



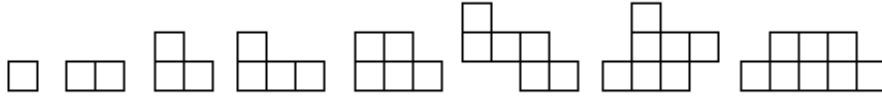
Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R5. Sınıf / Problemler**



Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Aşağıdaki şekillerden bir dikdörtgen yapınız. Her şekli tam bir kez kullanmalısınız. Şekilleri döndürebilir ve ters çevirebilirsiniz.



(A. Kopchuk)

2. Bir öğretmen, Kate ve Helen'den birer çemberin etrafına dört pozitif tam sayı yazmasını istedi. Çember etrafındaki bu sayıların toplamı 8 olmalıdır ve herhangi (1 ile 3 gibi) ardışık yazılanların toplamı 4 olmamalıdır. Her iki kız da bunu yapıyor. Kate'in, Helen'in yazdığı bir sayıyı yazmaması mümkün müdür?

(S. Pavlov)

3. 1234 sayısı, rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 14 fazla olacak şekildedir (çarpım  $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ 'e eşittir ve toplam  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 'a eşittir). Rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 2021 fazla olan bir sayı bulunuz.

(A. Tesler)

4. Olimpiyat kağıtlarını kontrol etmekle geçen zor bir günün ardından, bir sınav görevlisi çalışma odasından çıktı ve kapıyı kapattı. Çalışma odasının ışıklarını kontrol eden anahtarın yanında durdu. Işıklar birkaç modda çalışabilir. Dairesel düğmeyi çevirerek kontrol eden bir kişi bu modlar arasında ilk moddan sonuncuya, ardından "ışıklar kapalı" moduna, sonra tekrar ilk moda vb. geçiş yapabilir. Çok yorgun olan sınav görevlisi, modların tam sayısını hatırlamıyor; ancak bu sayının (ışıklar kapalı hariç) 5 veya daha az olduğunu biliyor. Ayrıca şu anda ışıkların mod #1'de olduğunu da biliyor. Odanın içini göremiyorsa ışığı kapatmasına yardım ediniz.

(A. Vladimirov)

5. Her grupta 26 kişiden oluşan dört grup öğrenci, otobüsle seyahat etmeye ve ücretini eşit olarak ödemeye karar verdiler. Bir ulaşım şirketi iki farklı türde otobüs sağlar: 30 yolcu için (tek fiyatla) ve 50 yolcu için (daha yüksek fiyatla). İlk olarak, öğrenciler mümkün olduğunca az para harcamaya karar verdiler ve her birinin \$25 ödemesi gerektiğini hesapladılar. Daha sonra, hiçbir grubun farklı otobüsler arasında ayrılmak istemediğini ve bunun ışığında her öğrencinin \$30 harcaması gerektiğini fark ettiler. Sonunda her gruptan bir öğrenci seyahat etmekten vazgeçti. Şimdi her öğrenci ne kadar para ödemelidir?

(L. Koreshkova)

6. Kareli bir kağıda  $5 \times 5$  kare (25 hücreden oluşmak üzere) çizilir. Dima, ızgara çizgileri boyunca bu kareyi, her bir şeklin çevresi (kare hücreler yardımıyla hesaplanır)  $P$  'ye eşit olacak şekilde birkaç (1'den fazla) şekle bölmek istiyor. Dima bunu hangi  $P < 25$  sayıları için yapabilir?

(S. Pavlov)

7. Andrew iki farklı pozitif tamsayı tasarladı,  $a$  ve  $b$  ( $a < b$ ). Bir kağıda  $a + b$ , diğerine  $2a$  yazdı. Sonra bir kağıt parçasını Boris'e, diğerini Charlie'ye verdi.

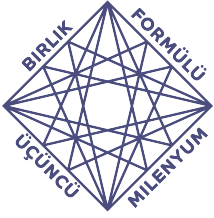
Boris: Hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.

Charlie: Ben de hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.

Boris: Ve şimdi biliyorum.

Toplamın yazılı olduğu kağıdı kim almıştır?

(K. Knop)



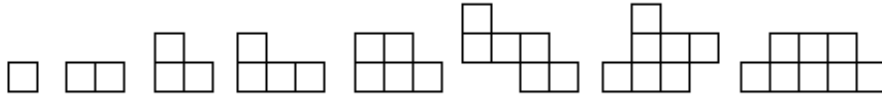
Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R6. Sınıf / Problemler**



Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Aşağıdaki şekillerden bir dikdörtgen yapınız. Her şekli tam bir kez kullanmalısınız. Şekilleri döndürebilir ve ters çevirebilirsiniz.



