

7.2.

M302-11

Дано:

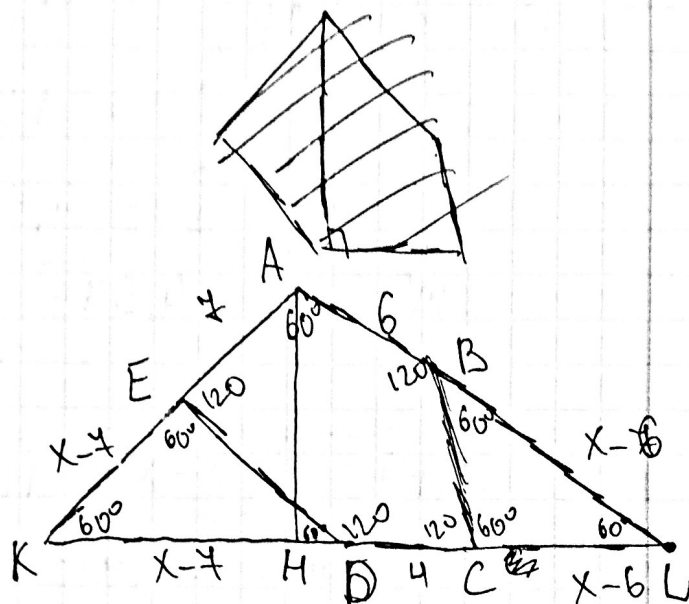
пятиугольник $ABCDE$

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$$

$$AB = 6, CD = 4, EA = 7$$

$$AH \perp CD, H \in CD$$

Найти: AH 

Решение:

$$1) EA \cap CD = K, AB \cap CD = L.$$

$$2) \sum \text{углов } ABCDE = 180^\circ \cdot (5-2) = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ,$$

т.е. $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ$

$$3) \text{ тогда } \angle KED = \angle EDK = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

т.е. $\triangle KED$ - равност. . Аналогично, $\triangle BCL$ - равносторонний

$$4) \text{ тогда } \triangle KAL - \text{равносторонний.}$$

$$5) \text{ пусть } KA = x, \text{ т.е. } KE = x - 7,$$

$$BL = AL - AB = AK - 6 = x - 6.$$

$$\text{тогда } KE = KD = x - 7, CL = BL = x - 6.$$

$$6) KL = AK = X, \text{ т.е. } X = KD + DC + CB,$$

$$\text{т.е. } X = X - 4 + X - 6 + 4, \quad X = 9.$$

$$4) \text{ в } \triangle KAH, \quad \angle K = 90^\circ, \quad \angle AKH = 60^\circ,$$

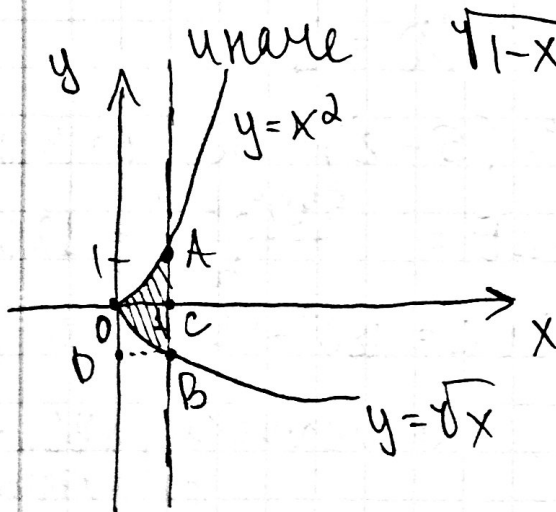
$$\text{т.е. } AH = AK \cdot \sin 60^\circ = X \cdot \sin 60^\circ = \\ = 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4,5\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 4,5\sqrt{3}$$

7 №3.

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2)\sqrt{1-x} \leq 0.$$

Заметим, что $x \geq 0$, иначе $\sqrt{x}$ не является действительным, и $x \leq 1$,



$$1) \text{ при } x=1 \quad \sqrt{1-x}=0,$$

т.е. вся прямая $x=1$ — решение

$$2) \text{ если } x < 1, \text{ то } \sqrt{1-x} > 0$$

$$\text{т.е. тогда } (y + \sqrt{x})(y - x^2) \leq 0$$

$$3) y = -\sqrt{x} \text{ — проходит весь участок } 0 \leq x \leq 1$$

$$y = x^2 \text{ — проходит весь участок } 0 \leq x \leq 1$$

$$4) \begin{cases} (y + \sqrt{x}) < 0 \\ (y - x^2) > 0 \end{cases}$$

очевидно, что нет

- 10) $n=14$: $14(14^2+13) - 243 = \cancel{4120} 2653$ - не куб ¹⁴³⁰²
- 11) $n=15$: $15(15^2+13) - 243 = 3297$ - не куб
- 12) $n=16$: $16(16^2+13) - 243 = 4304$ - не куб
- 13) $n=17$: $17(17^2+13) - 243 = 4861$ - не куб
- 14) $n=18$: $18(18^2+13) - 243 \equiv 0 - 3 \cdot 7 \cdot 13 \pmod{3^3}$,
т.е. делится на 3, но не на 3^3 - не куб ⁶⁸³³
- 15) $n=19$: $19(19^2+13) - 243 = \cancel{4196} 6833$ - не куб
- 16) $n=20$: $20(20^2+13) - 243 = 7987$ - не куб
- 17) $n=21$: $21^3 + 21 \cdot 13 - 21 \cdot 13 = 21^3$ - куб

Сумма всех кубовых чисел = $21 + 8 = 29$

Ответ: 29.

