Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

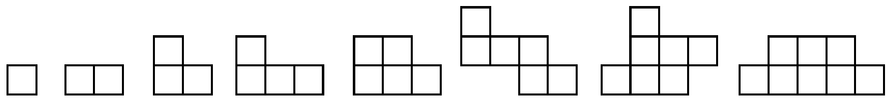
Sujet pour le niveau 5

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

---

1. En utilisant chaque figure une seule fois, composez un rectangle. On peut tourner et retourner les figures si besoin.



(*A. Kopchuk*)

2. Le professeur a demandé à deux filles, Katia et Léna, de placer 4 nombres entiers naturels non nuls autour d'un cercle de sorte que leur somme soit égale à 8. Il demande en plus que la somme de nombres dans toute suite de nombres voisins (ayant 1, 2 ou 3 éléments) soit différente de 4. Chaque fille a réussi à réaliser cette tâche. Est-il possible que Léna ait écrit un nombre que Katia n'a pas écrit? (*S. Pavlov*)

3. Dans le nombre 1234 la différence entre le produit de chiffres et la somme de chiffres est 14 (le produit est $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ et la some $1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Trouvez un nombre pour lequel cette différence est de 2021. (*A. Tesler*)

4. Un correcteur de l'olympiade travaille dans un bureau dont l'éclairage est très complexe et a plusieurs régimes de fonctionnement. Une fois, en quittant son bureau après une longue journée de travail, il a fermé la porte sans éteindre la lumière. Le bouton qui permet de changer le regime d'éclairage se trouve à l'extérieur, le correcteur y a accès, mais il ne peut pas voir si la lumière est allumée et ne sait plus combien de régimes différents il y a (il est très fatigué!). Il se souvient que les régimes sont enclenchés dans l'ordre (du premier au dernier, après le dernier vient l'extinction de lumières, puis tout se repète), qu'il y a au plus 5 régimes différents (sans compter « tout éteint ») et que c'est le régime 1 qui est enclenché. Aidez le correcteur à éteindre les lumières, sachant qu'il peut actionner le bouton, mais ne peut pas voir le numéro du régime en cours. (*A. Vladimirov*)

5. Quatre groupes d'étudiants (26 personnes par groupe) on décidé de partir en voyage en bus et se partager les frais équitablement. La companie de transport peut leur proposer deux types de bus: des bus avec 30 places (moins cher) et des bus avec 50 places (plus cher). Au début les étudiants ont décidé de passer la commande la moins chère possible et dans ce cas là chaque étudiant devrait payer 25 euros. Après discussion aucun groupe n'a voulu être séparé dans des bus différents, mais dans ce cas chaque étudiant devrait payer 30 euros. Suite à ça un étudiant de chaque groupe a décidé de ne pas partir. Combien chaque étudiant devra-t-il payer maintenant? (*L. Koreshkova*)

6. On a tracé un carré 5×5 (qui contient donc 25 cases). On veut le découper en suivant les lignes de quadrillage pour obtenir plusieurs (donc forcement plus qu'une) figures dont le prérimètre vaut P (on considère que le côté de chaque case mesure 1). Pour quels $P < 25$ peut-on le faire? (*S. Pavlov*)

7. André a pris deux entiers naturels non nuls distincts puis il a écrit leur somme sur une carte et le double du plus petit des deux sur une autre. Il donne une carte à Bruno et l'autre à Charles et leur demande de quelle est leur carte.
   Bruno dit : Hélas, je ne sais pas laquelle des deux cartes j'ai.
   Charles dit: Moi non plus.
   Alors Bruno dit: Dans ce cas, je sais quelle est ma carte!
   Qui a la carte avec la somme des deux nombres? (*K. Knop*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

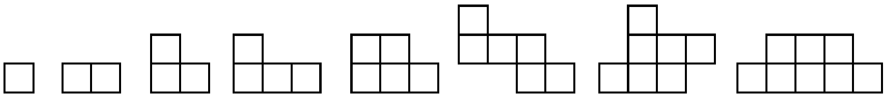
Sujet pour le niveau 6

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

---

1. En utilisant chaque figure une seule fois, composez un rectangle. On peut tourner et retourner les figures si besoin.



(*A. Kopchuk*)

2. Six nombres sont placés autour d'un cercle. Leur somme est 12. Katia remarque que quels que soient les nombres qui se suivent (entre 1 et 5 le long du cercle) leur somme est différente de 6. Quel peut être le plus grand de ces nombres? (Donnez toutes les valeurs possibles et expliquez pourquoi celles-ci le sont et toutes les autres ne le sont pas.) (*S. Pavlov*)