(A. Kopchuk)

2. Toplamı 12 olan 6 pozitif tam sayı bir çemberin etrafına yazılıyor. Kate, herhangi ardışık 1'den 5'e kadar olan tam sayılardan alırsa, toplamlarının 6'ya eşit olmadığını fark etti. Yazılan en büyük sayıyı bulunuz. (Bu soruya olası tüm cevapları bulunuz ve bu seçeneklerin neden mümkün olduğunu ve diğerlerinin neden olmadığını açıklayınız.)

(S. Pavlov)

3. 1234 sayısı, rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 14 fazla olacak şekildedir (çarpım  $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ 'e eşittir ve toplam  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 'a eşittir). Rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 2021 fazla olan bir sayı bulunuz.

(A. Tesler)

4. Bir yıldaki; bir ayda 5 Pazartesi, bir sonraki ayda 5 Salı ve ondan sonraki ayda 5 Çarşamba vardı. O yıl haftanın hangi günü başlamıştır?

(A. Tesler)

5. Her grupta 26 kişiden oluşan dört grup öğrenci, otobüsle seyahat etmeye ve ücretini eşit olarak ödemeye karar verdiler. Bir ulaşım şirketi iki farklı türde otobüs sağlar: 30 yolcu için (tek fiyatla) ve 50 yolcu için (daha yüksek fiyatla). İlk olarak, öğrenciler mümkün olduğunca az para harcamaya karar verdiler ve her birinin \$25 ödemesi gerektiğini hesapladılar. Daha sonra, hiçbir grubun farklı otobüsler arasında ayrılmak istemediğini ve bunun ışığında her öğrencinin \$30 harcaması gerektiğini fark ettiler. Sonunda her gruptan bir öğrenci seyahat etmekten vazgeçti. Şimdi her öğrenci ne kadar para ödemelidir?

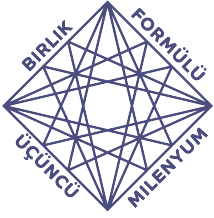
(L. Koreshkova)

6. Bir futbol şampiyonasına 32 takım katılır. Takımlar 8 gruba ayrılırlar: her grupta 4 takım vardır. Her grupta her takım diğer üç takımla oynar. Bir maçı kazanan bir takım için 3 puan, yenilen için 0 puan, bir beraberlik için 1 puan verilir (böylece her takım 0'dan 9'a kadar puanlar alabilir). Grup maçlarının bitiminden sonra aynı puana sahip 5 takım olacağından emin olabilir miyiz?

(A. Tesler)

7. Andrew iki farklı pozitif tamsayı tasarladı,  $a$  ve  $b$  ( $a < b$ ). Bir kağıda  $a + b$ , diğerine  $2a$  yazdı. Sonra bir kağıt parçasını Boris'e, diğerini Charlie'ye verdi.  
Boris: Hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Charlie: Ben de hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Boris: Ve şimdi biliyorum.  
Toplamın yazılı olduğu kağıdı kim almıştır?

(K. Knop)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R7. Sınıf / Problemler**



Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Kareli bir kağıda  $5 \times 5$  kare (25 hücreden oluşmak üzere) çizilir. Dima, ızgara çizgileri boyunca bu kareyi, her bir şeklin çevresi (kare hücreler yardımıyla hesaplanır)  $P$  'ye eşit olacak şekilde birkaç (1'den fazla) şekle bölmek istiyor. Dima bunu hangi  $P < 25$  sayıları için yapabilir?  
(S. Pavlov)
2. Olimpiyat kağıtlarını kontrol etmekle geçen zor bir günün ardından, bir sınav görevlisi çalışma odasından çıktı ve kapıyı kapattı. Çalışma odasının ışıklarını kontrol eden anahtarın yanında durdu. Işıklar birkaç modda çalışabilir. Dairesel düğmeyi çevirerek kontrol eden bir kişi bu modlar arasında ilk moddan sonuncuya, ardından "ışıklar kapalı" moduna, sonra tekrar ilk moda vb. geçiş yapabilir. Çok yorgun olan sınav görevlisi, modların tam sayısını hatırlamıyor; ancak bu sayının (ışıklar kapalı hariç) 5 veya daha az olduğunu biliyor. Ayrıca şu anda ışıkların mod #1'de olduğunu da biliyor. Odanın içini göremiyorsa ışığı kapatmasına yardım ediniz.  
(A. Vladimirov)
3. Bir saatin akrebi ile yelkovanı arasındaki açı  $70^\circ$ 'dir. Bu açı kaç dakika sonra tekrar  $70^\circ$  olur? Akrep ile yelkovan sürekli dönmektedir.  
(A. Tesler)
4. Bir yıldaki; bir ayda 5 Pazartesi, bir sonraki ayda 5 Salı ve ondan sonraki ayda 5 Çarşamba vardı. O yıl haftanın hangi günü başlamıştır?  
(A. Tesler)
5. Rusya'daki bir matbaa şirketi, bir kitabın basım fiyatını şu şekilde hesaplıyor: kapağın fiyatını ve tüm sayfaların fiyatlarını toplarlar ve sonra tam sayı bir rubleye yuvarlarlar (örneğin, 202 ruble 1 kapık 203 rubleye yuvarlanır). 104 sayfalık bir kitabı basmanın 134 rubleye, 192 sayfalık bir kitabı basmanın 181 rubleye mal olduğu bilinmektedir. Kapak fiyatı bir tamsayı rubleye mal oluyorsa ve her sayfa bir tamsayı kapike mal oluyorsa, kapağın fiyatını bulunuz.(1 ruble 100 kapık içerir.)  
(P. Mullenko)
6. Bir futbol şampiyonasına 32 takım katılır. Takımlar 8 gruba ayrılırlar: her grupta 4 takım vardır. Her grupta her takım diğer üç takımla oynar. Bir maçı kazanan bir takım için 3 puan, yenilen için 0 puan, bir beraberlik için 1 puan verilir (böylece her takım 0'dan 9'a kadar puanlar alabilir). Grup maçlarının bitiminden sonra aynı puana sahip 5 takım olacağından emin olabilir miyiz?  
(A. Tesler)
7. Andrew iki farklı pozitif tamsayı tasarladı,  $a$  ve  $b$  ( $a < b$ ). Bir kağıda  $a + b$ , diğerine  $2a$  yazdı. Sonra bir kağıt parçasını Boris'e, diğerini Charlie'ye verdi.  
Boris: Hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Charlie: Ben de hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Boris: Ve şimdi biliyorum.  
Toplamın yazılı olduğu kağıdı kim almıştır?  
(K. Knop)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R8. Sınıf / Problemler**



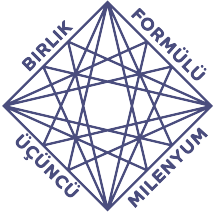
Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtları da gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

- 1234 sayısı, rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 14 fazla olacak şekildedir (çarpım  $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ 'e eşittir ve toplam  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 'a eşittir). Rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamından 2021 *daha az olan* en küçük pozitif tam sayı  $x$  olsun.  $x$  sayısı kaç basamaklıdır? (A. Tesler)
- $45^n + 988 \cdot 2^n$  sayısı 2021 ile tam bölünecek şekilde tüm  $n$  pozitif tam sayılarını bulunuz. (L. Koreshkova)
- Bir saatin akrebi ile yelkovanı arasındaki açı  $70^\circ$ 'dir. Bu açı kaç dakika sonra tekrar  $70^\circ$  olur? Akrep ile yelkovan sürekli dönmektedir. (A. Tesler)
- 3 basamaklı bir sayıdaki rakamların yerlerini değiştirerek 6 taneye kadar farklı sayı elde edebilirsiniz. Bu 6 sayıdan kaç tanesi bir aritmetik dizi oluşturabilir? Mümkün olan en büyük cevabı bulunuz. (Bir aritmetik dizi, her sayının bir öncekinden aynı miktarda daha büyük olduğu bir dizidir. Örneğin: 57, 63, 69, 75.) (V. Fedotov)
- $8 \times 8$ 'lik bir satranç tahtasının beyaz hücrelerinin merkezlerini beyaz, siyah hücrelerin merkezlerini siyah ile işaretleyelim. Köşeleri aynı renge sahip merkezlerde bulunan ikizkenar dik üçgenlerin sayısını bulunuz. (L. Koreshkova)
- Düzlemde bir  $ABCD$  karesi ve içinde bir  $M$  noktası veriliyor. Yalnızca bir cetvel kullanarak  $20$ 'yi aşmayan sayıda çizgi çizerek,  $M$ 'den  $AC$ 'ye paralel çizgiyi çizmenin bir yolunu bulunuz. (Cetvelde ölçek yoktur, üzerine hiçbir şey işaretleyemezsiniz. Yapabileceğiniz tek şey seçilen iki noktadan bir çizgi çekmektir.) (A. Tesler)
- Sonsuz ızgara çizgili bir düzlemde, her hücre bir evi temsil eder; İtfaiyeciler bu evleri korumaya hazır. Yangının tek bir hücrede başladığını varsayalım. Bir dakika sonra her itfaiyeci, zorunlu olmamakla birlikte, yangın çıkan bir evin yanındaki bir başka evi korumayı seçebilir (ancak buna mecbur değildir). Bir dakika sonra yangın, korunanlar dışındaki tüm komşu hücrelere yayılır. Bundan sonra itfaiyeciler ve yangın sırayla hareket etmeye devam ediyor.  $n$  itfaiyecinin yangını kontrol altına alabileceği, yani bir süre sonra yayılmasını önleyebileceği en küçük  $n$ 'yi bulunuz. (Resimde,  $n = 2$  için olayın nasıl gelişebileceğinin bir örneğini görebilirsiniz: tek sayılar yangının nasıl yayıldığını, çift sayılar ise itfaiyecilerin eylemlerini göstermektedir.)

