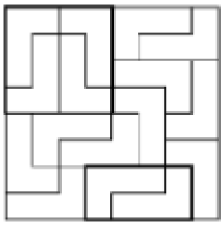
საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

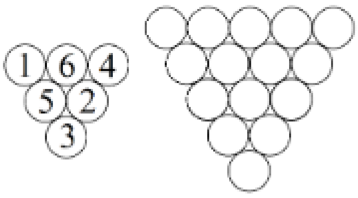
V კლასი - I ტური

1. სურათზეა კვადრატი 8×8, რომელიც გაჭრილია L-ასოების ფორმის ფიგურებად. ამასთან ზოგი მათ შორის შეადგენს უფრო პატარა მართკუთხედებს (2 ასეთი არის მუქად გამოყოფილი). შესაძლებელია თუ არა გავჭრათ ეს კვადრატი 8×8-ზე L-ასოების ფორმის ფიგურებად ისე, რომ პატარა მართკუთხედები არ გაჩნდეს? (ანუ სურათზეა გაჭრის მაგალითი - თქვენ უნდა ხელახლა გაჭრათ).



2. პეტრე წერს პოემას. პირველ დღეს დაწერა რამდენიმე სტრიქონი, ხოლო ყოველ შემდეგ დღეს უმატებს 1 სტრიქონით მეტს, ვიფრე წინა დღეს (მაგ., თუ პირველ დღეს დაწერა 3 სტრიქონი, მეორე დღის ბოლოს ექნება დაწერილი 7 სტრიქონი, მესამე დღის ბოლოს 12 სტრიქონი და ა.შ.).
ა) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4?
ბ) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4, ხოლო რომელიმე შემდეგი დღის ბოლოს ციფრით 7?

3. დავარქვათ რიცხვების განლაგებას სასიამოვნო, თუ ნებისმიერი რიცხვი ტოლია მის ზემოთ მდგომი რიცხვების სხვაობას. მაგ., სურათზე ნაჩვენებია ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 6-მდე: 5 = 6-1, 2 = 6-4, 3 = 5-2. მოიფიქრეთ ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 15-მდე (თითო რიცხვი უნდა იყოს გამოყენებული ერთხელ და ჩაიწეროს ფიგურაში, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე).

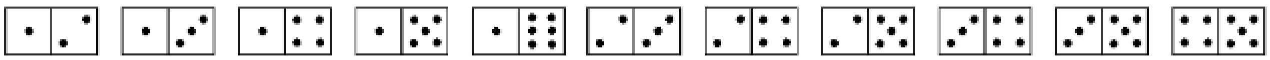


4. პეტრე და ვასო თამაშობენ. მათ აქვთ 2019×2020-უჯრედებიანი შოკოლადის ფილა. ისინი რიგრიგობით ატეხავენ მართკუთხა ფორმის ნატეხს (აუცილებლად უჯრედებით) და ჭამენ მას (დარჩენილი ფილა რჩება ისევ მართკუთხა, მაგრამ უფრო პატარა ზომის). იგებს ის, რომლის სვლის შემდეგ ფილის პერიმეტრი ხდება 10-ის ტოლი. იწყებს პეტრე. ვინ მოიგებს ამ თამაშს მეტოქის ნებისმიერი თამაშის შემთხვევაში? როგორ უნდა ითამაშოს, რომ მოიგოს?

5. მოცემულია დომინოს ქვები, რომლებიც ნაჩვენებია სურათზე.

ა) შეიძლება თუ არა ამ ყველა ქვიდან ჯაჭვის შედგენა დომინოს წესებით?

ბ) შეიძლება თუ არა ამ ქვებიდან ამოვიღოთ ერთი ქვა ისე, რომ დანარჩენებმა ვეღარ შეადგინონ ჯაჭვი?



