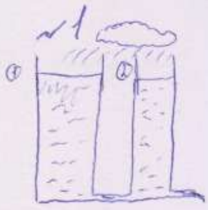
№1



Пусть v_g - скорость дождя до усиления, тогда $2v_g$ - скорость дождя после усиления; h_1 - уровень воды в левом сосуде до усиления дождя, h_2 - в правом, тогда h_1' - уровень воды в левом сосуде после усиления дождя, h_2' - в правом.

Рассмотрим два процесса.

Заметим, что т.к трубки одинаковые то их площади (S_T) и их длины (l) равны

До усиления дождя. Т.К. уровень воды в трубках стабилизировался то кол-во втекаемой и вытекаемой воды равны.

для I сосуда

①: $S_1 \cdot v_g = S_T \cdot l \cdot v_{T_1}$ (1) (где S_1 - площадь I сосуда, v_{T_1} - скорость вытекания воды из I трубки)

для II сосуда (т.к сосуды соединены то кол-во воды которое вытекает из I сосуда втекает во II)

②: $S_2 \cdot v_g + S_T \cdot l \cdot v_{T_1} = S_T \cdot l \cdot v_{T_2}$ (2)

Заметим что атмосферное давление везде одинаковое.

Т.к. скорость жидкости в трубке пропорциональна разности давлений то

$$\frac{v_{T_1}}{v_{T_2}} = \frac{P_{c_1} + P_a - (P_{c_2} + P_a)}{P_{c_2} + P_a - P_a} = \frac{P_{c_1} - P_{c_2}}{P_{c_2}} = \frac{\left(\frac{m_1 \cdot g}{S_1} - \frac{m_2 \cdot g}{S_2}\right)}{\frac{m_2 \cdot g}{S_2}} = \frac{\left(\frac{\rho_B \cdot h_1 \cdot S_1 \cdot g}{S_1} - \frac{\rho_B \cdot h_2 \cdot S_2 \cdot g}{S_2}\right)}{\frac{\rho_B \cdot h_2 \cdot S_2 \cdot g}{S_2}} = \frac{(h_1 - h_2)\rho_B g}{h_2 \rho_B g} = \frac{h_1 - h_2}{h_2} =$$

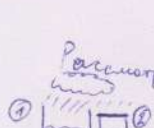
$$= \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{v_{T_2} = 1.5\, v_{T_1}} \ (*)$$ (где P_{c_1}, P_{c_2} - давления в сосудах в I и во II соответств, а P_a - атмосферное давление)

подставим (*) в (1) и (2)

$\begin{cases} \cancel{S_1 \cdot v_g = S_T l \cdot v_{T_1}} \\ \cancel{S_2 v_g = S_T l \cdot 1{,}5 v_{T_1} - S_T l} \end{cases}$ $\begin{cases} S_1 \cdot v_g = S_T \cdot l \cdot v_{T_1} \\ S_2 \cdot v_g + S_T \cdot l \cdot v_{T_1} = S_T \cdot l \cdot v_{T_1} \cdot 1{,}5 \end{cases}$

$\begin{cases} S_1 \cdot v_g = S_T l \cdot v_{T_1} \\ S_2 \cdot v_g = S_T \cdot l \cdot 0{,}5\, v_{T_1} \end{cases}$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_1 \cdot v_g}{S_2\, v_g} = \frac{S_T \cdot l \cdot v_{T_1}}{0{,}5 \cdot l \cdot S_T \cdot v_{T_1}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \boxed{S_1 = 2\, S_2} \ (**)$$



Рассмотрим процесс после усиления дождя

т.к. правый закрыт ~~крышкой~~ крышкой, то:

①: $2v_g \cdot S_1 = S_T \cdot v_{T_1}' \cdot l$ (4)

② $S_T \cdot v_{T_2}' \cdot l = S_T \cdot l \cdot v_{T_1}'$

$$\boxed{v_{T_2}' = v_{T_1}'} \ (5) \Rightarrow \text{т.к. } \frac{v_{T_1}'}{v_{T_2}'} = \frac{P_{c_1}' + P_a - (P_{c_2}' + P_a)}{P_{c_2}' + P_a - P_a} = \frac{P_{c_1}' - P_{c_2}'}{P_{c_2}'} = \frac{h_1' - h_2'}{h_2'} = \frac{1}{1} \Rightarrow h_1' - h_2' = h_2' \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{h_1' = 2h_2'}$ (6) и

Подставим (5) в (4) и (1) во (2)

$\begin{cases} 2v_g \cdot S_1 = S_T \cdot v_{T_2}' \cdot l \\ S_2 \cdot v_g + v_g \cdot S_1 = S_T \cdot l \cdot v_{T_2} \end{cases}$

