



## 5. Sınıf / Problemler

Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih **12 Kasım 2020'dir**. Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtları da gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, **kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır**.

1. Kağıtta dijital sayılarla '56789' sayısı yazılmıştır. Bu kağıdı üç parçaya öyle bir şekilde kesin ki, parçalardaki sayıların toplamı 170 olsun.

(A. Tesler)

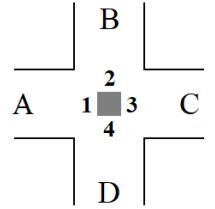


2. Bir gün 91 kişiden oluşan "Formula of Unity" yaz kampı öğrencileri sinemaya gitmişlerdir. Bir sene önce aynı salonda sinemaya gittiklerinde bütün grup (7 sıraya sığamayıp) 8 sıraya sığmıştır. Ancak bu sene tıbbi önlemlerden dolayı her dördüncü koltuğun boş bırakılması gerekmektedir (Her sırada 4 ile tam bölünebilen koltuklar boş bırakılmalı). Bu kural yüzünden gruptan bir kişi salona sığmamıştır. Her sıradaki koltuk sayısının eşit olduğu bilinmektedir. Salondaki sıra sayısını ve her sırada kaç koltuk olduğunu bulunuz.

(P. Mulenko)

3. Dört yolun birleştiği bir yol ayrımında yandaki şekilde gösterildiği gibi bir tabela direği bulunmaktadır. Direğin dört tarafında birer tabela asılıdır ve tabeladaki yazılar şöyledir:

1	2	3	4
← Hazine	← Ölüm	← Şehir	← Şehir
↑ Ölüm	↑ Şehir	↑ Ölüm	↑ Ejderha
→ Şehir	→ Ejderha	→ Ejderha	→ Ölüm

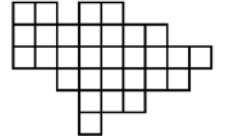


Ancak bu taşı sadece bilge insanlar kullanabilir, çünkü her tabeladaki satırlardan biri yanlıştır. Yollardan hangisinin hazineye, hangisinin şehre, hangisinin ejderhaya ve hangisinin ölüme gittiğini bulup, sonuca nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

(P. Mulenko)

4. Aşağıdaki şeklin 5 eşit parçaya nasıl bölünebileceğini gösteriniz. İki parça, döndürüldüğünde (gerekirse yansıtıldığında) birbirlerinin üstüne tam olarak oturuyorsa eşit sayılır.

(O. Pyaive)



5. Tom ve Jerry'nin üstlerinde 1, 2, 3, 4 ve 5 sayılarından yalnızca birinin yazılı olduğu, hepsinde birbirinden farklı sayılar yazan 5 kartları vardır. Bu kartlarla bir oyun oynamak isterler. İki de sırayla birer kart seçerler ve ilk seçim yapan hep Tom oluyor. Bütün kartlar seçildikten sonra eğer ikisinden birinin (veya her ikisinin) destesindeki iki sayının farkı yine aynı destedeki bir kartta yazıyor ise Tom kazanıyor, aksi takdirde Jerry kazanıyor.

- a) Tom, Jerry'nin seçimleri ne olursa olsun kendisi kazanacak şekilde oynayabilir mi?  
b) Eğer Tom bilerek yenilmek istese, Jerry'nin kazanma ihtimali var mı?

(L. Koreshkova)

6. Sudoku çeşitlerinden biri olan Sumdoku'da tabloda sayılar yerine bazı renk grupları vardır ve bu gruplardaki kutucuklarda olması gereken sayıların toplamı yazmaktadır. Örneğin, sağdaki tablodaki boşlukların 1'den 4'e kadar olan sayılarla doldurulması gerekmektedir.

- Her sıra ve sütundaki sayılar farklı olmalıdır.
- Aynı renkteki kutucuklardaki sayıların toplamı, köşedeki sayıya eşit olmalıdır.

5			
			8
8			
	5		14

Bu sorunun birden fazla çözümü bulunmaktadır. Toplam kaç farklı çözüm bulunabilir? (P. Mulenko)

7. Bütün ardışık tek tam sayılar bir spiral şeklinde yazılmıştır. 3 sayısı, 15 sayısı ve onlarla aynı çizgide olan sayılara 'iyi' sayılar diyelim (Şekilde griye boyananlar). İyi sayılar ardışık bir şekilde sıralandığında oluşan dizinin ( 3, 15, 23, 43, ...) 2020'inci terimi kaç olur?

(A. R. Arab)

		13	15	17	19	
		11	1	3	21	
...		9	7	5	23	
		35				
		33	31	29	27	25

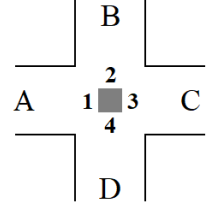


## 6. Sınıf / Problemler

Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih **12 Kasım 2020'dir**. Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtları da gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, **kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır**.