6. ერთ-ერთ კუნძულზე ცხოვროვს 4 ტიპის ადამიანი: რაინდები (ყოველთვის ამბობენ სიმართლეს), მატყუარები (ყოველთვის იტყუებიან), ნორმალური ხალხი (შეუძლიათ ორივე - თქვან სიმართლეც და ტყუილიც) და მშიშარები (საერთოდ არაფერს არ ამტკიცებენ). ერთხელ, შეგროვდა რამდენიმე ადამიანი და თითოეულმა თქვა თითო ფრაზა შემდეგი ფრაზებიდან: „შენ ვინ ხარ?“, „მე რაინდი ვარ“, „მე მატყუარა ვარ“, „მე ნორმალური ადამიანი ვარ“ და „მე მშიშარა ვარ“. თითოეული ფრაზა თქვა ზუსტად 10 ადამიანმა. შესაძლებელია თუ არა, რომ ამ კომპანიაში ყველაზე მეტი იყოს რაინდი?

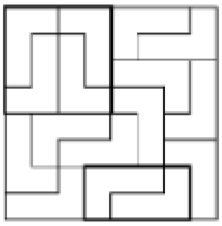
7. გვაქვს 3 ავზი. დასაწყისში პირველი ავზი სავსეა, ხოლო მეორე და მესამე ცარიელია. დღის 12 სთ-ზე პირველი ავზიდან იწყებენ წყლის გადასხმას მეორე და მესამე ავზებში: მეორეში 2 ლ წუთში, ხოლო მესამეში 4 ლ წუთში. დღის 1 სთ-ზე (ანუ 1 სთ-ის შემდეგ) პირველ და მეორე ავზებში წყლის რაოდენობა გათანაბრდა. რომელ საათზე დაიცლება ბოლომდე პირველი ავზი?

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.

საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

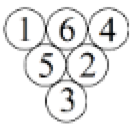
VI კლასი - I ტური

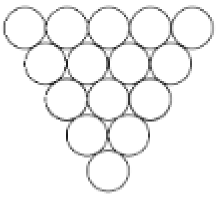
1. სურათზეა კვადრატი 8×8, რომელიც გაჭრილია L-ასოების ფორმის ფიგურებად. ამასთან ზოგი მათ შორის შეადგენს უფრო პატარა მართკუთხედებს (2 ასეთი არის მუქად გამოყოფილი). შესაძლებელია თუ არა გავჭრათ ეს კვადრატი 8×8-ზე L-ასოების ფორმის ფიგურებად ისე, რომ პატარა მართკუთხედები არ გაჩნდეს? (ანუ სურათზეა გაჭრის მაგალითი - თქვენ უნდა ხელახლა გაჭრათ).



2. პეტრე წერს პოემას. პირველ დღეს დაწერა რამდენიმე სტრიქონი, ხოლო ყოველ შემდეგ დღეს უმატებს 1 სტრიქონით მეტს, ვიფრე წინა დღეს (მაგ., თუ პირველ დღეს დაწერა 3 სტრიქონი, მეორე დღის ბოლოს ექნება დაწერილი 7 სტრიქონი, მესამე დღის ბოლოს 12 სტრიქონი და ა.შ.).
ა) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4?
ბ) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4, ხოლო რომელიმე შემდეგი დღის ბოლოს ციფრით 7?

3. დავარქვათ რიცხვების განლაგებას სასიამოვნო, თუ ნებისმიერი რიცხვი ტოლია მის ზემოთ მდგომი რიცხვების სხვაობას. მაგ., სურათზე ნაჩვენებია ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 6-მდე: 5 = 6-1, 2 = 6-4, 3 = 5-2. მოიფიქრეთ ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 15-მდე (თითო რიცხვი უნდა იყოს გამოყენებული ერთხელ და ჩაიწეროს ფიგურაში, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე).