		9							
	9	7	9						
	6	5	7	9					
	4	3	5	7	9				
	2	1	2	9					
6	5	3	5	7	9				
9	7	5	7	8					
	8	7	9						
		9							

(L. Koreshkova)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü»/«Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R9. Sınıf / Problemler**



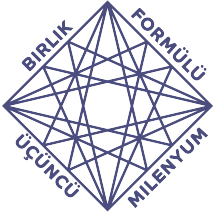
Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Marina, bir üçgenin 9 ve 6 birim uzunluğundaki kenarları ile oluşturulan açının açıortay doğrusunun 6 birim uzunluğunda olduğunu hayal etti. Marina bu üçgeni çizmek istiyor. Bu mümkün müdür?  
(L. Koreshkova)
2.  $45^n + 988 \cdot 2^n$  sayısı 2021 ile tam bölünecek şekilde tüm  $n$  pozitif tam sayılarını bulunuz.  
(L. Koreshkova)
3. Bir saatin akrebi ile yelkovanı arasındaki açı  $70^\circ$ 'dir. Bu açı kaç dakika sonra tekrar  $70^\circ$  olur? Akrep ile yelkovan sürekli dönmektedir.  
(A. Tesler)
4. 3 basamaklı bir sayıdaki rakamların yerlerini değiştirerek 6 taneye kadar farklı sayı elde edebilirsiniz. Bu 6 sayıdan kaç tanesi bir aritmetik dizi oluşturabilir? Mümkün olan en büyük cevabı bulunuz. (Bir aritmetik dizi, her sayının bir öncekinden aynı miktarda daha büyük olduğu bir dizidir. Örneğin: 57, 63, 69, 75.)  
(V. Fedotov)
5.  $X$  bir sayı kümesi olmak üzere, her  $a \in X$  için,  $a + T$  ve  $a - T$  sayıları da  $X$ 'te bulunuyorsa  $X$ 'e ( $T > 0$  periyoduna sahip) bir periyodik küme denir. Onluk sistemdeki yazılışında herhangi bir basamağında 5 rakamı olan tüm tam sayıların kümesi periyodik midir?  
(A. Tesler)
6. Düzlemde bir  $ABCD$  karesi ve içinde bir  $M$  noktası veriliyor. Yalnızca bir cetvel kullanarak 20'yi aşmayan sayıda çizgi çizerek,  $M$ 'den  $AC$ 'ye paralel çizgiyi çizmenin bir yolunu bulunuz. (Cetvelde ölçek yoktur, üzerine hiçbir şey işaretleyemezsiniz. Yapabileceğiniz tek şey seçilen iki noktadan bir çizgi çekmektir.)  
(A. Tesler)
7. Sonsuz ızgara çizgili bir düzlemde, her hücre bir evi temsil eder; İtfaiyeciler bu evleri korumaya hazır. Yangının tek bir hücrede başladığını varsayalım. Bir dakika sonra her itfaiyeci, zorunlu olmamakla birlikte, yangın çıkan bir evin yanındaki bir başka evi korumayı seçebilir (ancak buna mecbur değildir). Bir dakika sonra yangın, korunanlar dışındaki tüm komşu hücrelere yayılır. Bundan sonra itfaiyeciler ve yangın sırayla hareket etmeye devam ediyor.  $n$  itfaiyecinin yangını kontrol altına alabileceği, yani bir süre sonra yayılmasını önleyebileceği en küçük  $n$ 'yi bulunuz. (Resimde,  $n = 2$  için olayın nasıl gelişebileceğinin bir örneğini görebilirsiniz: tek sayılar yangının nasıl yayıldığını, çift sayılar ise itfaiyecilerin eylemlerini göstermektedir.)

