



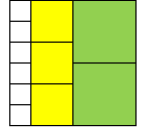
Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R5. Sınıf / Problemler**



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — **10 Kasım 2023** saat **23:59:59 (UTC)**'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Bir kareyi her biri 5 farklı büyüklükte kare olan 12 parçaya bölmek mümkün müdür? (A. Tesler)



Not. Sağda bir kareyi üç farklı boyutta 11 kareye bölme örneği verilmiştir.

2. Katya tahtaya bir çarpma örneği yazdı ve bunu harf bulmacası kurallarına göre şu şekilde şifreledi:  $TRIO \times 111 = JARMILO$  (aynı harfler aynı sayılara, farklı harfler farklı sayılara karşılık gelir). Bu bilmeceye en az bir çözüm bulun. (P. Mulenko)

Not. Esperanto'dan tercüme edilen «trio» — «üç», «jarmilo» ise «milenyum» anlamına gelir.

3. Beşinci sınıf öğrencisi Pavel yaz tatillerinde düzenli olarak havuza gitmek istiyor. Her hafta 2 gün sabah ve akşam, 4 gün — sadece akşam antrenman yapmayı planlıyor. Aynı zamanda iki gün üst üste hem sabah hem de akşam antrenman yapamayacak. Antrenmanlarını bir hafta boyunca planlamak ve yaz boyunca bu programa sadık kalmak istiyor. Bunu kaç farklı şekilde yapabilir? (L. Koreshkova)

4. Alex adında bir turist, üç tür grubun yaşadığı Khitretsovo köyünü ziyaret etti: *şövalyeler*, kendilerine sorulan şey doğruysa «Evet», yanlıssa «Hayır» diye yanıt verirler; ters hareket eden *yalancılar*; ve duydukları son cümleyi tekrarlayan *taklitçiler*. Alex altı sakine yaklaştı ve (bir kez) onların taklitçi olup olmadıklarını sordu ve buna yanıt olarak her biri iki kez olmak üzere 3 farklı cümle duydu. Bu altı sakinden kaç tanesi taklitçi olabilir? Lütfen tüm olası seçenekleri belirtin. (P. Mulenko)

5. Küçük çocuk Andrew gök gürültüsünden çok korkuyor, bu yüzden uyuyabilmek için koyun sayıyor. Aynı zamanda, kendisine gök gürültüsü geldiğinde, korkudan dolayı gelen koyunu iki kez sayıyor. Koyunlar her  $k$  saniyede bir koşuyor (burada  $k$ , 2'den büyük bir tam sayıdır). Gök gürültüsü düzenli aralıklarla duyuluyor ve her gök gürültüsü, bazı koyunların görünmesiyle aynı zamana denk geliyor. İlk koyun gök gürültüsü sırasında koştu ve o andan itibaren (ve ilk koyunu da dikkate alarak) geri sayıma başlatan Andrew, ilk 60 saniye boyunca üç gök gürültüsü meydana geldi ve 90. saniyede 23 koyun saydı. Koyunlar ne sıklıkla koşar? (P. Mulenko)

6. Harry Potter'la yaşanan ardından, Hogwarts Cadılık ve Büyücülük Okulu müdürü, FEWizard Kupası'ndaki katılımcı sayısı kısıtlamasını kaldırdı, ancak ön eleme turu olarak büyü düellolarında bir şampiyona düzenledi: katılımcılar rakiplerini serbestçe seçer ve düello yaparlar (beraberlik durumu yoktur). Eğer bir katılımcı iki kez kaybederse, Kupadan elenir. Herkes üç düello yaptığında, Kupada sadece 2 katılımcının kaldığı ve ikisinin de hiç kaybetmediği ortaya çıktı. FEWizard Kupası için kaç katılımcı yarıştı? Her olası katılımcı sayısı için bir örnek verin. (P. Mulenko)

7.  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  kümesinden, seçilen herhangi bir  $N$  sayısı için, diğer seçilen sayıların çarpımının  $N$  sayısına bölünebilmesi şartıyla, en fazla kaç farklı tamsayı seçilebilir?