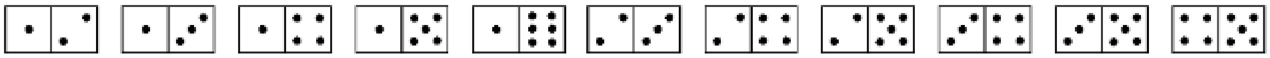


4. პეტრე და ვასო თამაშობენ. მათ აქვთ 2019×2020-უჯრედებიანი შოკოლადის ფილა. ისინი რიგრიგობით ატეხავენ მართკუთხა ფორმის ნატეხს (აუცილებლად უჯრედებით) და ჭამენ მას (დარჩენილი ფილა რჩება ისევ მართკუთხა, მაგრამ უფრო პატარა ზომის). იგებს ის, რომლის სვლის შემდეგ ფილის პერიმეტრი ხდება 10-ს ტოლი. იწყებს პეტრე. ვინ მოიგებს ამ თამაშს მეტოქის ნებისმიერი თამაშის შემთხვევაში? როგორ უნდა ითამაშოს, რომ მოიგოს?

5. მოცემულია დომინოს ქვები, რომლებიც ნაჩვენებია სურათზე.

ა) შეიძლება თუ არა ამ ყველა ქვიდან ჯაჭვის შედგენა დომინოს წესებით?

ბ) შეიძლება თუ არა ამ ქვებიდან ამოვიღოთ ერთი ქვა ისე, რომ დანარჩენებმა ვეღარ შეადგინონ ჯაჭვი?



6. ერთ-ერთ კუნძულზე ცხოვროვს 4 ტიპის ადამიანი: რაინდები (ყოველთვის ამბობენ სიმართლეს), მატყუარები (ყოველთვის იტყუებიან), ნორმალური ხალხი (შეუძლიათ ორივე - თქვან სიმართლეც და ტყუილიც) და მშიშარები (საერთოდ არაფერს არ ამტკიცებენ). ერთხელ შეგროვნა რამდენიმე ადამიანი და თითოეულმა თქვა თითო ფრაზა შემდეგი ფრაზებიდან: „შენ ვინ ხარ?“, „მე რაინდი ვარ“, „მე მატყუარა ვარ“, „მე ნორმალური ადამიანი ვარ“ და „მე მშიშარა ვარ“. თითოეული ფრაზა თქვა ზუსტად 10 ადამიანმა. შესაძლებელია თუ არა, რომ ამ კომპანიაში ყველაზე მეტი იყოს რაინდი?

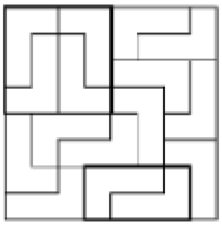
7. მაღაზიაში იყიდება ჩაის 3 სახეობა: მწვანე, შავი და ხილის. კვირის დასაწყისში კოლოფების რაოდენობა შეეფარდებოდა ერთმანეთს როგორც 4 : 5 : 8. ერთი კვირის განმავლობაში რაღაცა რაოდენობა გაიყიდა და რაღაცა რაოდენობა ახალი ჩაი შემოიტანეს და კვირის ბოლოს ეს შეფარდება გახდა 5 : 7 : 12. ცნობილია, რომ ხილის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა 60%-ით, ხოლო მწვანე ჩაის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა არაუმეტეს 20 ცალით. სულ რამდენი ჩაის კოლოფი იყო მაღაზიაში კვირის დასაწყისში?

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.

საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

VII კლასი - I ტური

1. სურათზეა კვადრატი 8×8, რომელიც გაჭრილია L-ასოების ფორმის ფიგურებად. ამასთან ზოგი მათ შორის შეადგენს უფრო პატარა მართკუთხედებს (2 ასეთი არის მუქად გამოყოფილი). შესაძლებელია თუ არა გავჭრათ ეს კვადრატი 8×8-ზე L-ასოების ფორმის ფიგურებად ისე, რომ პატარა მართკუთხედები არ გაჩნდეს? (ანუ სურათზეა გაჭრის მაგალითი - თქვენ უნდა ხელახლა გაჭრათ).