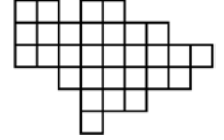
1. Dört yolun birleştiği bir yol ayrımında yandaki şekilde gösterildiği gibi bir tabela direği bulunmaktadır. Direğin dört tarafında birer tabela asılıdır ve tabeladaki yazılar şöyledir:

1	2	3	4
← Hazine	← Ölüm	← Şehir	← Şehir
↑ Ölüm	↑ Şehir	↑ Ölüm	↑ Ejderha
→ Şehir	→ Ejderha	→ Ejderha	→ Ölüm



Ancak bu taşı sadece bilge insanlar kullanabilir, çünkü her tabeladaki satırlardan biri yanlıştır. Yollardan hangisinin hazineye, hangisinin şehre, hangisinin ejderhaya ve hangisinin ölüme gittiğini bulup, sonuca nasıl ulaştığınızı açıklayınız. (P. Mullenko)

2. Aşağıdaki şeklin 5 eşit parçaya nasıl bölünebileceğini gösteriniz. İki parça, döndürüldüğünde (gerekirse yansıtıldığında) birbirlerinin üstüne tam olarak oturuyorsa eşit sayılır. (O. Pyaive)



3. Öğlen vakti (12:00) iki arkadaş düz bir yol üzerindeki bir ağacın dibinden yola çıkarlar. Birisi batıya yürüyerek 4 km/s hızla, diğeri doğuya bisikletle 16 km/s hızla ilerliyor. Bir süre sonra bisikletli geriye dönüp, hala batıya yürüyen arkadaşına başlangıçtan 3 saat sonra yetişiyor. Arkadaşlar arasındaki maksimum uzaklık ne kadardır ve tam olarak zamanı nedir? (A. Tesler)

4. Sudoku çeşitlerinden biri olan Sumdoku'da tabloda sayılar yerine bazı renk grupları vardır ve bu gruplardaki kutucuklarda olması gereken sayıların toplamı yazmaktadır. Örneğin, sağdaki tablodaki boşlukların 1'den 4'e kadar olan sayılarla doldurulması gerekmektedir.

			5	
				8
8				
		5		14

• Her sıra ve sütundaki sayılar farklı olmalıdır.

• Aynı renkteki kutucuklardaki sayıların toplamı, köşedeki sayıya eşit olmalıdır.

Bu sorunun birden fazla çözümü bulunmaktadır. Toplam kaç farklı çözüm bulunabilir? (P. Mullenko)

5. Bütün ardışık tek tam sayılar bir spiral şeklinde yazılmıştır. 3 sayısı, 15 sayısı ve onlarla aynı çizgide olan sayılara 'iyi' sayılar diyelim (Şekilde griye boyananlar). İyi sayılar ardışık bir şekilde sıralandığında oluşan dizinin ( 3, 15, 23, 43, ...) 2020'inci terimi kaç olur? (A. R. Arab)

		13	15	17	19	
		11	1	3	21	
...		9	7	5	23	
35		33	31	29	27	25

6. Yandaki ifade '105+92' şeklinde okunmaktadır ve 197 sonucunu vermektedir. Ancak, ters çevrildiğinde '26+501' şeklinde okunur ve 527 sonucunu vermektedir. Öyle bir ifade yazın ki, ters çevrildiğinde, değeri tam olarak 2020 defa artmış olsun.

$$\boxed{105+92} \rightarrow \boxed{26+501}$$

• Sadece rakamlar ve + veya - işaretleri içermeli.

• Hiçbir sayı (çevrildiğinde bile) sıfır ile başlamamalı.

• Topamlar pozitif olmalı

(A. Tesler)

7. В некоторых клетках квадрата 6 × 6 стоят мины так, что из 25 квадратов 2 × 2 ровно в  $n$  квадратах количество мин нечётно, а в остальных чётно. Чему может равняться\*  $n$ ?

(A. A. Теслер)

\* Такая формулировка вопроса означает, что нужно найти все возможные ответы на заданный вопрос; кроме этого, из решения должно быть ясно, почему никаких других ответов быть не может.

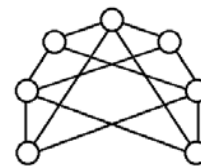


## 7. Sınıf / Problemler

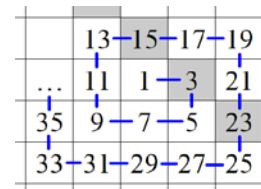
Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih **12 Kasım 2020'dir**. Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarıda gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, **kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır**.

1. В полдень от большого дуба, растущего у прямой дороги, отправились в путь два друга: один на запад пешком со скоростью 4 км/ч, а второй на восток на велосипеде со скоростью 16 км/ч. Через некоторое время велосипедист повернул обратно и догнал друга (который продолжал идти на запад) в три часа дня. На какое наибольшее расстояние друг от друга отдалялись друзья и в какой момент это было? (А. А. Теслер)
2. Если округлять количество процентов до целых, то получится, что среди участников математического кружка 51% составляют мальчики, а 49% девочки. Каково минимально возможное количество участников кружка? (О. А. Пяйве)
3. Олег назвал натуральное число  $m$ , а Андрей нашёл сумму  $1^m + 2^m + 3^m + \dots + 998^m + 999^m$ . Какой цифрой оканчивается десятичная запись этой суммы? (О. А. Пяйве)