(S. Pavlov)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R6. Sınıf / Problemler**



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — **10 Kasım 2023** saat **23:59:59 (UTC)**'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Bir kareyi her biri 5 farklı büyüklükte kare olan 12 parçaya bölmek mümkün müdür? (A. Tesler)  
Not. Sağda bir kareyi üç farklı boyutta 11 kareye bölme örneği verilmiştir.  

2. Katya tahtaya bir çarpma örneği yazdı ve bunu harf bulmacası kurallarına göre şu şekilde şifreledi:  $TRIO \times 111 = JARMILO$  (aynı harfler aynı sayılara, farklı harfler farklı sayılara karşılık gelir).  $TRIO$ 'nun mümkün olan en küçük değerini bulun (ve bunun mümkün olan en küçük olduğunu kanıtlayın). (P. Mulenko)  
Not. Esperanto'dan tercüme edilen «trio» — «üç», «jarmilo» ise «milenyum» anlamına gelir.
3. 1, 2, 3 ve 4 sayıları küpün köşelerine, herhangi bir yüzeyinin köşelerindeki sayıların toplamının 4'ün katı olması koşuluyla kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?  
Not. Küpün döndürülmesi veya yansıtılmasıyla farklılık gösteren seçenekler farklı kabul edilir; Dört sayıdan her biri herhangi bir sayıda kullanılabilir (hiç kullanılmaması da dahil). (L. Koreshkova)
4. Khitretsovo köyünde 10 kişi yaşıyor: *şövalyeler*, eğer kendilerine sorulan şey doğruysa «Evet», yanlışa «Hayır» yanıtını verir; ters hareket eden *yalancılar*; ve duydukları son cümleyi tekrarlayan *taklitçiler*. Köyün yeni muhtarı kimin kim olduğunu bulmaya karar verdi, bunun için onları bir sıra halinde dizdi ve (bir kez) sordu: «Önünüzdeki komşu — bir şövalye mi?» ve sonra herkes başından sonuna kadar sırayla cevap verdi. Cevaplar arasında tam olarak 6 kez «Evet» ve tam olarak 1 kez «Hayır» vardı. Mahalle sakinleri arasında olabilecek en fazla taklitçi sayısı kaçtır? (P. Mulenko)
5. Küçük çocuk Andrew gök gürültüsünden çok korkuyor, bu yüzden uyuyabilmek için koyun sayıyor. Aynı zamanda, kendisine gök gürültüsü geldiğinde, korkudan dolayı gelen koyunu iki kez sayıyor. Koyunlar her  $k$  saniyede bir koşuyor (burada  $k$ , 2'den büyük bir tam sayıdır). Gök gürültüsü düzenli aralıklarla duyuluyor ve her gök gürültüsü, bazı koyunların görünmesiyle aynı zamana denk geliyor. İlk koyun gök gürültüsü sırasında koştu ve o andan itibaren (ve ilk koyunu da dikkate alarak) geri sayıma başlatan Andrew, 60. saniyede 16. koyunu, 100. saniyede ise 26. koyunu saydı. Gök gürültüsü ne sıklıkla gürlür? (P. Mulenko)
6. Harry Potter'la yaşanan ardından, Hogwarts Cadılık ve Büyücülük Okulu müdürü, FEWizard Kupası'ndaki katılımcı sayısı kısıtlamasını kaldırdı, ancak ön eleme turu olarak büyü düellolarında bir şampiyona düzenledi: katılımcılar rakiplerini serbestçe seçer ve düello yaparlar (beraberlik durumu yoktur). Eğer bir katılımcı iki kez kaybederse, Kupadan elenir. Herkes üç düello yaptığında, Kupada sadece 5 katılımcının kaldığı ve yalnız üçü hiç kaybetmediği ortaya çıktı. FEWizard Kupası için kaç katılımcı yarıştı? Her olası katılımcı sayısı için bir örnek verin. (P. Mulenko)
7. Aşağıdaki özelliği karşılayan, eşit rakamlara sahip olmayan en büyük olası pozitif tam sayıyı bulun: Sayıdaki her iki bitişik rakam, sayıda oldukları sırayla, bir asal sayı oluşturur. (Bu tür bir sayının örneği 473'tür çünkü 47 ve 73 her ikisi de asaldır.) (S. Pavlov)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu



## R7. Sınıf / Problemler

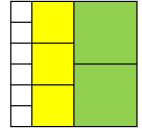
Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2023 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Bir kareyi, her biri 5 farklı büyüklükte bir kare olan 10 parçaya bölmek mümkün müdür?