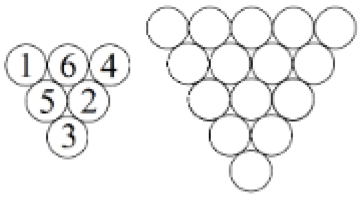


2. პეტრე წერს პოემას. პირველ დღეს დაწერა რამდენიმე სტრიქონი, ხოლო ყოველ შემდეგ დღეს უმატებს 1 სტრიქონით მეტს, ვიფრე წინა დღეს (მაგ., თუ პირველ დღეს დაწერა 3 სტრიქონი, მეორე დღის ბოლოს ექნება დაწერილი 7 სტრიქონი, მესამე დღის ბოლოს 12 სტრიქონი და ა.შ.).

   ა) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4?

   ბ) შეიძლება თუ არა, რომ რომელიმე დღის ბოლოს (პირველის გარდა) დაწერილი სტრიქონების რაოდენობა მთავრდებოდეს ციფრით 4, ხოლო რომელიმე შემდეგი დღის ბოლოს ციფრით 7?

3. დავარქვათ რიცხვების განლაგებას სასიამოვნო, თუ ნებისმიერი რიცხვი ტოლია მის ზემოთ მდგომი რიცხვების სხვაობას. მაგ., სურათზე ნაჩვენებია ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 6-მდე: 5 = 6-1, 2 = 6-4, 3 = 5-2. მოიფიქრეთ ასეთი განლაგება რიცხვებისთვის 1-დან 15-მდე (თითო რიცხვი უნდა იყოს გამოყენებული ერთხელ და ჩაიწეროს ფიგურაში, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე).



4. მაღაზიაში იყიდება ჩაის 3 სახეობა: მწვანე, შავი და ხილის. კვირის დასაწყისში კოლოფების რაოდენობა შეეფარდებოდა ერთმანეთს როგორც 4 : 5 : 8. ერთი კვირის განმავლობაში რაღაცა რაოდენობა გაიყიდა და რაღაცა რაოდენობა ახალი ჩაი შემოიტანეს და კვირის ბოლოს ეს შეფარდება გახდა 5 : 7 : 12. ცნობილია, რომ ხილის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა 60%-ით, ხოლო მსვანე ჩაის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა არაუმეტეს 20 ცალით. სულ რამდენი ჩაის კოლოფი იყო მაღაზიაში კვირის დასაწყისში?

5. არის წყლის ორი რეზერვუარი. თითოეული იტევს 2020 კუბ.მ წყალს. შუაღამისას პირველ რეზერვუარში იყო 100 კუბ.მ წყალი, ხოლო მეორეში 2020 კუბ.მ წყალი. პირველ რეზერვუარში ყოველ საათს ჩაედინება 110 კუბ.მ წყალი (სანამ არ აივსება), ხოლო მეორედან ყოველ საათს გამოედინება 50 კუბ.მ წყალი (სანამ არ დაიცლება). დროის რომელ მომენტებში შეადგენს ამ რეზერვუარებში წყლის მოცულობის სხვაობა საწყისის ნახევარს?

6. ჰარი პოტერს აქვს კოლოფი ზომებით 10×10×10 სმ და ჯადოსნური ხელსაწყო. თუ კოლოფს მოათავსებს ხელსაწყოში, მისი ერთ-ერთი განზომილება (სიგრძე, სიგანე ან სიმაღლე) გაიზრდება 50%-ით, ხოლო დანარჩენი ორი შემცირდება 20-20%-ით. შეძლებს თუ არა ჰარი პოტერი რამდენიმე ცდის შემდეგ მიიღოს კოლოფი ზომებით 20×20×20 სმ?