3. Dans le nombre 1234 la différence entre le produit de chiffres et la somme de chiffres est 14 (le produit est $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ et la some $1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Trouvez un nombre pour lequel cette différence est de 2021. (*A. Tesler*)

4. Dans un certain mois d'une année il y avait 5 lundis, le mois suivant il y avait 5 mardis et le mois d'après il y avait 5 mercredis. Quel jour de la semaine cette année là avait-elle commencé? (*A. Tesler*)

5. Quatre groupes d'étudiants (26 personnes par groupe) on décidé de partir en voyage en bus et se partager les frais équitablement. La companie de transport peut leur proposer deux types de bus: des bus avec 30 places (moins cher) et des bus avec 50 places (plus cher). Au début les étudiants ont décidé de passer la commande la moins chère possible et dans ce cas là chaque étudiant devrait payer 25 euros. Après discussion aucun groupe n'a voulu être séparé dans des bus différents, mais dans ce cas chaque étudiant devrait payer 30 euros. Suite à ça un étudiant de chaque groupe a décidé de ne pas partir. Combien chaque étudiant devra-t-il payer maintenant? (*L. Koreshkova*)

6. Les 32 équipes participant dans un tounoi de foot sont divisées en 8 groupes de 4 équipes. Dans chaque groupe chaque équipe affronte les trois autres une et une seule fois. Une victoire rapporte 3 points, une défaite apporte 0 point et un match nul apporte 1 point (donc en tout chaque équipe peut obtenir entre 0 et 9 points). Est-il vrai qu'une fois tous les matchs dans les groupes terminés il y aura au moins 5 équipes avec le même nombre de points? (*A. Tesler*)

7. André a pris deux entiers naturels non nuls distincts puis il a écrit leur somme sur une carte et le double du plus petit des deux sur une autre. Il donne une carte à Bruno et l'autre à Charles et leur demande de quelle est leur carte.
Bruno dit : Hélas, je ne sais pas laquelle des deux cartes j'ai.
Charles dit: Moi non plus.
Alors Bruno dit: Dans ce cas, je sais quelle est ma carte!
Qui a la carte avec la somme des deux nombres? (*K. Knop*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

Sujet pour le niveau 7

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

---

1. On a tracé un carré 5×5 (qui contient donc 25 cases). On veut le découper en suivant les lignes de quadrillage pour obtenir plusieurs (donc forcement plus qu'une) figures dont le prérimètre vaut P (on considère que le côté de chaque case mesure 1). Pour quels $P < 25$ peut-on le faire? (*S. Pavlov*)

2. Un correcteur de l'olympiade travaille dans un bureau dont l'éclairage est très complexe et a plusieurs régimes de fonctionnement. Une fois, en quittant son bureau après une longue journée de travail, il a fermé la porte sans éteindre la lumière. Le bouton qui permet de changer le regime d'éclairage se trouve à l'extérieur, le correcteur y a accès, mais il ne peut pas voir si la lumière est allumée et ne sait plus combien de régimes différents il y a (il est très fatigué!). Il se souvient que les régimes sont enclenchés dans l'ordre (du premier au dernier, après le dernier vient l'extinction de lumières, puis tout se repète), qu'il y a au plus 5 régimes différents (sans compter « tout éteint ») et que c'est le régime 1 qui est enclenché. Aidez le correcteur à éteindre les lumières, sachant qu'il peut actionner le bouton, mais ne peut pas voir le numéro du régime en cours. (*A. Vladimirov*)

3. L'angle entre la grande aiguille et la petite aiguille d'une montre est 70°. Dans combien de temps il sera de nouveau 70° si le mouvement des deux aiguilles est continu? (*A. Tesler*)

4. Dans un certain mois d'une année il y avait 5 lundis, le mois suivant il y avait 5 mardis et le mois d'après il y avait 5 mercredis. Quel jour de la semaine cette année là avait-elle commencé? (*A. Tesler*)

5. Pour déterminer le coût d'impression d'un livre d'art dans une imprimerie on additionne le coût de l'impression de la couverture (le même pour tous les livres) avec le coût d'impression de chaque page puis on arrondit à l'euro supérieur (p.ex. si la somme fait 202 euros et 1 cent, alors on arrondit à 203 euros). On sait que l'impression d'un livre de 104 pages coûte 134 euros et celle du livre de 192 pages coûte 181 euros. Quel est le coût d'impression de la couverture, si l'on sait que c'est un nombre entier d'euros et le coût d'impression d'une page est un nombre entier de cents? (*P. Mulenko*)