(A. Tesler)

Not. Sağda bir kareyi üç farklı boyutta 11 kareye bölme örneği verilmiştir; Farklı boyutlarda farklı sayıda kare olabilir (ancak 5 boyutun tümü en az bir kez sunulmalıdır).



2. Tahtaya beş basamaklı bir sayı yazılır. Yanına, ortadaki rakamın üzerini çizerek orijinalden elde edilen dört basamaklı bir sayı yazdılar (örneğin, 20723 yazılmışsa yanına 2023 yazılır). Beş basamaklı orijinal sayının bu dört basamaklı sayıya bölünmesinin sonucu ne zaman tam sayı olur? Bu beş basamaklı sayıların hepsini bulun.

(L. Koreshkova)

3. 1, 2, 3 ve 4 sayıları küpün köşelerine, herhangi bir yüzeyinin köşelerindeki sayıların toplamının 4'ün katı olması koşuluyla kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

Not. Küpün döndürülmesi veya yansıtılmasıyla farklılık gösteren seçenekler farklı kabul edilir; Dört sayıdan her biri herhangi bir sayıda kullanılabilir (hiç kullanılmaması da dahil).

(L. Koreshkova)

4. Khitretsovo köyünde 10 kişi yaşıyor: şövalyeler, eğer kendilerine sorulan şey doğruysa «Evet», yanlışa «Hayır» yanıtını verir; ters hareket eden yalancılar; ve duydukları son cümleyi tekrarlayan taklitçiler. Köyün yeni muhtarı kimin kim olduğunu bulmaya karar verdi, bunun için onları bir sıra halinde dizdi ve (bir kez) sordu: «Önünüzdeki komşu — bir şövalye mi?» ve sonra herkes başından sonuna kadar sırayla cevap verdi. Cevaplar arasında tam olarak 6 kez «Evet» ve tam olarak 1 kez «Hayır» vardı. Daha sonra sonuncusu hariç herkese aynı şekilde sordu: «Arkanızdaki komşu — yalancı mı?» Bu sefer yanıtlar arasında tam 6 kez «Evet» sesi tekrar duyuldu. Mahalle sakinleri arasında olabilecek en fazla yalancı sayısı kaçtır?

(P. Mullenko)

5. Küçük çocuk Andrew gök gürültüsünden çok korkuyor, bu yüzden uyuyabilmek için koyun sayıyor. Aynı zamanda, kendisine gök gürültüsü geldiğinde, korkudan dolayı gelen koyunu iki kez sayıyor. Koyunlar her  $k$  saniyede bir koşuyor (burada  $k$ , 2'den büyük bir tam sayıdır). Gök gürültüsü düzenli aralıklarla duyuluyor ve her gök gürültüsü, bazı koyunların görünmesiyle aynı zamana denk geliyor. İlk koyun gök gürültüsü sırasında koştu ve o andan itibaren (ve ilk koyunu da dikkate alarak) geri sayıma başlatan Andrew, 60. saniyede 8. koyunu, 100. saniyede ise 12. koyunu saydı. Gök gürültüsü ne sıklıkla gürlür?

(P. Mullenko)

6. Harry Potter'la yaşanan ardından, Hogwarts Cadılık ve Büyücülük Okulu müdürü, FEWizard Kupası'ndaki katılımcı sayısı kısıtlamasını kaldırdı, ancak ön eleme turu olarak büyü düellolarında bir şampiyona düzenledi: katılımcılar rakiplerini serbestçe seçer ve düello yaparlar (beraberlik durumu yoktur). Eğer bir katılımcı üç kez kaybederse, Kupadan elenir. Herkes dört düello yaptığında, Kupada sadece üç katılımcının kaldığı ortaya çıktı. FEWizard Kupası için en fazla kaç katılımcı yarıştı? Her olası katılımcı sayısı için bir örnek verin.