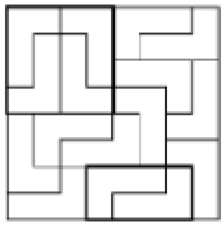
7. ერთ-ერთ კუნძულზე ცხოვროვს 4 ტიპის ადამიანი: რაინდები (ყოველთვის სიმართლეს), მატყუარები (ყოველთვის იტყუებიან), ნორმალური ხალხი (შეუძლიათ ორივე - სიმართლეც და ტყვილიც) და მშიშარები (საერთოდ არაფერს არ ამტკიცებენ). ერთხელ შეგროვნა რამდენიმე ადამიანი და თითოეულმა თქვა თითო ფრაზა შემდეგი ფრაზებიდან: „შენ ვინ ხარ?“, „მე რაინდი ვარ“, „მე მატყუარა ვარ“, „მე ნორმალური ადამიანი ვარ“ და „მე მშიშარა ვარ“. თითოეული ფრაზა თქვა ზუსტად 6 ადამიანმა. ცნობილია, რომ ყველა ტიპის ადამიანთა რაოდენობა სხვადასხვაა და 0-ზე მეტია. მათ შორის ყველაზე მეტია რაინდი. რამდენი რაინდია ზუსტად? (იპოვეთ ყველა შესაძლო ვარიანტი და დაამტკიცეთ, რომ სხვა ვარიანტი აღარ არის).

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.

საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

VIII კლასი - I ტური

1. სურათზეა კვადრატი 8×8, რომელიც გაჭრილია L-ასოების ფორმის ფიგურებად. ამასთან ზოგი მათ შორის შეადგენს უფრო პატარა მართკუთხედბს (ისინი არიან მუქად გამოყოფილები). შესაძლებელია თუ არა გავჭრათ ეს კვადრატი 8×8-ზე L-ასოების ფორმის ფიგურებად ისე, რომ პატარა მართკუთხედები არ გაჩნდეს? (ანუ სურათზეა გაჭრის მაგალითი - თქვენ უნდა ხელახლა გაჭრათ).



2. მაღაზიაში იყიდება ჩაის 3 სახეობა: მწვანე, შავი და ხილის. კვირის დასაწყისში კოლოფების რაოდენობა შეეფარდებოდა ერთმანეთს როგორც 4 : 5 : 8. ერთი კვირის განმავლობაში რაღაცა რაოდენობა გაიყიდა და რაღაცა რაოდენობა ახალი ჩაი შემოიტანეს და კვირის ბოლოს ეს შეფარდება გახდა 5 : 7 : 12. ცნობილია, რომ ხილის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა 60%-ით, ხოლო მსვანე ჩაის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა არაუმეტეს 20 ცალით. სულ რამდენი ჩაის კოლოფი იყო მაღაზიაში კვირის დასაწყისში?

3. ორმა ჰაკერმა შექმნა სხვადასხვა პროგრამა, რომლებიც აკეთებენ რიცხვების ცვლილების ანალიზს რაღაცა მოქმედებების შემდეგ. პირველი პროგრამა ყოველ ციკლზე (სვლაზე) ამრავლებს ნატურალურ რიცხვს 3-ზე და მიღებულ შედეგს აკლებს მის ციფრთა ჯამს. მიღებულ ახალ რიცხვთან კიდევ 7-ჯერ იმეორებს ამ ციკლს. პროგრამის საბოლოო შედეგია ბოლოს მიღებული რიცხვის შეფარდება საწყის რიცხვთან. მეორე პროგრამა იღებს საწყის რიცხვს, რომელიც ჩაწერილია მხოლოდ „9“-ებით და ერთი ციკლის განმავლობაში ყოფს მას მის ციფრთა ჯამზე, თუ იყოფა, ხოლო თუ არ იყოფა, აკლებს ამ ციფრთა ჯამს. მიღებულ ახალ რიცხვთან კიდევ 7-ჯერ იმეორებს ამ ციკლს. პროგრამის საბოლოო შედეგია საწყისი რიცხვის შეფარდება ბოლოს მიღებულ რიცხვთან. ჰაკერებმა გადაწყვიტეს შეჯიბრის მოწყობა: თითოეული მოიფიქრებს საწყის რიცხვს და იგებს ის, რომლის საბოლოო შედეგიც იქნება მეტი. რომელი ჰაკერი მოიგებს მოწინაამდეგის ნებისმიერად არჩეული რიცხვის მიუხედავად?

