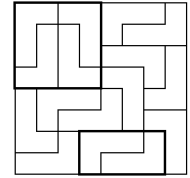




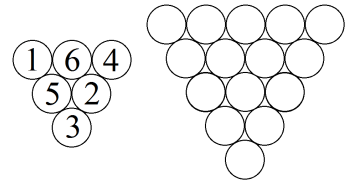
5–6 сыныптарға арналған тапсырмалар

1. Суретте L-тетрамино түрінде кесілген 8×8 квадраты көрсетілген (L әрпі түріндегі төрт ұяшықтан тұратын фигуралар). Сонымен қатар, олардың кейбіреуі кішігірім төртбұрыштарды құрайды (суретте осындай екі төртбұрыш көрсетілген). Кіші төртбұрыштар пайда болмайтындай етіп, 8×8 квадратын L-тетраминоға кесуге болады ма? (А. А. Теслер)

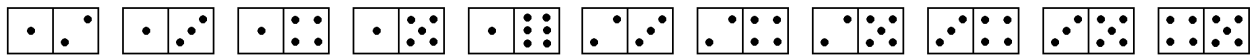


2. Петя өлең жазып жүр. Бірінші күні ол алғашқы бірнеше жолды жазды, ал келесі күні ол алдыңғы күндегіге қарағанда бір жол артық жазды (мысалы, егер бірінші күні 3 жол ойластырса, екінші күннің соңында өлеңде 7 жол, ал үшінші күннің соңында — 12).
- а) Қандай да бір күннің соңында (бірінші емес) өлең жолдарының саны 4 санымен аяқталуы мүмкін бе?
б) Қандай да бір күннің соңында (бірінші емес) өлеңдегі жолдар саны 4 санымен аяқталып, ал келесі күндердің соңында жолдар саны — 7 санымен аяқталуы мүмкін бе? (И. М. Туманова)

3. Әрбір сан оның үстіндегі екі санның айырмашылығына тең болса, сандардың орналасуын жақсы деп атаймыз. Мысалы, сол жақтағы суретте 1-ден 6-ға дейінгі сандардың жақсы орналасуы көрсетілген. 1-ден 15-ке дейінгі сандардың жақсы орналасуын табыңыз (олардың әрқайсысы бір рет қолданылуы керек, оң жақтағы суретті құрауы керек). (А. Р. Араб)



4. Петя мен Вася келесі ойынды ойнайды. Оларда 2019×2020 болатын шоколад бар және әр жүрісімен ойыншы одан тікбұрышты бөлшекті алып тастайды және оны жейді (нәтижесінде ұяшықтардан тұратын тіктөртбұрыш болады, бірақ одан да кішкентай). Петя ойынды бастайды, содан кейін олар кезекпен ойнайды. Кімнің жүрісінен кейін шоколадтың периметрі 10 болса, онда сол жеңімпаз. Қарсыластың кез-келген ойынында ойыншылардың қайсысы жеңе алады? Ол үшін оған қалай әрекет ету керек? (О. А. Пяйве)
5. Суретте домино тақтайшаларының жиынтығы көрсетілген.



- а) Домино ережелеріне сәйкес олардың толық тізбегін жасауға бола ма?
б) Қалғанынан тізбек құруға болмайтындай етіп, бір тақтайшаны алып тастауға бола ма? (А. А. Теслер)
6. Бір аралда адамның төрт түрі өмір сүреді: рыцарлар (олардың барлық мәлімдемелері шын), өтірікшілер (барлық мәлімдемелері жалған), қарапайым адамдар (олар кез-келген нәрсені айта алады) және қорқақтар (мүлдем мәлімдеме жасамайды). Бірнеше адам жиналып, олардың әрқайсысы келесі сөз тіркестерінің бірін айтты: «Сен кімсің?», «Мен рыцармын», «Мен өтірікшімін», «Мен қарапайым адаммын», «Мен қорқақпын». Әр сөз тіркесін дәл 10 адам айтқан. Осы адамдардың арасында рыцарлар ең көп болуы мүмкін бе? (А. А. Теслер)