(P. Mullenko)

7.  $\frac{a+b}{c+d-e} + \frac{f+g}{h+i-k}$  ifadesindeki farklı harfler farklı rakamları göstermektedir. Verilen ifadenin

mümkün olan en büyük değeri kaçtır?

(S. Pavlov)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R8. Sınıf / Problemler**



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — **10 Kasım 2023** saat **23:59:59 (UTC)**'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Hangi  $N$  pozitif tamsayılar için bir karenin hiçbiri birbirinin aynı olmayan  $N$  karelere ve bir altıgene bölünebileceği doğrudur? (A. Tesler)
2. Katya tahtaya iki sayı yazdı ve ardından bunları harf bulmacası kurallarına göre şifreledi (aynı harfler aynı sayılara, farklı sayılar farklı sayılara karşılık gelir). Ortaya çıkan kelimeler *FORMULO* ve *JARMILO* dır. Bu sayılar arasındaki farkın alabileceği minimum ve maksimum değer kaçtır? (A. Tesler)  
**Not.** Esperanto'dan tercüme edilen «formulo» — «formul», «jarmilo» ise «milenyum» anlamına gelir.
3.  $ABC$  üçgeninde,  $BC$  tarafında  $AD + AC = BC$  olacak şekilde bir  $D$  noktası vardır.  $\angle ACD = 20^\circ$ ,  $\angle CAD = 120^\circ$  olduğu bilinmektedir.  $B$  açısını bulun. (S. Pavlov)
4. Olimpiyatı derleyenler maaş olarak 99 simit aldı. İlki 1, 2 veya 3 simit aldı. İkincisi birinciden bir fazla veya bir eksik aldı. Üçüncü — ikinciden bir fazla veya bir eksik. Ve böyle devam eder: Her kişi bir öncekinden bir simit fazla veya bir eksik alır. Sonuç olarak, son derleyici kalan simitlerin hepsini aldı. Mümkün olan minimum derleyici sayısını belirleyin. (L. Koreshkova)
5. 1, 2, 3 ve 4 sayıları küpün köşelerine, herhangi bir yüzeyinin köşelerindeki sayıların toplamının 4'ün katı olması koşuluyla kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?  
**Not.** Küpün döndürülmesi veya yansıtılmasıyla farklılık gösteren seçenekler farklı kabul edilir; Dört sayıdan her biri herhangi bir sayıda kullanılabilir (hiç kullanılmaması da dahil). (L. Koreshkova)
6. 2023 kişinin yaşadığı bir ada var. Bazıları birbirleriyle arkadaşır (eğer  $A$ ,  $B$  ile arkadaşsa, o zaman  $B$ ,  $A$  ile arkadaşır) ve her birinin en fazla 10 arkadaşı vardır. Bir doktor ekibi bazı sakinlere aşı yapmak için adaya gidiyor. Aşı olmayan herkesin tüm arkadaşlarına aşı yaptırması gerekiyor. Yeterli miktarda olduğundan emin olmak için doktorların yanlarında almaları gereken minimum aşı dozu sayısı kaçtır? (O. Pyayve)
7. Denklemın tüm tamsayı çözümlerini bulun  $x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$ . (S. Pavlov)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R9. Sınıf / Problemler**



