

Дано:  
 $a = 0,1 \text{ м}$   
 $\rho_k = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$   
 $\rho_1 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$   
 $\rho_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$   
 $k = 500 \text{ Н/м}$   
 $b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$   
 $T = ?$

Решение:  
 При смещении кубика по вертикали на величину  $x$  возникает возвращающая сила  $F_x$ , равная сумме упругости пружины и разности выталкивающих сил жидкостей, т.е.:

$$F_x = -kx - (\rho_2 - \rho_1)gSx.$$

По II закону Ньютона, проекция ускорения кубика:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = - \frac{k + (\rho_2 - \rho_1)gS}{m} \cdot x$$

Т.к. проекция ускорения пропорциональна смещению, то

кубик будет совершать колебания с циклической частотой:

$$\omega = \sqrt{\frac{k + (\rho_2 - \rho_1)gS}{m}}$$

Период колебаний:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k + (\rho_2 - \rho_1)gS}}$

Масса кубика  $m = \rho_k \cdot V_k = \rho_k \cdot a^3$ ; площадь сечения кубика  $S = a^2$ , тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_k a^3}{k + (\rho_2 - \rho_1)g a^2}}$$

$$= 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{500 + (2 - 1) \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{1,5}{600}} \approx 6,28 \cdot 0,05 \approx 0,314 \text{ с}$$

Ответ:  $T = 0,314 \text{ с}$ .  
 1 балл

Дано:  
 $U_0$   
 $m$   
 $U_2 = 2U_0$   
 $l$   
 $h$   
 $y = ?$

Решение:  
 В момент отрыва:  
 $mg = F_{эл} = qE$   
 Напряженность электрического поля  $E = \frac{U_0}{l}$ ; тогда заряд шарика:  $q = \frac{mgh}{U_0}$ .  
 Время полета шарика при  $U_2 = 2U_0$ :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}, \text{ где}$$

$$a = \frac{F_{эл}}{m} = \frac{qE_2}{m} = \frac{q \cdot 2U_0}{mh}, \text{ где } t = \sqrt{\frac{2hmb}{2qU_0}} = \sqrt{\frac{mh^2}{qU_0}} = \sqrt{\frac{mh^2 \cdot U_0}{mghU_0}} = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Сила тока  $y = \frac{q}{t} = \frac{mgh}{U_0} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{mh\sqrt{gh}}{U_0}$

Ответ:  $y = \frac{mh\sqrt{gh}}{U_0} = \frac{mh\sqrt{gh}}{U_0}$

53.

Дано:  $y_1 = \frac{y_0}{2}$   
 $h_1 = h$   
 $y_2 = \frac{y_0}{4}$   

---

 $h_2 = ?$

Решение:

Коэффициент сопротивления, вычисленный по формулам при сечении  $y_1$ :

$$k_1 = \frac{y_0^2}{4} \cdot R_1 \cdot l = \frac{y_0^2}{4} \cdot \frac{\rho l}{S}, \text{ где } S - \text{площадь сечения потока.}$$

I закон сохранения энергии для сечения:

$$k_1 Q_1 = \Delta U + A_1$$

При габаритном сечении  $\rho = \text{const}$ , работа сечения  $A_1 = P \Delta V_1 = P S h$ , где  $S$  - площадь сечения потока.

$$\Delta U_1 = \frac{i}{2} \nu R_1 T_1 \int P \Delta V_1 = \nu R_1 T_1 \int \Delta U_1 = \frac{i}{2} P \Delta V_1 = \frac{i}{2} P S h$$

$$k_1 Q_1 = P S h \left(\frac{i}{2} + 1\right) \quad \text{или} \quad k_1 \frac{y_0^2}{4} \cdot \frac{\rho l}{S} = P S h \left(\frac{i}{2} + 1\right) \quad (1)$$

Аналогично для 2-го сечения:

$$k_2 \frac{y_0^2}{16} \cdot \frac{\rho l}{S} = P S h_2 \left(\frac{i}{2} + 1\right) \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует:

$$\frac{4k_1}{k_2} = \frac{h}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{k_2 h}{4k_1}, \text{ где } k_1, k_2 - \text{коэффициенты сопротивления сечения.}$$

$$\text{Ответ: } h_2 = \frac{k_2 h}{4k_1}$$

54.

Дано:  $m$   
 $h$   
 $v_1$   

---

 $v_2 = ?$

Решение:

Вектор скорости ускорения с положением концов каната.

При первом измерении уменьшение кинетической энергии груза на

высоту  $\Delta E_{p1} = mg \frac{h}{4}$   ~~$= \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2)$~~   $= \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2)$   $\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{gh}{2}}$   $\Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2}}$   $\Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2}}$  (1)

кинетической энергии  $E_{k1} = \frac{mv^2}{2}$ . Тогда:  $mg \frac{h}{4} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{gh}{2}} = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2}}$  (1)

При втором измерении:

$$mg \frac{h}{2} = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gh} \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует:

$$v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ответ: } v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$