4. არის წყლის ორი რეზერვუარი. თითოეული იტევს 2020 კუბ.მ წყალს. შუაღამისას პირველ რეზერვუარში იყო 100 კუბ.მ წყალი, ხოლო მეორეში 2020 კუბ.მ წყალი. პირველ რეზერვუარში ყოველ საათს ჩაედინება 110 კუბ.მ წყალი (სანამ არ აივსება), ხოლო მეორედან ყოველ საათს გამოედინება 50 კუბ.მ წყალი (სანამ არ დაიცლება). დროის რომელ მომენტებში შეადგენს ამ რეზერვუარებში წყლის მოცულობის სხვაობა საწყისის ნახევარს?

5. ABC და CDE ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედებია ჰიპოტენუზებით BC = 7 და CE = 14. C წერტილი მდებარეობს BE მონაკვეთზე, ხოლო წერტილები A და D მდებარეობენ BE წრფის ერთ მხარეს. AE და BD მონაკვეთები იკვეთებიან O წერტილში. იპოვეთ ODE სამკუთხედის ფართობი.

6. ერთ-ერთ კუნძულზე ცხოვროვს 4 ტიპის ადამიანი: რაინდები (ყოველთვის სიმართლეს), მატყუარები (ყოველთვის იტყუებიან), ნორმალური ხალხი (შეუძლიათ ორივე - სიმართლეც და ტყვილიც) და მშიშარები (საერთოდ არაფერს არ ამტკიცებენ). ერთხელ შეგროვნა რამდენიმე ადამიანი და თითოეულმა თქვა თითო ფრაზა შემდეგი ფრაზებიდან: „შენ ვინ ხარ?“, „მე რაინდი ვარ“, „მე მატყუარა ვარ“, „მე ნორმალური ადამიანი ვარ“ და „მე მშიშარა ვარ“. თითოეული ფრაზა თქვა ზუსტად 6 ადამიანმა. ცნობილია, რომ ყველა ტიპის ადამიანთა რაოდენობა სხვადასხვაა და 0-ზე მეტია. მათ შორის ყველაზე მეტია რაინდი. რამდენი რაინდია ზუსტად? (იპოვეთ ყველა შესაძლო ვარიანტი და დაამტკიცეთ, რომ სხვა ვარიანტი აღარ არის).

7. მაგიდას აქვს კვადრატის ფორმა გვერდით 1 მ. მასზე დევს 12 მონეტა რადიუსებით 1 სმ (შეიძლება ეხებიან, მაგრამ არ გადაფარავენ ერთმანეთს). დაამტკიცეთ, რომ შეიძლება ავირჩიოთ 4 მონეტა ცენტრებით A, B, C და D ისე, რომ $1 \le CD : AB < 1{,}1$ ან $1 \le AC : AB < 1{,}1$.

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.

საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

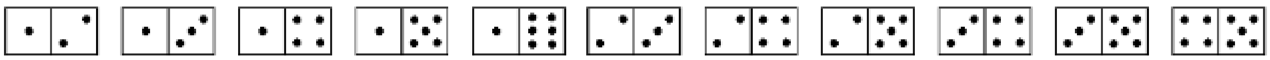
IX კლასი - I ტური

1. მაღაზიაში იყიდება ჩაის 3 სახეობა: მწვანე, შავი და ხილის. კვირის დასაწყისში კოლოფების რაოდენობა შეეფარდებოდა ერთმანეთს როგორც 4 : 5 : 8. ერთი კვირის განმავლობაში რაღაცა რაოდენობა გაიყიდა და რაღაცა რაოდენობა ახალი ჩაი შემოიტანეს და კვირის ბოლოს ეს შეფარდება გახდა 5 : 7 : 12. ცნობილია, რომ ხილის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა 60%-ით, ხოლო მსვანე ჩაის კოლოფების რაოდენობა გაიზარდა არაუმეტეს 20 ცალით. სულ რამდენი ჩაის კოლოფი იყო მაღაზიაში კვირის დასაწყისში?