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2023 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Hangi  $N$  pozitif tamsayılar için bir karenin hiçbiri birbirinin aynı olmayan  $N$  karelere ve bir altıgene bölünebileceği doğrudur? (A. Tesler)
2. Dışbükey bir dörtgende  $M$  ve  $N$  noktaları sırasıyla  $BC$  ve  $AD$  kenarlarının orta noktalarıdır.  $AM$ ,  $DM$ ,  $BN$ ,  $CN$  doğru parçalarının orta noktalarının aynı doğru üzerinde olduğunu veya bir paralelkenar oluşturduğunu kanıtlayın. (L. Koreshkova)
3. İkinci dereceden bir fonksiyon olan  $f(x) = x^2 + px + q$  grafiği,  $y = x$  doğrusunu iki noktada keser ve bu iki nokta arasındaki mesafe 3'tür. Aynı grafik,  $y = -x$  doğrusunuda iki noktada keser ve bu iki nokta arasındaki mesafe 2'dir. Bu grafik ile  $y = 2x$  doğrusunun kesişim noktaları arasındaki mesafe nedir? (A. Tesler)
4.  $3 \times 3 \times 3$  boyutunda bir küpten, her seferinde küçük küpler birer birer çıkarılır, böylece cisim parçalanmaz (herhangi bir küçük küpten diğerine her seferinde bir yüzey üzerinden hareket ederek ulaşmak mümkün olmalıdır). Sonuç olarak, yüzey alanı orijinal küple aynı olan bir cisim elde edilir. Çıkarılabilecek maksimum küp sayısı kaçtır? (L. Koreshkova)
5. Beş doğal  $a, b, c, d, e$  sayısının toplamı 2023'e eşittir.  $a + b, b + c, c + d, d + e$  toplamlarından en büyüğünün alabileceği en küçük değer kaçtır? (S. Pavlov)
6. Kasanın içerisinde bir sıra halinde dizilmiş 20 anahtar bulunmaktadır. Her biri 0 veya 1 pozisyonunda olabilir. Anahtarların kendisi gizlidir; kasaya sadece şu komutları verebilirsiniz:  
a) İki bitişik anahtarı aynı anda değiştirin;  
b) Aralarında tam olarak bir anahtar bulunan iki anahtarı aynı anda değiştirin;  
Tüm anahtarlar 1 pozisyonunda ise kasa otomatik olarak açılacaktır. Anahtarların başlangıç pozisyonu bilinmemektedir, ancak "sıfırların" ve "birlerin" sayısının aynı olduğu bilinmektedir. Kasayı açmak mümkün müdür? (O. Pyayve)
7. Denklem  $x^2(y-1) + y^2(x-1) = 1$  tüm tamsayı çözümlerini bulun. (S. Pavlov)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R10. Sınıf / Problemler**



Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — **10 Kasım 2023** saat **23:59:59 (UTC)**'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

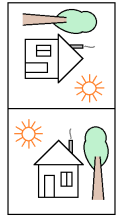
1. Sayının tam kısmı olan  $[x]$  ve ondalık kısmı olan  $\{x\}$  ile birlikte tüm pozitif  $x$  değerlerini bulun, öyle ki  $\{x\}$ ,  $[x]$ ,  $x$  bir geometrik dizi oluştursun. (L. Koreshkova)

Not:  $[x]$ ,  $x$  sayısının tam kısmıdır, yani  $x$ 'i aşmayan en büyük tamsayıdır;  $\{x\}$ ,  $x$  sayısının ondalık kısmıdır, yani  $x$  ile tam kısmı arasındaki farktır.

2. Dışbükey bir dokuzgenin (9 açısı olan bir çokgen) üç kenarında, köşeler dışında  $X, Y, Z$  olmak üzere üç nokta işaretlenmiştir. Dokuzgenin içerisinde  $O$  isimli bir nokta seçilir ve  $OX, OY, OZ$  segmentleri çizilir. Sonuç olarak, dokuzgen üç altıgene bölünür. Bu üç altıgenin hepsi iç teğet olabilir mi? (A. Tesler)

3.  $3 \times 3 \times 3$  boyutunda bir küpten, her seferinde küçük küpler birer birer çıkarılır, böylece cisim parçalanmaz (herhangi bir küçük küpten diğerine her seferinde bir yüzey üzerinden hareket ederek ulaşmak mümkün olmalıdır). Sonuç olarak, yüzey alanı orijinal küple aynı olan bir cisim elde edilir. Çıkarılabilecek maksimum küp sayısı kaçtır? (L. Koreshkova)

4. Peter, sağda gösterildiği gibi çizimleri olan iki özdeş kare cam plaka yerleştirdi. Alt karede yer alan herhangi bir nokta için, üst karede ona karşılık gelen nokta ile arasındaki mesafeyi bulabilirsiniz (yani plakalardaki çizimleri birleştirirseniz çakışacağı nokta). Karenin hangi noktaları için bu mesafe minimumdur ve karenin kenarı — 1 desimetre ise neye eşittir? (A. Tesler)



5.  $a, b, c$  sayıları öyledir ki  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 6$ ,  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 2$ .

$\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$  ifadesinin değeri kaç olabilir?