теперь подставим в эту систему (**)

$$\begin{cases} v_g \cdot 4S_2 = S_T \cdot v_{T_2}' \cdot l \\ 3S_2 \cdot v_g = S_T \cdot l \cdot v_{T_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{T_2}'}{v_{T_2}} = \frac{S_T \cdot v_{T_2}' \cdot l}{S_T \cdot v_{T_2} \cdot l} = \frac{v_g \cdot 4S_2}{v_g \cdot 3S_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \left(v_{T_2}' = \frac{4}{3} v_{T_2}\right)$$

Т.к. скорость жидкости в трубке равна разности давлений на её концах $\Rightarrow$

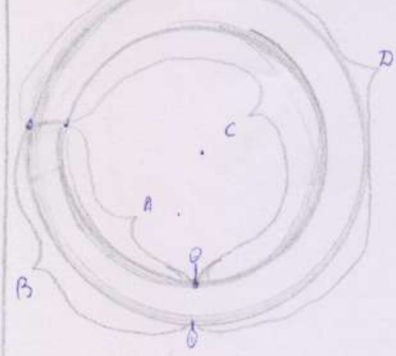
$$\frac{h_2'}{h_2} = \frac{P_{c_2}'}{P_{c_2}} = \frac{P_{c_2}' + P_a - P_a}{P_{c_2} + P_a - P_a} = \frac{v_{T_2}'}{v_{T_2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{h_2'}{h_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow h_2' = \frac{4}{3} h_2 = \frac{0{,}9 \cdot 4}{3} = 1{,}2 \text{ м}$$ (т.к. $h_2 = 0{,}9$ м по услов)

~~Заметим что сначала из первой трубки вытекало $v_g S_2$ +~~ правой

т.к. $v_{T_2}' = v_{T_1}' \Rightarrow P_{c_1}' + P_a - (P_{c_2}' + P_a) = P_{c_2}' + P_a - P_a \Rightarrow P_{c_1}' - P_{c_2}' = P_{c_2}' \Rightarrow P_{c_1}' = 2P_{c_2}' \Rightarrow h_1' = 2h_2' = 2{,}4$ м

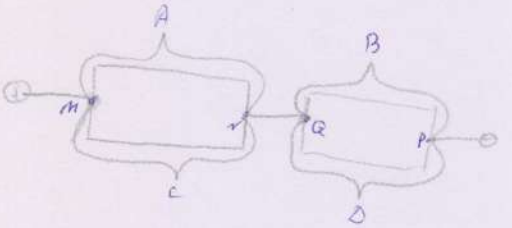
Ответ: $h_1' = 2{,}4$ м; $h_2' = 1{,}2$ м.

№4



~~Разделим~~ Разобьём цепь на участки от клеммы до точки соединения с машиной (A, B, C, D). Заметим, что длина участка A = длине участка B ($\ell_A = \ell_B$) и длина участка C = длине участка D ($\ell_D = \ell_C$) и что после каждого акта вандализма они остаются попарно одинаковыми (т.к. он каждый раз одним и тем же образом портит обе рельсы на одинаковом расстоянии от старта по часовой)

. По закону Ома: $U = I \cdot R$



Т.к. участок A всегда такой же как участок B, а участок C всегда такой же как участок D $\Rightarrow U_{MN} = U_{QP}$ (напряжение между точками M и N всегда такое же как между P, Q) и $I_{MN} = I_{QP}$ (сила тока между точками M и N всегда такая же как между P и Q) $\Rightarrow R_{MN} = R_{QP}$

Заметим что т.к. $N = \frac{A}{t} = \frac{IUt}{t} = IU = \frac{U^2}{R} \Rightarrow$ ($\min \vartheta_M$) минимальная скорость машины будет достигаться тогда, когда будет минимальная мощность (N_{min}) (т.к. скорость пропорциональна мощности двигателя. И т.к. напряжение цепи поддерживается всегда одинаковым $\Rightarrow N_{min}$ ~~$\frac{U^2}{R}$~~ будет достигаться при R_{max} (т.к. $N = \frac{U^2}{R}$), где R сопротивление всей цепи. Т.к. Даниэль никак не может испортить машину $\Rightarrow R_{NQ} = const$ (её сопротивление не меняется, а т.к. $R_{MN} = R_{QP}$ и $R = R_{MN} + R_{NQ} + R_{QP} \Rightarrow R_{max}$ будет тогда, R_{MN} ~~8~~ $= R_{QP}$ будут максимальны ($R_{MN\,max} = R_{QP\,max}$ т.к. одинаковые)

~~Так~~ Так как ~~участки равные~~ части одинаковые то достаточно рассмотреть один.