2. მოცემულია დომინოს ქვები, რომლებიც ნაჩვენებია სურათზე.

ა) შეიძლება თუ არა ამ ყველა ქვიდან ჯაჭვის შედგენა დომინოს წესებით?

ბ) შეიძლება თუ არა ამ ქვებიდან ამოვიღოთ ერთი ქვა ისე, რომ დანარჩენებმა ვეღარ შეადგინონ ჯაჭვი?



3. არის წყლის ორი რეზერვუარი. თითოეული იტევს 2020 კუბ.მ წყალს. შუაღამისას პირველ რეზერვუარში იყო 100 კუბ.მ წყალი, ხოლო მეორეში 2020 კუბ.მ წყალი. პირველ რეზერვუარში ყოველ საათს ჩაედინება 110 კუბ.მ წყალი (სანამ არ აივსება), ხოლო მეორედან ყოველ საათს გამოედინება 50 კუბ.მ წყალი (სანამ არ დაიცლება). დროის რომელ მომენტებში შეადგენს ამ რეზერვუარებში წყლის მოცულობის სხვაობა საწყისის ნახევარს?

4. წრეწირში დიამეტრით 5 ჩახაზულია სამკუთხედი, რომლის ყველა გვერდის სიგრძე მთელი რიცხვია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი (იპოვეთ ყველა შესაძლო ვარიანტი და დაამტკიცეთ, რომ სხვა ვარიანტი აღარ არის).

5. არსებობს თუ არა ისეთი განსხვავებული ნატურალური რიცხვები a, b, x და y, რომ x ჩაიწეროს a-ობით თვლის სისტემაში ზუსტად ისე, როგორც y b-ობით თვლის სისტემაში და პირიქით - x b-ობითში, როგორც y a-ობითში?

6. მაგიდას აქვს კვადრატის ფორმა გვერდით 1 მ. მასზე დევს 12 მონეტა რადიუსებით 1 სმ (შეიძლება ეხებიან, მაგრამ არ გადაფარავენ ერთმანეთს). დაამტკიცეთ, რომ შეიძლება ავირჩიოთ 4 მონეტა ცენტრებით A, B, C და D ისე, რომ $1 \le CD : AB < 1{,}1$ ან $1 \le AC : AB < 1{,}1$.

7. a და b ისეთი ნამდვილი რიცხვებია, რომ

$$2a^3 + 2b^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 60ab = 16000.$$

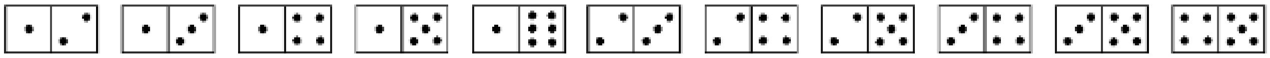
იპოვეთ $a+b$-ს ყველა შესაძლო მნიშვნელობა.

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.

საერთაშორისო ოლიმპიადა „მესამე ათასწლეული“

X - XI კლასები - I ტური

1. მოცემულია დომინოს ქვები, რომელიც ნაჩვენებია სურათზე.
   ა) შეიძლება თუ არა ამ ყველა ქვიდან ჯაჭვის შედგენა დომინოს წესებით?
   ბ) შეიძლება თუ არა ამ ქვებიდან ამოვიღოთ ერთი ქვა ისე, რომ დანარჩენებმა ვეღარ შეადგინონ ჯაჭვი?



2. ABC სამკუთხედის გვერდებია AB = 6, BC = 4 და AC = 8. AC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ ABM და BCM-ში ჩახაზულ წრეწირებს აქვთ საერთო წერტილი. იპოვეთ ამ სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.