7. **Тек 5-сыныпқа арналған.** Үш ыдыс беріледі. Бірінші ыдыс суға толтырылған, ал екінші және үшінші ыдыстар бос. 12:00-де су бірінші ыдыстан екіншіге және үшінші ыдыстарға құйыла бастайды, минутына 2 литр екіншіге, ал үшінші ыдысқа минутына 4 литр су ағады. 13:00-де бірінші және екінші ыдыстардағы су көлемі тең болды. Бірінші ыдыс қай уақытта бос болып қалады? (А. А. Теслер)

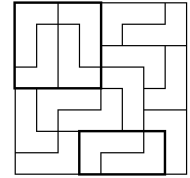
Тек 6-сыныпқа арналған. Дүкенде шайдың үш түрі бар: көк, қара және жеміс. Бастапқыда әр түрлі сұрыптағы пакеттер санының қатынасы $4 : 5 : 8$. Бір аптадан кейін сатылым мен жаңа жеткізілімнен кейін бұл қатынас $5 : 7 : 12$ -ге өзгерді. Белгілі болғандай, жеміс шай пакеттерінің саны 60%-ке, ал көк шай саны 20 пакеттен аз санға көбейген. Дүкенде басында неше шай пакеті болды? (Л. С. Корешкова)

- Олимпиаданың іріктеу кезеңінің мерзімі — **15 қазаннан 12 қарашаға дейін**. Іріктеу кезеңінің жеңімпаздары 2020 жылдың ақпан немесе наурыз айында өтетін қорытынды кезеңге шақырылады.
- Есіңізде болсын, көптеген тапсырмалар жауап беруді ғана емес, сонымен бірге оны толық негіздеуді қажет етеді.
- Олимпиада жұмыстары электронды түрде қабылданады (мәтіндік және сканерленген файлдар да қабылданады). Қосымша ақпаратты formulo.org/ru/olymp/2019-math-ru/ сайтынан қараңыз.
- Жұмыста қатысушының жеке деректері болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.
- Алдау және ұжымдық шығармашылық белгілері бар жұмыстар қарастырылмайды.



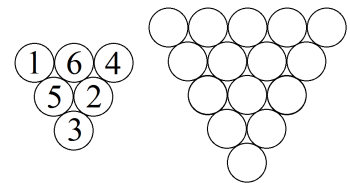
7 сыныпқа арналған тапсырмалар

1. Суретте L-тетрамино түрінде кесілген 8×8 квадраты көрсетілген (L әрпі түріндегі төрт ұяшықтан тұратын фигуралар). Сонымен қатар, олардың кейбіреуі кішігірім төртбұрыштарды құрайды (суретте осындай екі төртбұрыш көрсетілген). Кіші төртбұрыштар пайда болмайтындай етіп, 8×8 квадратын L-тетраминоға кесуге болады ма? (А. А. Теслер)



2. Петя өлең жазып жүр. Бірінші күні ол алғашқы бірнеше жолды жазды, ал келесі күні ол алдыңғы күндегіге қарағанда бір жол артық жазды (мысалы, егер бірінші күні 3 жол ойластырса, екінші күннің соңында өлеңде 7 жол, ал үшінші күннің соңында — 12).
- а) Қандай да бір күннің соңында (бірінші емес) өлең жолдарының саны 4 санымен аяқталуы мүмкін бе?
б) Қандай да бір күннің соңында (бірінші емес) өлеңдегі жолдар саны 4 санымен аяқталып, ал келесі күндердің соңында жолдар саны — 7 санымен аяқталуы мүмкін бе? (И. М. Туманова)

3. Әрбір сан оның үстіндегі екі санның айырмашылығына тең болса, сандардың орналасуын жақсы деп атаймыз. Мысалы, сол жақтағы суретте 1-ден 6-ға дейінгі сандардың жақсы орналасуы көрсетілген. 1-ден 15-ке дейінгі сандардың жақсы орналасуын табыңыз (олардың әрқайсысы бір рет қолданылуы керек, оң жақтағы суретті құрауы керек). (А. Р. Араб)