(S. Pavlov)

6. Bir hesap makinesinin güç düğmesi ve iki tane daha düğmesi vardır: kırmızı olan ve mavi olan. Açıldığında, hesap makinesi 10 numarasını gösterir. Kırmızı düğmeye bastığınızda, ekrandaki sayıya 10 eklenir ve mavi düğmeye bastığınızda sayı 10 ile çarpılır. Maria hesap makinesini açar ve ardından kırmızı düğmeye 10 kez ve mavi düğmeye 10 kez rastgele bir sırayla basar (tüm olası sıralar eşit olasılıklıdır). Sonucun 111 111 111'den küçük olma olasılığını bulun. (A. Tesler)

7. Bir pozitif tam sayının doğal sayı bölenlerinin toplamı 5'e bölünebiliyorsa, bu toplamın çift doğal bölenlerinin toplamına eşit olduğunu ve sıfırdan farklıysa bu sayılara *Güzel* sayılar diyelim. 1'den  $10^{12}$ 'ye kadar olan sayılardan kaç 'Güzel' sayıdır? (A. Tesler)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
“Birlik Formülü”/“Üçüncü Milenyum”  
2023–2024 Eğitim Yılı. Eleme Turu



## R11. Sınıf / Problemler

Problemlerin çözümlerini elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr](http://formulo.org/tr/olymp/2023-math-tr) web sitesindedir. Çözümleri yollamak için son tarih — 10 Kasım 2023 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

- Olimpiyatı derleyenler maaş olarak 99 simit aldı. İlki 1, 2 veya 3 simit aldı. İkincisi birinciden bir fazla veya bir eksik aldı. Üçüncü — ikinciden bir fazla veya bir eksik. Ve böyle devam eder: Her kişi bir öncekinden bir simit fazla veya bir eksik alır. Sonuç olarak, son derleyici kalan simitlerin hepsini aldı. Mümkün olan minimum derleyici sayısını belirleyin. (L. Koreshkova)
- $ABC$  üçgeninde,  $BC$  tarafında  $AD + AC = BC$  olacak şekilde bir  $D$  noktası vardır.  $\angle ACD = 20^\circ$ ,  $\angle CAD = 120^\circ$  olduğu bilinmektedir.  $B$  açısını bulun. (S. Pavlov)
- $a, b, c$  sayıları öyledir ki  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 6$ ,  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 2$ .  
 $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$  ifadesinin değeri kaç olabilir? (S. Pavlov)
- Peter, sağda gösterildiği gibi çizimleri olan iki özdeş kare cam plaka yerleştirdi. Alt karede yer alan herhangi bir nokta için, üst karede ona karşılık gelen nokta ile arasındaki mesafeyi bulabilirsiniz (yani plakalardaki çizimleri birleştirirseniz çakışacağı nokta). Karenin hangi noktaları için bu mesafe minimumdur ve karenin kenarı — 1 desimetre ise neye eşittir? (A. Tesler)
- $f$  fonksiyonu öyledir ki, herhangi bir  $x$  için  $f(f(x)) = x^2 - x + 1$  eşitliği sağlanır.  $f(0)$  neye eşit olabilir? (S. Pavlov)
- Hesap makinesinde bir güç düğmesi ve iki düğme daha vardır — kırmızı ve mavi. Hesap makinesi açıldığında 10 sayısını gösterir, kırmızı düğmeye bastığınızda ekrandaki sayıya 5 eklenir, mavi düğmeye bastığınızda sayı 5 ile çarpılır. Maria hesap makinesini açar ve daha sonra her 10 kez kırmızı ve mavi düğmelere — rastgele basar (tüm tıklama dizileri eşit derecede olasıdır). Sonucun bu hesap makinesinde 20 tıklamadan daha az bir sürede elde edilebilecek bir sayı olma olasılığını bulun. (A. Tesler)
- Bir pozitif tam sayının doğal sayı bölenlerinin toplamı 5'e bölünebiliyorsa, bu toplamın çift doğal bölenlerinin toplamına eşit olduğunu ve sıfırdan farklıysa bu sayılara *Güzel* sayılar diyelim. 1'den  $10^{12}$ 'ye kadar olan sayılardan kaç 'Güzel' sayıdır? (A. Tesler)