3. ერთ-ერთ კუნძულზე ცხოვრობს 4 ტიპის ადამიანი: რაინდები (ყოველთვის სიმართლეს), მატყუარები (ყოველთვის იტყუებიან), ნორმალური ხალხი (შეუძლიათ ორივე - სიმართლეც და ტყვილიც) და მშიშარები (საერთოდ არაფერს არ ამტკიცებენ). ერთხელ შეგროვნა რამდენიმე ადამიანი და თითოეულმა თქვა თითო ფრაზა შემდეგი ფრაზებიდან: „შენ ვინ ხარ?“, „მე რაინდი ვარ“, „მე მატყუარა ვარ“, „მე ნორმალური ადამიანი ვარ“ და „მე მშიშარა ვარ“. თითოეული ფრაზა თქვა ზუსტად 6 ადამიანმა. ცნობილია, რომ ყველა ტიპის ადამიანთა რაოდენობა სხვადასხვაა და 0-ზე მეტია. მათ შორის ყველაზე მეტია რაინდი. რამდენი რაინდია ზუსტად? (იპოვეთ ყველა შესაძლო ვარიანტი და დაამტკიცეთ, რომ სხვა ვარიანტი აღარ არის).

4. 1-მეტრიანი წიბოს მქონე ხის კუბის ზედაპირი შეღებილია. კუბის თითოეული წვეროდან მოხერხეს პირამიდა, რის შედეგადაც დარჩა 14-წახნაგა, რომლის ყველა შეღებილი წახნაგი მართკუთხედია, ხოლო არაშეღებილი - წესიერი სამკუთხედია. იპოვეთ ამ 14-წახნაგას შეღებილი ზედაპირის სრული ფართობი, თუ ის $\sqrt{3}$-ჯერ ნაკლებია, ვიდრე არაშეღებილი ზედაპირის ფართობი.

5. რობოტებმა „ცხრიანამ“ და „ნულოვანამ“ ამოწერეს ყველა ნატურალური რიცხვი 1-დან 37k-მდე (k ნატურალური რიცხვია). შემდეგ „ცხრიანა“ ეძებს იმ რიცხვს, რომლის ათობით სისტემაში ჩაწერისას ყველაზე მეტი 9-ია, ხოლო „ნულოვანა“ – 0. თუ რომელიმეს ამ ციფრების რაოდენობა ექნება უფრო მეტი, ის იღებს 1 ქულას. რა ანგარიშით დამთავრდება მათი თამაში, თუ:
   ა) k მიმდევრობით იცვლება 1-დან 2019-ის ჩათვლით;
   ბ) k მიმდევრობით იცვლება 1-დან 10^{2019}-ის ჩათვლით?

6. შესაძლებელია თუ არა, რომ „_“ ნაცვლად ჩასვათ 7 მიმდევრობითი ნატურალური რიცხვი (მაგრამ თვით ტოლობაში მიმდევრობა აირჩიეთ ნებისმიერი) ისე, რომ ტოლობა
$$(x - \_)\ (x - \_)\ (x - \_) = (x - \_)\ (x - \_)\ (x - \_) + \_$$
   სრულდებოდეს ნებისმიერი x-ის?

7. გვაქვს 3 აუზი. პირველიდან წყალი მუდმივი სიჩქარით გაედინება, ხოლო მეორე და მესამეში მუდმივი სიჩქარეებით ჩაედინება. დასაწყისში პირველ აუზში იყო იმდენივე წყალი, რაც მეორე და მესამეში ერთად. რაღაც დროის შემდეგ მეორეში გახდა იმდენიმე წყალი, რაც პირველსა და მესამეში ერთად. კიდევ რაღაც დროის შემდეგ მესამეში გახდა იმდენიმე წყალი, რაც პირველსა და მეორეში ერთად. შესაძლებელია თუ არა, რომ არც დასაწყისში და არც ბოლოში არცერთი აუზი არ იყოს ცარიელი?

ყველა ამოცანაში პასუხი დაასაბუთეთ!
ყველა ამოცანა დაიწყეთ რვეულის ახალი გვერდიდან.