2 н.1.

маленьких треугольников: $16 \cdot 6 + 4 \cdot 6 = 20 \cdot 6 = 120$

треугольников из 4 маленьких: $3 \cdot 6 + 48 \cdot 2 = 114$

треугольников из 3 маленьких: $2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 23 \cdot 2 = 100$

треугольников из 6 маленьких: $6 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 17 \cdot 2 = 90$

треугольников из 25 маленьких: $6 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 72$

треугольников из 36 маленьких: $6 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 2 = 72$

$$\pm 6+12+18 +12+6+2 = 30+20+6 = 56$$

треугольников из 7^2 маленьких:

$$6 + 2 \cdot 6 + 6 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 6+12+6+12+6 = 42$$

треугольников из 8^2 маленьких:

$$6 + 2 \cdot 6 + 6 + 2 \cdot 3 = 6+12+6+6 = 30$$

из 9^2 маленьких:

$$6 + 2 \cdot 6 + 2 = 12+8 = 20$$

из 10^2 маленьких:

$$6 + 6 = 12$$

из 11^2 маленьких:

$$6$$

из 12^2 : 2

Т.е. всего треугольников : 658

Ответ: 658

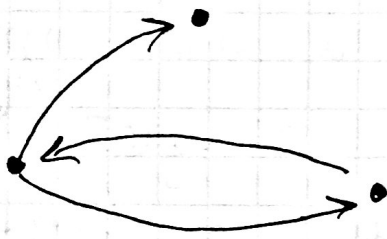
1

База

где

$N = 3$:

11302-11



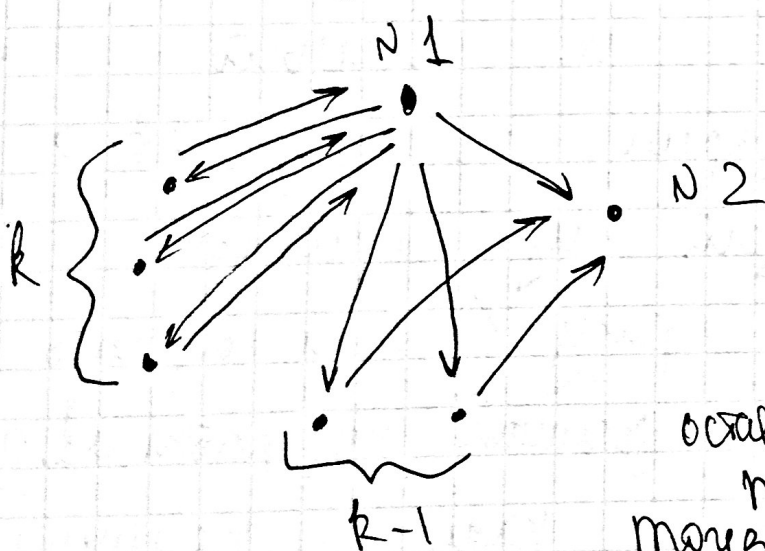
Вершины - гетти,
направленные ребро -
дарение подарка.

Здесь... каждый получил по 1 подарку.

2 Предположение. Пусть где $N = 2k - 1$
и меньших нечётных возможно.

3 Переход. Докажем где $N = 2k + 1$

Рассмотрим человека $N1$ (тот, кто
подарил подарил всем) и человека $N2$
(никому не подарил).



Пусть какие-нибудь
~~человек~~
подарит ~~подарит~~

k человек подарит
подарки $N1$, а

оставшиеся $(k-1)$ человек подарит
подарки $N2$.

Тогда $N1$ и $N2$ получили
по k подарков ($N1$ от k людей,
 $N2$ от $(k-1)$ людей и от $N1$).