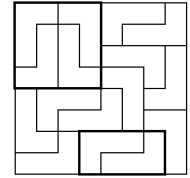
4. Дүкенде шайдың үш түрі бар: көк, қара және жеміс. Бастапқыда әр түрлі сұрыптағы пакеттер санының қатынасы $4 : 5 : 8$. Бір аптадан кейін сатылым мен жаңа жеткізілімнен кейін бұл қатынас $5 : 7 : 12$ -ге өзгерді. Белгілі болғандай, жеміс шай пакеттерінің саны 60%-ке, ал көк шай саны 20 пакеттен аз санға көбейген. Дүкенде басында неше шай пакеті болды? (Л. С. Корешкова)
5. Екі резервуар бар, олардың әрқайсысына 2020 м^3 су сияды. Түн ортасында, бірінші резервуарда 100 м^3 су, ал екіншісінде толығымен толтырылған. Әр сағат сайын бірінші резервуарға 110 м^3 су құйылады (ол толғанға дейін), ал екінші резервуардан сағат сайын (ол бос болғанша) 50 м^3 су жіберіледі. Уақыттың қай кезеңдерінде резервуардағы су көлемдерінің айырмашылығы алғашқысының жартысына тең болады? (И. Ж. Ибатуллин)
6. Гарри Поттерде $10 \times 10 \times 10$ сантиметрлік қорап және сиқырлы аппарат бар. Егер қорапты аппаратқа салса, онда оның өлшемдерінің біреуі (ұзындығы, ені немесе биіктігі) 50% артады, ал қалған екеуінің әрқайсысы 20% азаяды. Аппаратты бірнеше рет қолданғаннан кейін Гарри $20 \times 20 \times 20$ сантиметрлік қорапты ала алады ма? (А. А. Теслер)
7. Бір аралда адамның төрт түрі өмір сүреді: рыцарлар (олардың барлық мәлімдемелері шын), өтірікшілер (барлық мәлімдемелері жалған), қарапайым адамдар (олар кез-келген нәрсені айта алады) және қорқақтар (мүлдем мәлімдеме жасамайды). Бірнеше адам жиналып, олардың әрқайсысы келесі сөз тіркестерінің бірін айтты: «Сен кімсің?», «Мен рыцармын», «Мен өтірікшімін», «Мен қарапайым адаммын», «Мен қорқақпын». Әр сөз тіркесін дәл 6 адам айтқан. Барлық түрдегі адамдар саны әртүрлі және нольге тең емес екендігі белгілі. Осылардың арасында рыцарлар ең көп болды. Сонда олар қанша болды? (Бұл сұраққа барлық мүмкін жауаптарды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз.) (А. А. Теслер)

- Олимпиаданың іріктеу кезеңінің мерзімі — **15 қазаннан 12 қарашаға дейін**. Іріктеу кезеңінің жеңімпаздары 2020 жылдың ақпан немесе наурыз айында өтетін қорытынды кезеңге шақырылады.
- Есіңізде болсын, көптеген тапсырмалар жауап беруді ғана емес, сонымен бірге оны толық негіздеуді қажет етеді.
- Олимпиада жұмыстары электронды түрде қабылданады (мәтіндік және сканерленген файлдар да қабылданады). Қосымша ақпаратты formulo.org/ru/olymp/2019-math-ru/ сайтынан қараңыз.
- Жұмыста қатысушының жеке деректері болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.
- Алдау және ұжымдық шығармашылық белгілері бар жұмыстар қарастырылмайды.



8 сыныпқа арналған тапсырмалар

1. Суретте L-тетрамино түрінде кесілген 8×8 квадраты көрсетілген (L әрпі түріндегі төрт ұяшықтан тұратын фигуралар). Сонымен қатар, олардың кейбіреуі кішігірім төртбұрыштарды құрайды (суретте осындай екі төртбұрыш көрсетілген). Кіші төртбұрыштар пайда болмайтындай етіп, 8×8 квадратын L-тетраминоға кесуге болады ма? (А. А. Теслер)