6. Les 32 équipes participant dans un tounoi de foot sont divisées en 8 groupes de 4 équipes. Dans chaque groupe chaque équipe affronte les trois autres une et une seule fois. Une victoire rapporte 3 points, une défaite apporte 0 point et un match nul apporte 1 point (donc en tout chaque équipe peut obtenir entre 0 et 9 points). Est-il vrai qu'une fois tous les matchs dans les groupes terminés il y aura au moins 5 équipes avec le même nombre de points? (*A. Tesler*)

7. André a pris deux entiers naturels non nuls distincts puis il a écrit leur somme sur une carte et le double du plus petit des deux sur une autre. Il donne une carte à Bruno et l'autre à Charles et leur demande de quelle est leur carte.
   Bruno dit : Hélas, je ne sais pas laquelle des deux cartes j'ai.
   Charles dit: Moi non plus.
   Alors Bruno dit: Dans ce cas, je sais quelle est ma carte!
   Qui a la carte avec la somme des deux nombres? (*K. Knop*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

Sujet pour le niveau 8

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

---

1. Dans le nombre 1234 la différence entre le produit de chiffres et la somme de chiffres est 14 (le produit est $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ et la some $1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Combien de chiffres a le plus petit nombre pour lequel la différence entre la somme et le produit des chiffres est 2021? (*A. Tesler*)

2. Pour quels entiers naturels n le nombre $45^n + 988 \cdot 2^n$ est-il divisible par 2021? (*L. Koreshkova*)

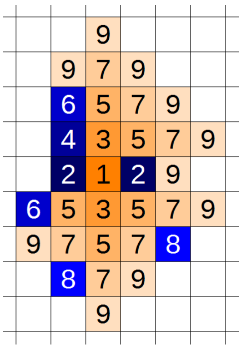
3. L'angle entre la grande aiguille et la petite aiguille d'une montre est 70°. Dans combien de temps il sera de nouveau 70° si le mouvement des deux aiguilles est continu? (*A. Tesler*)

4. En permutant les chiffres d'un nombre à trois chiffres on peut obtenir au plus 6 nombres différents. Combien d'entre eux (au plus) peuvent former une suite arithmétique? (Une suite arithmétique est une suite de nombres telle que la différence entre chaque terme, sauf le premier, et son précédent est la même, par exemple: 57, 63, 69, 75.) (*V. Fedotov*)

5. Sur un échiquier on a marqué les centres de toutes les cases (les centres des cases blanches sont des points blancs, les centres des cases noires sont des points noirs). Combien de triangles isocèles rectangles dont les sommets sont des points marqués d'une même couleur existe-t-il? (*L. Koreshkova*)

6. Soient un caré $ABCD$ et M un point à l'intérieur. Comment tracer la droite passant par M et parallèle à AC en utilisant uniquement la règle non graduiée et non informable (c.à.d. il n'y a pas de graduation et on ne peut rien marquer dessus) en traçant au plus 20 lignes? (*A. Tesler*)

7. Dans une ville représentée par un plan quadrillé (infini) il y a n pompiers. Un jour une incendie se déclare dans une des cases de la vile. Pendant la minute qui suit, chaque pompier peut (mais il n'est pas obligé) protéger une case qui n'est pas en feu mais dont une voisine est en feu. Encore dans une minute le feu se propage à toute case non protégée et voisine à au moins une case en feu. Ensuite il y a une alternance entre les actions des pompiers et du feu: les minutes paires les pompiers protègent les cases et les minutes impaires le feu se propage. Quel est le nombre minimal de pompiers nécessaire pour circonscrir l'incendie (c.à.d. l'empêcher de se propager)?



(Le dessin représente un développement possible de la situation pour $n = 2$; les nombres impairs représentent la propagation du feu et les nombres pairs représentent les intervention des pompiers.) (*L. Koreshkova*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

Sujet pour le niveau 9

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

---

1. Marina a rêvé d'un triangle dont les côtés mesurent 9 et 4 et la bissectrice de l'angle entre ces deux côtés mesure 6. Pourra-t-elle réaliser son rêve et tracer un tel triangle? (*L. Koreshkova*)

2. Pour quels entiers naturels n le nombre $45^n + 988 \cdot 2^n$ est-il divisible par 2021? (*L. Koreshkova*)

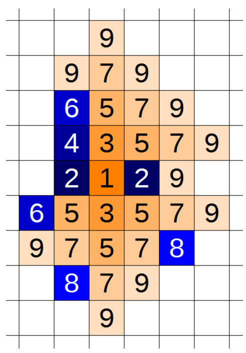
3. L'angle entre la grande aiguille et la petite aiguille d'une montre est 70°. Dans combien de temps il sera de nouveau 70° si le mouvement des deux aiguilles est continu? (*A. Tesler*)