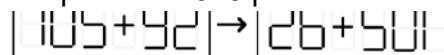
4. Семь кружков соединены отрезками, как показано на рисунке. У Амира есть три карандаша красный, зелёный и синий. Он хочет закрасить каждый кружок одним из карандашей, причём никакие два кружка, соединённые отрезком, не должны быть одного цвета. Сколькими способами он может это сделать? (А. Р. Араб)



5. Последовательные нечётные натуральные числа выписывают «по спирали», как показано на рисунке. Числа 3, 15 и остальные, находящиеся вместе с ними на одной прямой, назовём хорошими (на рисунке они выделены серым). Если упорядочить хорошие числа по возрастанию (3, 15, 23, 43...), то чему равно 2020-е число в этом ряду? (А. Р. Араб)



6. Выражение, записанное на картинке, читается как  $105 + 92$ , то есть равно 197. Но если перевернуть карточку, то получится  $26 + 501$ , то есть 527. Придумайте такое выражение, записанное электронными цифрами, которое при переворачивании увеличится ровно в 2020 раз.



При этом должны выполняться следующие условия:

- разрешены только цифры и знаки + и -;
- ни одно число (в том числе и после переворачивания) не может начинаться с нуля;
- окончательный результат должен быть положительным.

(А. А. Теслер)

7. В некоторых клетках квадрата  $6 \times 6$  стоят мины так, что из 25 квадратов  $2 \times 2$  ровно в  $n$  квадратах количество мин нечётно, а в остальных чётно. Чему может равняться\*  $n$ ?

(А. А. Теслер)

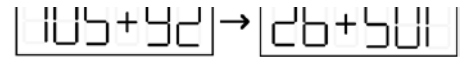
\* Такая формулировка вопроса означает, что нужно найти все возможные ответы на заданный вопрос; кроме этого, из решения должно быть ясно, почему никаких других ответов быть не может.



## 8. Sınıf / Problemler

Kağıdınızı elektronik bir şekilde (örneğin .doc formatı veya tarama) yollayınız. Bazı detaylar [formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/](http://formulo.org/tr/olymp/2020-math-tr/) web sitesindedir. Kağıdınızı yollamak için son tarih **12 Kasım 2020'dir**. Lütfen soruları tek başınıza çözünüz. Soruların çoğunun çözümlerin yanısıra kanıtlarıda gerektirdiğini unutmayın. Kağıtta katılımcının hiçbir kişisel verisi bulunmamalıdır, **kağıdınıza isim ve soyisim yazılmamalıdır**.

1. Если округлять количество процентов до целых, то получится, что среди участников математического кружка 51% составляют мальчики, а 49% девочки. Каково минимально возможное количество участников кружка? (О. А. Пяйве)
2. Олег назвал натуральное число  $m$ , а Андрей нашёл сумму  $1^m + 2^m + 3^m + \dots + 998^m + 999^m$ . Какой цифрой оканчивается десятичная запись этой суммы? (О. А. Пяйве)
3. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  отмечены точки  $E$  и  $F$  соответственно, причём  $\angle AEF = \angle ACB$ . Точки  $I$  и  $J$  точки пересечения биссектрис треугольников  $AEF$  и  $BDE$  соответственно. Найдите  $\angle EID + \angle EJD$ . (А. Р. Араб)
4. Выражение, записанное на картинке, читается как  $105 + 92$ , то есть равно 197. Но если перевернуть карточку, то получится  $26 + 501$ , то есть 527. Придумайте такое выражение, записанное электронными цифрами, которое при переворачивании увеличится ровно в 2020 раз.

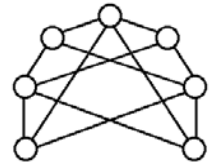


При этом должны выполняться следующие условия:

- разрешены только цифры и знаки + и -;
- ни одно число (в том числе и после переворачивания) не может начинаться с нуля;
- окончательный результат должен быть положительным.

(А. А. Теслер)

5. Семь кружков соединены отрезками, как показано на рисунке. У Амира есть три карандаша красный, зелёный и синий. Он хочет закрасить каждый кружок одним из карандашей, причём никакие два кружка, соединённые отрезком, не должны быть одного цвета. Сколькими способами он может это сделать?



(А. Р. Араб)

6. Паша написал на каждой грани куба натуральное число. Пришёл Андрей и написал в каждой вершине произведение трёх чисел на сходящихся в ней гранях. Оказалось, что сумма всех чисел Андрея равна 2020. Укажите все возможные значения суммы Пашиных чисел.

(П. Д. Муленко)

7. В классе учится 35 учеников. За год каждый ученик посетил не менее 67 из 100 уроков математики. Докажите, что в течение учебного года можно выделить такие 3 урока, что каждый ученик посетил хотя бы один из них.

(К. А. Кноп)

8. Некто разрезал квадрат на тетрамино, причём все пять видов тетрамино

(см. рисунок) оказались использованы одинаковое количество раз. Какова минимально возможная сторона квадрата?

(И. М. Туманова)