			9				
	9	7	9				
	6	5	7	9			
	4	3	5	7	9		
	2	1	2	9			
6	5	3	5	7	9		
9	7	5	7	8			
	8	7	9				
			9				

(L. Koreshkova)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R10. Sınıf / Problemler**

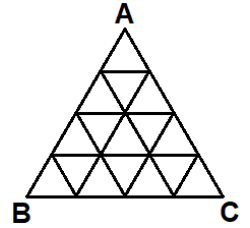


Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih - 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

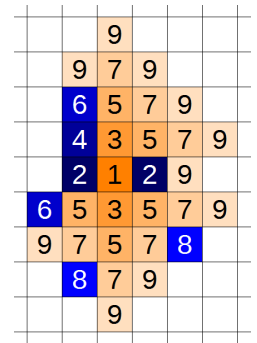
Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Bir yıldaki; bir ayda 5 Pazartesi, bir sonraki ayda 5 Salı ve ondan sonraki ayda 5 Çarşamba vardı. O yıl haftanın hangi günü başlamıştır? (A. Tesler)
2. İki çember birbirine içten  $A$  noktasında teğettir.  $AB$  büyük çemberin çapı,  $O$  noktası küçük çemberin merkezi olmak üzere; büyük çemberin  $BD$  kirişi küçük çembere  $C$  noktasında teğettir.  $BO \cdot CD = OA \cdot BC$  olduğunu ispatlayınız. (E. Golikova)
3. Andrew iki farklı pozitif tamsayı tasarladı,  $a$  ve  $b$  ( $a < b$ ). Bir kağıda  $a + b$ , diğerine  $2a$  yazdı. Sonra bir kağıt parçasını Boris'e, diğerini Charlie'ye verdi.  
Boris: Hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Charlie: Ben de hangi parçaya sahip olduğumu bilmiyorum.  
Boris: Ve şimdi biliyorum.  
Toplamın yazılı olduğu kağıdı kim almıştır? (K. Knop)

4. Şekilde üçgensel bir ızgara görülmektedir. Genç bir çocuk  $A$  noktasına bir robot salyangoz yerleştiriyor. Salyangozun ızgaradaki bir kenar üzerinde ilerlemesi 1 saat sürmektedir. Salyangoz her kesişim noktasına geldiğinde gideceği yönü (kendi geldiği yön dahil olmak üzere) olasılıkları eşit olmak şartıyla ve kesişim noktaları arasında dönmek şartıyla seçmektedir. Peter 4 saat sonra geri geliyor. Sizce hangisi daha mümkündür? Robot salyangoz  $BC$  kenarı üzerindedir. Robot salyangoz  $A$  noktası üzerindedir. (L. Koreshkova, A. Tesler)



5. Sonsuz ızgara çizgili bir düzlemde, her hücre bir evi temsil eder; İtfaiyeciler bu evleri korumaya hazır. Yangının tek bir hücrede başladığını varsayalım. Bir dakika sonra her itfaiyeci, zorunlu olmamakla birlikte, yangın çıkan bir evin yanındaki bir başka evi korumayı seçebilir (ancak buna mecbur değildir). Bir dakika sonra yangın, korunanlar dışındaki tüm komşu hücrelere yayılır. Bundan sonra itfaiyeciler ve yangın sırayla hareket etmeye devam ediyor.  $n$  itfaiyecinin yangını kontrol altına alabileceği, yani bir süre sonra yayılmasını önleyebileceği en küçük  $n$ 'yi bulunuz. (Resimde,  $n = 2$  için olayın nasıl gelişebileceğinin bir örneğini görebilirsiniz: tek sayılar yangının nasıl yayıldığını, çift sayılar ise itfaiyecilerin eylemlerini göstermektedir.)