2. Дүкенде шайдың үш түрі бар: көк, қара және жеміс. Бастапқыда әр түрлі сұрыптағы пакеттер санының қатынасы $4 : 5 : 8$. Бір аптадан кейін сатылым мен жаңа жеткізілімнен кейін бұл қатынас $5 : 7 : 12$ -ге өзгерді. Белгілі болғандай, жеміс шай пакеттерінің саны 60%-ке, ал көк шай саны 20 пакеттен аз санға көбейген. Дүкенде басында неше шай пакеті болды? (Л. С. Корешкова)
3. Екі хакер кейбір әрекеттердегі сандардың өзгеру дәрежесін талдауға арналған әртүрлі бағдарламалар жасады.
Бір циклде бірінші бағдарлама кез-келген натурал санды 3-ке көбейтеді, одан кейін шыққан саннан өзінің цифрларының қосындысын алып тастайды, содан кейін шыққан санмен дәл тағы да 7 рет циклды қайталайды. Бірінші хакер бағдарламасының соңғы нәтижесі – соңғы тапқан санның бастапқы санға қатынасы.
Екінші хакердің бағдарламасы тек тоғыздардан тұратын санды алады, және бір циклда бұл санды цифрларының қосындысына бөлінетін болса, бөледі, әйтпесе ол цифрлардың қосындысын алып тастайды; әрі қарай шыққан санмен дәл солай 7-рет қайталайды. Екінші хакер бағдарламасының соңғы нәтижесі - бастапқы санның соңғы тапқан санға қатынасы.
Хакерлер ойын ойнауға шешім қабылдады: әрқайсысы өзіне алғашқы санды таңдайды; соңғы нәтиже кімде көп болса, сол жеңеді. Қарсыластың кез-келген ойынында хакерлердің қайсысы жеңіске жете алады? (И. Ж. Ибатуллин)
4. Екі резервуар бар, олардың әрқайсысына 2020 м^3 су сияды. Түн ортасында, бірінші резервуарда 100 м^3 су, ал екіншісінде толығымен толтырылған. Әр сағат сайын бірінші резервуарға 110 м^3 су құйылады (ол толғанға дейін), ал екінші резервуардан сағат сайын (ол бос болғанша) 50 м^3 су жіберіледі. Уақыттың қай кезеңдерінде резервуардағы су көлемдерінің айырмашылығы алғашқысының жартысына тең болады? (И. Ж. Ибатуллин)
5. ABC және CDE — — теңбүйірлі тікбұрышты үшбұрыштар, олардың гипотенузалары $BC = 7$ және $CE = 14$. C нүктесі BE -де жатыр, ал A және D нүктелері BE -нің бір жағында орналасқан. AE және BD түзулері O нүктесінде қиылысады. ODE үшбұрышының ауданын табыңыз. (А. Р. Араб)
6. Бір аралда адамның төрт түрі өмір сүреді: рыцарлар (олардың барлық мәлімдемелері шын), өтірікшілер (барлық мәлімдемелері жалған), қарапайым адамдар (олар кез-келген нәрсені айта алады) және қорқақтар (мүлдем мәлімдеме жасамайды). Бірнеше адам жиналып, олардың әрқайсысы келесі сөз тіркестерінің бірін айтты: «Сен кімсің?», «Мен рыцармын», «Мен өтірікшімін», «Мен қарапайым адаммын», «Мен қорқақпын». Әр сөз тіркесін дәл 6 адам айтқан. Барлық түрдегі адамдар саны әртүрлі және нольге тең емес екендігі белгілі. Осылардың арасында рыцарлар ең көп болды. Сонда олар қанша болды? (Бұл сұраққа барлық мүмкін жауаптарды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз.) (А. А. Теслер)
7. Үстел қабырғасы 1 метр болатын шаршы. Үстелде радиусы 1 см болатын 12 монета бірін-бірі жаппай жатыр. A, B, C, D центрлері болатын 4 түрлі монетаны таңдауға болатынын дәлелдеңіз. Олар: $1 \leq CD : AB < 1,1$ немесе $1 \leq AC : AB < 1,1$. (А. А. Теслер)

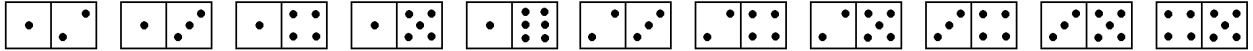
- Олимпиаданың іріктеу кезеңінің мерзімі — **15 қазаннан 12 қарашаға дейін**. Іріктеу кезеңінің жеңімпаздары 2020 жылдың ақпан немесе наурыз айында өтетін қорытынды кезеңге шақырылады.
- Есіңізде болсын, көптеген тапсырмалар жауап беруді ғана емес, сонымен бірге оны толық негіздеуді қажет етеді.
- Олимпиада жұмыстары электронды түрде қабылданады (мәтіндік және сканерленген файлдар да қабылданады). Қосымша ақпаратты formulo.org/ru/olymp/2019-math-ru/ сайтынан қараңыз.
- Жұмыста қатысушының жеке деректері болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.
- Алдау және ұжымдық шығармашылық белгілері бар жұмыстар қарастырылмайды.