4. En permutant les chiffres d'un nombre à trois chiffres on peut obtenir au plus 6 nombres différents. Combien d'entre eux (au plus) peuvent former une suite arithmétique? (Une suite arithmétique est une suite de nombres telle que la différence entre chaque terme, sauf le premier, et son précédent est la même, par exemple: 57, 63, 69, 75.) (*V. Fedotov*)

5. On appelle un ensemble de nombres X « périodique » (de période $T > 0$), si pour tout $a \in X$ les nombres $a + T$ et $a - T$ appartiennent également à X. L'ensemble de tous les nombres entiers naturels dont l'écriture décimale contient le chiffre 5, est-il périodique? (*A. Tesler*)

6. Soient un caré $ABCD$ et M un point à l'intérieur. Comment tracer la droite passant par M et parallèle à AC en utilisant uniquement la règle non graduiée et non informable (c.à.d. il n'y a pas de graduation et on ne peut rien marquer dessus) en traçant au plus 20 lignes? (*A. Tesler*)

7. Dans une ville représentée par un plan quadrillé (infini) il y a n pompiers. Un jour une incendie se déclare dans une des cases de la vile. Pendant la minute qui suit, chaque pompier peut (mais il n'est pas obligé) protéger une case qui n'est pas en feu mais dont une voisine est en feu. Encore dans une minute le feu se propage à toute case non protégée et voisine à au moins une case en feu. Ensuite il y a une alternance entre les actions des pompiers et du feu: les minutes paires les pompiers protègent les cases et les minutes impaires le feu se propage. Quel est le nombre minimal de pompiers nécessaire pour circonscrir l'incendie (c.à.d. l'empêcher de se propager)?



(Le dessin représente un développement possible de la situation pour $n = 2$; les nombres impairs représentent la propagation du feu et les nombres pairs représentent les intervention des pompiers.) (*L. Koreshkova*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

Sujet pour le niveau 10

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

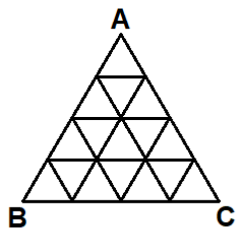
---

1. Dans un certain mois d'une année il y avait 5 lundis, le mois suivant il y avait 5 mardis et le mois d'après il y avait 5 mercredis. Quel jour de la semaine cette année là avait-elle commencé? (*A. Tesler*)

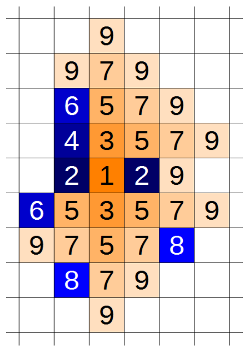
2. Deux cercles sont tangents intérieurement au point A. Soient AB le diamètre du grand cercle et O le centre du petit cercle. La corde BD du grand cercle touche le petit cercle au point C. Montrez que $BO \cdot CD = OA \cdot BC$. (*E. Golikova*)

3. André a pris deux entiers naturels non nuls distincts puis il a écrit leur somme sur une carte et le double du plus petit des deux sur une autre. Il donne une carte à Bruno et l'autre à Charles et leur demande de quelle est leur carte.
Bruno dit : Hélas, je ne sais pas laquelle des deux cartes j'ai.
Charles dit: Moi non plus.
Alors Bruno dit: Dans ce cas, je sais quelle est ma carte!
Qui a la carte avec la somme des deux nombres? (*K. Knop*)

4. On considère une grille triangulaire comme sur le dessin. Un jeune constructeur de robots a placé un robot-escargot au point A. Le petit robot très lent met une heure pour parcourir une arête de la grille. À chaque croisement il choisit une direction pour continuer son chemin parmi toutes les directions possibles (y compris celle d'où il vient) avec la même probabilité. Il ne peut pas faire la marche arrière quand il est entre deux nœuds de la grille. Une fois le robot placé, le constructeur part et revient exactement 4h plus tard. Qu'est-ce qui est le plus probable: qu'il trouve son robot sur le côté BC ou sur le nœud A? (*L. Koreshkova, A. Tesler*)



5. Dans une ville représentée par un plan quadrillé (infini) il y a n pompiers. Un jour une incendie se déclare dans une des cases de la vile. Pendant la minute qui suit, chaque pompier peut (mais il n'est pas obligé) protéger une case qui n'est pas en feu mais dont une voisine est en feu. Encore dans une minute le feu se propage à toute case non protégée et voisine à au moins une case en feu. Ensuite il y a une alternance entre les actions des pompiers et du feu: les minutes paires les pompiers protègent les cases et les minutes impaires le feu se propage. Quel est le nombre minimal de pompiers nécessaire pour circonscrir l'incendie (c.à.d. l'empêcher de se propager)?