Рассмотрим ~~участок~~ часть MN:

$$R_{MN} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_C}} = \frac{R_C \cdot R_A}{R_C + R_A}$$

т.к. участок A + участок C = MN (всегда) $\Rightarrow$ A

$$\Rightarrow R'_{MN} = \frac{1}{\frac{1}{R'_A} + \frac{1}{R'_C}} = \frac{R'_C \cdot R'_A}{R'_C + R'_A} \Rightarrow R'_{MN\,max}$$ когда $R'_C = R'_A$ т.к. их сумма всегда одинакова ($(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$, $a^2 - b^2$ максимально при $b = 0 \Rightarrow a - b = a + b$)

Пусть r - сопротивление обычной рельсы, а r_u-r - сопротивление испорченной части.

т.к. $\vartheta'_{M\,min}$ при $\ell = 6$м, ~~т.к. ее скорость~~ т.к. $r_u > r$ ~~и~~ $R'_C = R'_A \Rightarrow R'_C = 10r$, а $R'_A = 6r + r_u$ (иначе если $R'_C = 10r + r_u$, а $R'_A = 6r$ то $10r + r_u = 6r \Rightarrow 4r + r_u = 0$ — противоречие т.к. $r_u > r$)

соответственно $R'_A = R'_B = 6r + r_u$ и $R'_D = R'_C = 10r$

Значит после первого повреждения $\vartheta^0_{M\,min}$, при $R'_A = R'_B = 6r + r_u$ и $R'_C = R'_D = 10r$ и $r_u = 4r$

Рассмотрим тотже участок после 2 акта вандализма.

Т.к. $\vartheta_{M\,min}^{e''}$ при $l = 5{,}2$ м, $r_u > r$ $R_C'' = R_A'' \Rightarrow R_A'' = 5{,}2r + r_u + n \cdot r_u$ (где $n > 0$, $n \in R$), а $R_C'' = 10{,}8r + (1-n) r_u$ (иначе если $R_A'' = 5{,}2r + r_u > 5{,}2r$, то $R_C'' = 10{,}8r + r_u < 10{,}8r + 2r_u \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5{,}2r + r_u = 10{,}8r + r_u \\ 5{,}2r = 10{,}8r + 2r_u \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5{,}6r = 0 \\ 5{,}6r + r_u = 0 \end{array}\right.$ чего быть не может т.к. $r \in N$ а $r_u > r$)

Значит оба эти участка находятся на отрезке длиной 5,2 м от старта.

Теперь рассмотри результат после 3 акта вандализма

~~Т.к. ϑ''_{min}, $r_u > r$ $R_C''' = R_A''' \Rightarrow$~~

Т.к. Даниель портит рельсы 3 раза практически в одном и том же месте то сопротивление в этой части $3(r_u - r)$

Т.к. $r_u > r$ и $R_C''' = R_A''' \Rightarrow R_C''' = R_A''' = \frac{1}{2}(5r_u + 16r) = \frac{36r}{2} = 18r$

Исходя из предыдущих результатов можно сделать вывод что $2L \le 5{,}2$ м.

Т.к. последние три повреждения грубо говоря сделаны в одной точке $\Rightarrow$ все они принадлежат лишь одному из участков.

Также заметим что ни один из участков ни A ни C не имеют ~~4-х~~ $5 \cdot r_u$ повреждений иначе т.к. $5r_u = 20r > 16r$. и ни один участок не может иметь 4-х последних ~~4-х~~ повреждений т.к. иначе получится что $r \cdot L + r_u + r(L-k) = 2L \cdot r + kr + 4r_u$

$0 = 3r_u + 2k \cdot r$ $\left(\begin{array}{l} \text{где } k > 0 \\ k \in R \end{array}\right)$

противоречие

Если больше четырех то. правая часть увеличится и будет ещё больше $\Rightarrow$ больше чем 0 – противоречие. $\Rightarrow$ ~~участок A~~ $R_A''' = 2r_u + l_1 r$ тогда $R_C''' = 3r_u + 16 - l_1 r$

Т.к. $R_A''' = R_C''' \Rightarrow 2r_u + l_1 r = R_A''' + (16 - l_1)r + 3r_u$

$-r_u = (16 - 2l_1)r$

$2l_1 r = 20r$

$l_1 = 10$ м $\Rightarrow$ т.к. $2L \le 5{,}2 \Rightarrow 4L \le 10{,}4 \Rightarrow$ такое возможно. 2 повреждения лежат в участке ~~отрезке~~ в 10 м от старта, а остальные три принадлежат другому участку длиной в 6 м. $\Rightarrow \vartheta_{M\,min}'''$ при $l_1 = 10$ м.

Ответ: ϑ_{min}''' при $l_1 = 10$ м.