning nuqtasi orasidagi masofani topish mumkin. Kvadratning qaysi nuqtalari uchun bu masofa minimal va agar kvadratning tomoni — 1 detsimetr bo'lsa, u nechaga teng? (A. Tesler)
- f funksiya shundayki, har qanday x da $f(f(x)) = x^2 - x + 1$ tenglik bajariladi. $f(0)$ nimaga teng bo'lishi mumkin? (S. Pavlov)
- Kalkulyatorda yo'qish tugmasi va yana ikkita — qizil va ko'k tugmalar mavjud. Yoqilganda, kalkulyator 10 sonini ko'rsatadi, qizil tugmani bosganda ekrandagi songa 5 qo'shiladi, ko'k tugmani bosganda esa son 5 ga ko'paytiriladi. Maftuna kalkulyatorni yoqadi, so'ngra tasodifiy tartibda qizil va ko'k tugmalarni — har birini 10 martadan bosadi (barcha bosish ketma-ketliklari bir xil ehtimolga ega). Ushbu kalkulyator va 20 dan kam bosishda olinishi mumkin bo'lgan son paydo bo'lish ehtimoli qanday? (A. Tesler)
- Natural sonni *chiroyli* deb ataymiz, agar uning 5 ga karra bo'lgan natural bo'linuvchilarining yig'indisi juft natural bo'linuvchilari yig'indisiga teng va noldan farq qilsa. 1 dan 10^{12} gacha bo'lgan sonlarning nechtasi chiroyli? (A. Tesler)