(Le dessin représente un développement possible de la situation pour $n = 2$; les nombres impairs représentent la propagation du feu et les nombres pairs représentent les intervention des pompiers.) (*L. Koreshkova*)

6. Un cercle est inscrit dans le losange $KLMN$. Il est tangent au côté LK au point P. Par les points P et K on a tracé deux droites parallèles qui coupent les côtés LM et MN aux points Q et R respectivement. Montrez que le cercle est tangent à QR. (*L. Koreshkova*)

7. Étant donné trois nombres positifs x, y et z tels que $xyz = 1$, quelle est la valeur minimale que peut prendre l'expression $\dfrac{(x+y)(y+z)(z+x)}{x+y+z-1}$? (*A. R. Arab*)

Olympiade mathématique internationnale
« Formule d'Unité » / « Troisième millénaire »
Année 2021–2022. Premier tour

Sujet pour le niveau 11

Les solutions sont à rendre au format éléctronique (p.ex. sous forme d'un fichier texte ou un document manuscrit scanné). Pour plus de détqils voir formulo.org/en/olymp/2021-math-en/. La date limite d'envoi est — **le 10 novembre 2021 à 23:59:59 (UTC)**.

Les solutions doivent être individuelles. Dans la plupart des problèmes il est indispensqble de donner non seulement la bonne réponse, mais la justification complète de la solution. Les copies ne doivent pas comporter de notifications permettant d'identifier l'auteur. Par conséquent **il ne faut pas mettre votre nom sur la copie**.

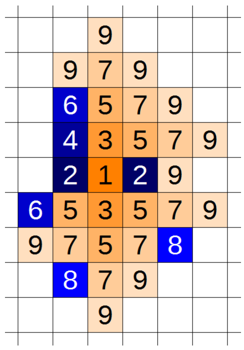
---

1. Dans un certain mois d'une année il y avait 5 lundis, le mois suivant il y avait 5 mardis et le mois d'après il y avait 5 mercredis. Quel jour de la semaine cette année là avait-elle commencé? (*A. Tesler*)

2. Sur une loinaine planète X sont placés trois téléscopes: le télescope A est sur le pôle nord et les téléscopes B et C sur l'équator. La distance entre B et C (en passant par la surface) et la moitié de la distance entre A et C. Chaque téléscope ne voit au'une moitié du ciel (celle qui n'est pas cachée par la plantè). Quelle est la probabilité qu'en ce moment les trois téléscopes voient notre Soleil? (*O. Pyayve*)

3. En permutant les chiffres d'un nombre à trois chiffres on peut obtenir au plus 6 nombres différents. Combien d'entre eux (au plus) peuvent former une suite arithmétique? (Une suite arithmétique est une suite de nombres telle que la différence entre chaque terme, sauf le premier, et son précédent est la même, par exemple: 57, 63, 69, 75.) (*V. Fedotov*)

4. Dans une ville représentée par un plan quadrillé (infini) il y a n pompiers. Un jour une incendie se déclare dans une des cases de la vile. Pendant la minute qui suit, chaque pompier peut (mais il n'est pas obligé) protéger une case qui n'est pas en feu mais dont une voisine est en feu. Encore dans une minute le feu se propage à toute case non protégée et voisine à au moins une case en feu. Ensuite il y a une alternance entre les actions des pompiers et du feu: les minutes paires les pompiers protègent les cases et les minutes impaires le feu se propage. Quel est le nombre minimal de pompiers nécessaire pour circonscrir l'incendie (c.à.d. l'empêcher de se propager)?



(Le dessin représente un développement possible de la situation pour $n = 2$; les nombres impairs représentent la propagation du feu et les nombres pairs représentent les intervention des pompiers.) (*L. Koreshkova*)

5. Démontrer qu'il existe un entier naturel tel qu'il existe au moins 2021 façons de le présenter comme somme de carrés de deux nombres entiers naturels. (*O. Pyayve*)

6. Un cercle est inscrit dans le losange $KLMN$. Il est tangent au côté LK au point P. Par les points P et K on a tracé deux droites parallèles qui coupent les côtés LM et MN aux points Q et R respectivement. Montrez que le cercle est tangent à QR. (*L. Koreshkova*)

7. Étant donné trois nombres positifs x, y et z tels que $xyz = 1$, quelle est la valeur minimale que peut prendre l'expression $\dfrac{(x+y)(y+z)(z+x)}{x+y+z-1}$? (*A. R. Arab*)