9 сыныпқа арналған тапсырмалар

1. Дүкенде шайдың үш түрі бар: көк, қара және жеміс. Бастапқыда әр түрлі сұрыптағы пакеттер санының қатынасы $4 : 5 : 8$. Бір аптадан кейін сатылым мен жаңа жеткізілімнен кейін бұл қатынас $5 : 7 : 12$ -ге өзгерді. Белгілі болғандай, жеміс шай пакеттерінің саны 60%-ке, ал көк шай саны 20 пакеттен аз санға көбейген. Дүкенде басында неше шай пакеті болды? (*Л. С. Корешкова*)

2. Суретте домино тақтайшаларының жиынтығы көрсетілген.



а) Домино ережелеріне сәйкес олардың толық тізбегін жасауға бола ма?

б) Қалғанынан тізбек құруға болмайтындай етіп, бір тақтайшаны алып тастауға бола ма? (*А. А. Теслер*)

3. Екі резервуар бар, олардың әрқайсысына 2020 м^3 су сияды. Түн ортасында, бірінші резервуарда 100 м^3 су, ал екіншісінде толығымен толтырылған. Әр сағат сайын бірінші резервуарға 110 м^3 су құйылады (ол толғанға дейін), ал екінші резервуардан сағат сайын (ол бос болғанша) 50 м^3 су жіберіледі. Уақыттың қай кезеңдерінде резервуардағы су көлемдерінің айырмашылығы алғашқысының жартысына тең болады? (*И. Ж. Ибатуллин*)

4. Диаметрі 5 болатын шеңберге үшбұрыш іштей сызылған, оның барлық қабырғасы бүтін ұзындыққа ие. Оның периметрін табыңыз (барлық мүмкін нұсқаларды көрсетіңіз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз). (*П. Д. Муленко*)

5. x саны a сандық жүйесінде дәл y саны b сандық жүйесінде жазылатын және керісінше x саны b сандық жүйесінде дәл y саны a сандық жүйесінде жазылатын әртүрлі a , b , x және y натурал сандары бар ма? (*В. П. Федотов*)

6. Үстел қабырғасы 1 метр болатын шаршы. Үстелде радиусы 1 см болатын 12 монета бірін-бірі жаппай жатыр. A , B , C , D центрлері болатын 4 түрлі монетаны таңдауға болатынын дәлелдеңіз. Олар: $1 \leq CD : AB < 1,1$ немесе $1 \leq AC : AB < 1,1$. (*А. А. Теслер*)

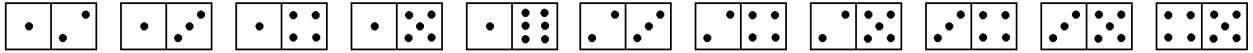
7. a және b екі нақты сан болсын, және $2a^3 + 2b^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 60ab = 16000$. $a + b$ санының мүмкін болатын барлық мәндерін табыңыз. (*А. Р. Араб*)

- Олимпиаданың іріктеу кезеңінің мерзімі — **15 қазаннан 12 қарашаға дейін**. Іріктеу кезеңінің жеңімпаздары 2020 жылдың ақпан немесе наурыз айында өтетін қорытынды кезеңге шақырылады.
- Есіңізде болсын, көптеген тапсырмалар жауап беруді ғана емес, сонымен бірге оны толық негіздеуді қажет етеді.
- Олимпиада жұмыстары электронды түрде қабылданады (мәтіндік және сканерленген файлдар да қабылданады). Қосымша ақпаратты formulo.org/ru/olymp/2019-math-ru/ сайтынан қараңыз.
- Жұмыста қатысушының жеке деректері болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.
- Алдау және ұжымдық шығармашылық белгілері бар жұмыстар қарастырылмайды.



10–11 сыныптарға арналған тапсырмалар

1. Суретте домино тақтайшаларының жиынтығы көрсетілген.



