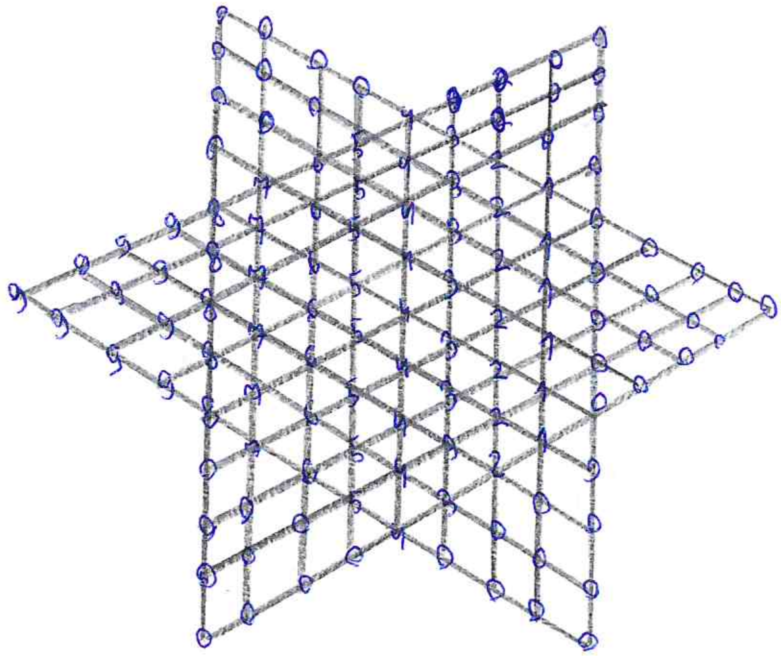
№1

На рисунке изображены только такие /, такие ‒ и такие | отрезки. Т.к. каждый треугольник должен содерж[...] по одному отрезку каждого типа, треугольники бывают такими ▷ и такими ◁, причём видов треугольни[...] одинаковое количество из-за симметрии рисунка.

Посчитаем для каждой точки пересечения отрезков на рисунке кол-во треугольников второго типа, для которых эта точка является левой вершиной. Сумма полученных чисел и будет кол-вом треугольников второго вида, т.к. у одного треугольника не может быть двух левых вершин.



Сумма: $9\cdot 10+8\cdot 5+7\cdot 6+6\cdot 7+5\cdot 8+4\cdot 9+3\cdot 8$
$+2\cdot 7+1\cdot 6=90+40+42+42+40+36+\cancel{32}$
$+14+6=334$

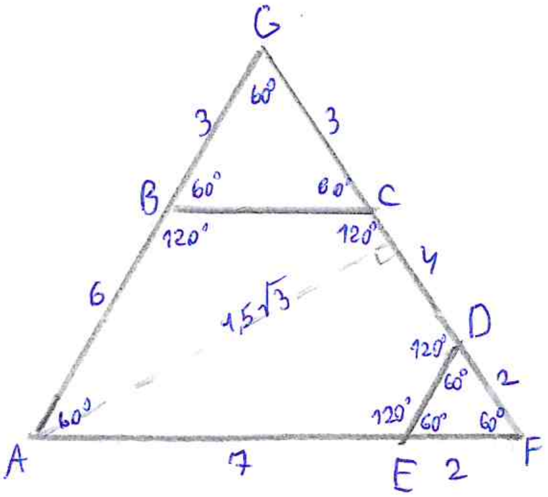
$334\cdot 2=668$

Ответ: 668

№2

Пусть F - точка пересечения AE и CD, G - точка пересечения AB и C
Тогда $\triangle EDF$ и $\triangle BCG$ - равносторонние, т.к. $\angle EDF, DEF, CBG, BCG = 6$
Также равносторонний $\triangle AGB$, т.к. $\angle AGF$ и $AFG = 60°$. $BC \parallel AF$, т.к.
$\angle ABC + \angle BAF = 180°$. Т.к. $\angle BAF = \angle AFC$, ABCF - равнобокая трапеция $\Rightarrow$
$\Rightarrow CF = AB = 6 \Rightarrow DF = 6 - 4 = 2 \Rightarrow EF = 2 \Rightarrow AF = 7 + 2 = 9 \Rightarrow FG = 9 \Rightarrow$ ~~CG = 9-6 = 3~~
~~⇒ BG = 3~~ $\Rightarrow AG = 9$. Синус $\angle AGF = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $AG = 9 \Rightarrow$ высота, опущенная из A на $GF = 4{,}5\sqrt{3}$, а это и есть расстояние от A до CD.