- (L. Koreshkova)
6.  $KLMN$  eşkenar dörtgeninin içteğet çemberi  $LK$  kenarına  $P$  noktasında teğettir.  $P$  ve  $K$  noktalarından geçecek şekilde çizilen paralel doğrular  $LM$  ve  $MN$  kenarlarını sırasıyla  $Q$  ve  $R$  noktalarında kesmektedir. Çemberin  $QR$  doğru parçasına teğet olduğunu ispat ediniz. (L. Koreshkova)
7.  $x$ ,  $y$  ve  $z$  pozitif gerçel sayılarının çarpımı 1 olmak üzere aşağıdaki ifadenin en küçük değerini bulunuz. 
$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{x+y+z-1}$$
 (A. R. Arab)



Uluslararası Matematik Olimpiyatı  
«Birlik Formülü» / «Üçüncü Milenyum»  
2021–2022 Eğitim Yılı. Eleme Turu  
**R11. Sınıf / Problemler**



Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2021-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih – 10 Kasım 2021 saat 23:59:59 (UTC)'dir (yani Türkiye vakti ile 11 Kasım saat 02:59:59).

Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarında gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır.

1. Bir yıldaki; bir ayda 5 Pazartesi, bir sonraki ayda 5 Salı ve ondan sonraki ayda 5 Çarşamba vardı. O yıl haftanın hangi günü başlamıştır? (A. Tesler)
2. Uzun yıllar önce, uzaktaki bir galaksinin  $X$  gezegeninde teleskoplar vardı:  $A$  teleskopu Kuzey kutbunda,  $B$  ve  $C$  teleskopları ekvatordaymış.  $B$  ve  $C$  arasındaki uzaklık (gezegenin yüzeyinden ölçüldüğünde)  $A$  ve  $C$  arasındaki uzaklığın iki katı kadar küçükmüş. Her teleskop ile gökyüzünün tam olarak yarısı gözlenebiliyor (diğer yarısı gezegenin arkasında kalıyor). Üç teleskopun da şu anda Güneşi izleme ihtimalini bulunuz. (O. Pyayve)
3. 3 basamaklı bir sayıdaki rakamların yerlerini değiştirerek 6 taneye kadar farklı sayı elde edebilirsiniz. Bu 6 sayıdan kaç tanesi bir aritmetik dizi oluşturabilir? Mümkün olan en büyük cevabı bulunuz. (Bir aritmetik dizi, her sayının bir öncekinden aynı miktarda daha büyük olduğu bir dizidir. Örneğin: 57, 63, 69, 75.) (V. Fedotov)

4. Sonsuz ızgara çizgili bir düzlemde, her hücre bir evi temsil eder; İtfaiyeciler bu evleri korumaya hazır. Yangının tek bir hücrede başladığını varsayalım. Bir dakika sonra her itfaiyeci, zorunlu olmamakla birlikte, yangın çıkan bir evin yanındaki bir başka evi korumayı seçebilir (ancak buna mecbur değildir). Bir dakika sonra yangın, korunanlar dışındaki tüm komşu hücrelere yayılır. Bundan sonra itfaiyeciler ve yangın sırayla hareket etmeye devam ediyor.  $n$  itfaiyecinin yangını kontrol altına alabileceği, yani bir süre sonra yayılmasını önleyebileceği en küçük  $n$ 'yi bulunuz. (Resimde,  $n = 2$  için olayın nasıl gelişebileceğinin bir örneğini görebilirsiniz: tek sayılar yangının nasıl yayıldığını, çift sayılar ise itfaiyecilerin eylemlerini göstermektedir.)

			9				
		9	7	9			
		6	5	7	9		
		4	3	5	7	9	
		2	1	2	9		
6	5	3	5	7	9		
9	7	5	7	8			
		8	7	9			
			9				

5. İki tamkare sayının toplamı olacak şekilde bir pozitif tamsayının 2021 şekilde gösterilebileceğini ispatlayınız. (O. Pyayve)
6.  $KLMN$  eşkenar dörtgeninin içteğet çemberi  $LK$  kenarına  $P$  noktasında teğettir.  $P$  ve  $K$  noktalarından geçecek şekilde çizilen paralel doğrular  $LM$  ve  $MN$  kenarlarını sırasıyla  $Q$  ve  $R$  noktalarında kesmektedir. Çemberin  $QR$  doğru parçasına teğet olduğunu ispat ediniz. (L. Koreshkova)
7.  $x$ ,  $y$  ve  $z$  pozitif gerçel sayılarının çarpımı 1 olmak üzere aşağıdaki ifadenin en küçük değerini bulunuz. 
$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{x+y+z-1}$$
 (A. R. Arab)