- а) Домино ережелеріне сәйкес олардың толық тізбегін жасауға бола ма?
- б) Қалғанынан тізбек құруға болмайтындай етіп, бір тақтайшаны алып тастауға бола ма? (А. А. Теслер)
2. $AB = 6$, $BC = 4$, $AC = 8$ болатын ABC үшбұрышының AC қабырғасында M нүктесі ABM және BCM үшбұрыштарына сырттай сызылған шеңберлердің ортақ нүктесі болатындай етіп таңдалған. Осы үшбұрыш аудандарының қатынасын табыңыз. (Л. С. Корешкова)
3. Бір аралда адамның төрт түрі өмір сүреді: рыцарлар (олардың барлық мәлімдемелері шын), өтірікшілер (барлық мәлімдемелері жалған), қарапайым адамдар (олар кез-келген нәрсені айта алады) және қорқақтар (мүлдем мәлімдеме жасамайды). Бірнеше адам жиналып, олардың әрқайсысы келесі сөз тіркестерінің бірін айтты: «Сен кімсің?», «Мен рыцармын», «Мен өтірікшімін», «Мен қарапайым адаммын», «Мен қорқақпын». Әр сөз тіркесін дәл 6 адам айтқан. Барлық түрдегі адамдар саны әртүрлі және нольге тең емес екендігі белгілі. Осылардың арасында рыцарлар ең көп болды. Сонда олар қанша болды? (Бұл сұраққа барлық мүмкін жауаптарды табыңыз және басқалары жоқ екенін дәлелдеңіз.) (А. А. Теслер)
4. Шеті 1 метр болатын ағаш текшенің беті боялған. Пирамида оның әр бұрышынан кесіліп алынды, нәтижесінде 14 қырлы фигура қалды, олардың барлық боялған жақтары тіктөртбұрыштар, боялмағанның бәрі дұрыс үшбұрыш. Боялған беттің жалпы ауданын табыңыз, егер ол боялмаған бетінің жалпы ауданынан $\sqrt{3}$ есе аз болса. (А. А. Теслер)
5. k командасы бойынша Девяткин мен Десяткин роботтары 1-ден $37k$ дейінгі барлық натурал сандарды жазады. Содан кейін Девяткин олардың арасынан ондық жазбасында 9 саны ең көп болатын санды іздейді, ал Десяткин - нөлдері ең көп санды іздейді. Егер олардың тапқан сандарында оларға керек санның саны кімде көп болса соған ұпай беріледі. Егер k командасы бірінен соң бірі орындалса, матч қандай есеппен аяқталады... (а) 1-ден 2019-ға дейінгі k үшін; ә) 1 ден 10^{2019} -ға дейінгі k үшін? (В. П. Федотов)
6. Теңдік $(x - _)(x - _)(x - _) = (x - _)(x - _)(x - _) + _$ барлық x үшін орындалатындай, бос орындарға кезекпен келетін жеті натурал санды қоюға (қандай да бір тәртіппен) болады ма? (А. А. Теслер)
7. Үш бассейн бар. Су бірінші бассейнден тұрақты жылдамдықпен төгіледі, ал су екінші және үшінші бассейндерге тұрақты жылдамдықпен ағып келеді. Бастапқыда бірінші бассейнде қалған екі су бассейндегі су мөлшеріндегідей су болды; біраз уақыттан кейін екінші бассейнде қалған екі су бассейндегі су мөлшеріндегідей су болды; біршама уақыттан кейін үшінші бассейнде алғашқы екі бассейндегі су мөлшеріндегідей су болды. Осы уақыттың басында да, соңында да бассейндердің бірде біреуі бос болмауы мүмкін бе? (А. А. Теслер)

- Олимпиаданың іріктеу кезеңінің мерзімі — **15 қазаннан 12 қарашаға дейін**. Іріктеу кезеңінің жеңімпаздары 2020 жылдың ақпан немесе наурыз айында өтетін қорытынды кезеңге шақырылады.
- Есіңізде болсын, көптеген тапсырмалар жауап беруді ғана емес, сонымен бірге оны толық негіздеуді қажет етеді.
- Олимпиада жұмыстары электронды түрде қабылданады (мәтіндік және сканерленген файлдар да қабылданады). Қосымша ақпаратты formulo.org/ru/olymp/2019-math-ru/ сайтынан қараңыз.
- Жұмыста қатысушының жеке деректері болмауы керек, яғни **жұмысқа қол қойылмауы керек**.
- Алдау және ұжымдық шығармашылық белгілері бар жұмыстар қарастырылмайды.