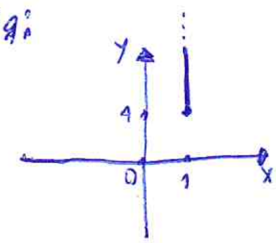
Ответ: $4{,}5 \cdot \sqrt{3}$



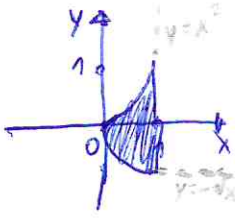
№3

Т.к. в нер-ве присутствует $\sqrt{x}$ и $\sqrt{1-x}$, $0 \le x \le 1$. Для верности нер-ва одна скобка должна быть ≤ 0, а две другие ≥ 0, либо все скобки ≤ 0. Рассмотрим 4 случая:

I $\begin{cases} y + \sqrt{x} \ge 0 \\ y - x^2 \ge 0 \\ \sqrt{1-x} \le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \ge -\sqrt{x} \\ y \ge x^2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \ge 1 \\ y \ge 1 \\ x = 1 \end{cases}$

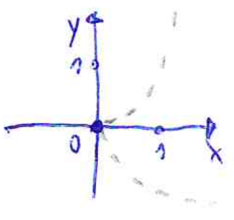


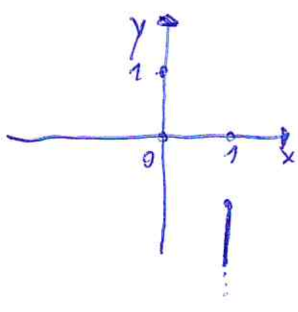
II $\begin{cases} y + \sqrt{x} \ge 0 \\ y - x^2 \le 0 \\ \sqrt{1-x} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \ge -\sqrt{x} \\ y \le x^2 \end{cases}$



IV $\begin{cases} y + \sqrt{x} \le 0 \\ y - x^2 \le 0 \\ \sqrt{1-x} \le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \le -\sqrt{x} \\ y \le x^2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \le -1 \\ y \le 1 \\ x = 1 \end{cases}$

III $\begin{cases} y + \sqrt{x} \le 0 \\ y - x^2 \ge 0 \\ \sqrt{1-x} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \le -\sqrt{x} \\ y \ge x^2 \end{cases}$





(№3)

В итоге получится

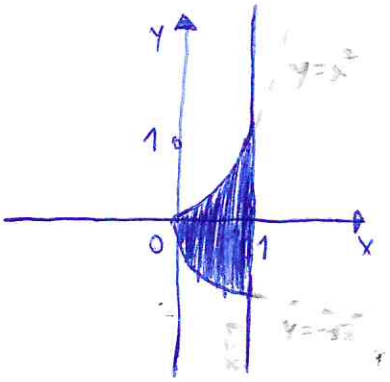
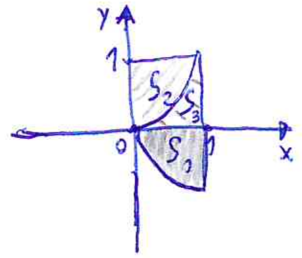


График $y=-\sqrt{x}$ - это повёрнутый на $90°$ по часовой стрелке график $y=x^2$ при $x\geq 0$, т.к. $y=-\sqrt{x}$ то же самое, что $y=\sqrt{x}$, отраженный от $y=0$, а $y=\sqrt{x}$ - это $y^2=x$, т.е. $\underbrace{y=x^2}_{\text{при } x\geq 0}$, отраженный относительно $y=x$, а композиция осевых симметрий относительно $y=x$ и $y=0$ - это поворот $2\cdot 45=90°$ относительно начала координат (точки пересечения $y=x$ и $y=0$)

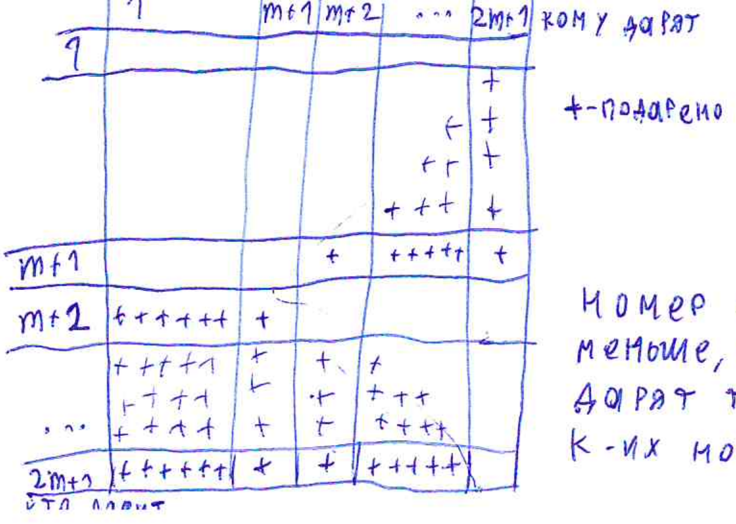
Значит $S_1=S_2=1-S_3 \Rightarrow S_1+S_3=1$, а прямая $x=1$ не имеет площади.



Ответ: 1

N 4

Т.к. все дети дарили разное число подарков от 0 до $N-1$, кажд кол-во подарков было подарено ровно по одному разу. Тогда сумма кол-ва подарков равна $1+2+\ldots+N-1=\frac{N\cdot(N-1)}{2}$, что делится на N только когда N ~~чётно~~ нечётно. Построим пример для любо нечётного N:



Пусть m - такое число, что $2m+1$ ~~Пусть кажд~~ Присвоим кажд номер и пусть он дарит подарков на 1 меньше своего номера, причём все у кого номер больше $m+1$ дарят тем, у кого номе меньше, а те у кого номер меньше $m+2$ дарят тем у кого номер больше $N+2-k$, г k - их номер. Нетрудно заметить, что

(№4)

каждый получает m подарков.

Ответ: при нечётных