тогда, чтобы все натуральное непустое
 множество, то $n \geq 1$ и $n \geq 2$
 не пустое натуральное множество $\left(\frac{(2k+1)2k}{2(2k+1)} = k \right)$
 Пустое множество $(2k-1)$ не пусто.
 Два не пустых множества натуральное
 по своему непусто и непусто
 по своему непусто. Все же
 не пусто натуральное от $n \geq 1$ и $n \geq 2$,
 и не пустое натуральное от $n \geq 1$ и $n \geq 2$,
 а пустое натуральное от $n \geq 1$ и $n \geq 2$
 по $(k-1)$ непусто. Тогда не пусто
 множество, что не пусто
 $(k-1)$ не пусто и не пусто
 и не пусто от $n \geq 1$ и $n \geq 2$
 непусто, не пусто и не пусто
 по своему непусто (или не пусто)
 $n \geq 1$ и $n \geq 2$, то не пусто непусто от $n \geq 1$ и $n \geq 2$
 $(k-1)$, и не пусто не пусто натуральное
 по $(k-1)$ непусто от $n \geq 1$ и $n \geq 2$
 непусто. по не пусто непусто непусто,

тогда не пусто, т.е. или не пусто $n \geq 1$ и $n \geq 2$,
 то не пусто и не пусто на 1 не пусто,
 т.е. не пусто не пусто.
 [4] Робертс. Не пусто $N = 2k+1 (k \in \mathbb{N})$,
 тогда не пусто непусто.

Дано: не пусто не пусто N .
 7 $n \geq 5$.

а. $n \geq 21$ $13n - 243 > 0$.

тогда не пусто $n \geq 21$ не пусто $n - \text{не пусто}$.

$$n^3 + 13n - 243 = a^3$$

$$13n - 243 = a^3 - n^3$$

$$13n - 243 = (a-n)(a^2 + an + n^2)$$

$$13(n-21) = (a-n)(a^2 + an + n^2)$$

Дано, что $a-n > 13$, т.е.

$$n \geq 11 = 22 \quad n^3 + 13 \cdot 22 - 21 \cdot 13 = 13 \cdot 13$$

$$a \cdot n \geq 11 \cdot 22, \text{ не пусто } a$$

$$\text{Дано, что } 13n - 243 < a^3 + an + n^2$$

$$n \geq 21, \text{ т.е. тогда } a > n > 21 > 13$$

$$\text{т.е. } 13n - 243 < a^3 + an + n^2$$

т.е. $a^2+n^2+an > a^2+n^2+13n$, а $a^2+n^2+13n > 13n-243$ ($-243 < a^2+n^2$)
~~и тогда~~ $a-n \geq 1$,

т.е. $13n-243 < (a-n)(a^2+an+n^2)$.

Остаток рассмотрим $n \in [1; 21]$, $n \in \mathbb{N}$.

~~1) $n=1$: $1^2+13n-243 < 0$~~

1) $n=1, 2, 3, 4, 5$:

$$n^3+13n-243 < 0$$

2) $n=6$: $6(36+13)-243 = 6 \cdot 49 - 3 \cdot 7 \cdot 13 \equiv$
 $\equiv -3 \cdot 7 \cdot 13 \pmod{4^2}$, т.е.

делится на 4, но не делится на 4^2 ,
 не м.д. кубом

3) $n=7$: $7(49+13)-243 = 7 \cdot 62 - 243 = 161$
 не св. кубом

4) $n=8$: $8(64+13)-243 = 8 \cdot 77 - 243 = 343 = 7^3$
~~не св. кубом~~

5) $n=9$: $9(81+13)-243 \equiv 0 - 3 \cdot 7 \cdot 13 \pmod{9^2}$

т.е. делится на 3, но не делится на 3^2 , т.е.
 $\nexists 3^3$ - не куб

6) $n=10$: $10(100+13)-243 = 857$ - не куб

7) $n=11$: $11(11^2+13)-243 = 1484 - 243$ - не куб.

8) $n=12$: $12(12^2+13)-243 \equiv 1611$ -
 не куб.

9) $n=13$: $13(13^2+13)-243 \equiv -3 \cdot 7 \cdot 13 \pmod{13^2}$,

т.е. делится на 13, но не 13^3 . - не куб

A1302-11

5) $\begin{cases} (y + \sqrt{x}) > 0 \\ (y - x^2) < 0 \end{cases}$

- Иконометро покривајућих
точак симетризован
на графике.

(прямая $x=1$ ~~не~~ имеет площади = 0)

замечим, что при $x \geq 0$ $y \geq 0$,

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow \cancel{y^2 = x} \quad t^2 = a$$

$(y = \sqrt{t}, a = \sqrt{x})$; T-l. lami

поменять себе иллан, то

ветвь парабола $y=x^2$ (при $x \geq 0$),

напрямки б $y = \sqrt{x} \quad (x \geq 0)$, Т.е.

пока $m.0$ - останеться на месте, А придет в В,

C - represents b D, T.e. money

құны $OAC =$ кезегі құны DOB ,

more ~~for~~ Σ sign. $\text{quintile} = \text{SDOCB} = 1.1$

Omber: 2.

7 нч.

Заметим, что 1 человек мог подарить от 0 до $(N-1)$ подарков, т.е. всего N вариантов. Тогда каждый из этих вариантов будет встречаться ровно один раз, т.е. всего подарков было подарено $0+1+\dots+N-1 = \frac{(N-1)N}{2}$

Если все получили поровну,
то $\frac{(N-1)N}{2} : N$

Если N - чётное, то $(N-1) \not\vdots 2$,
т.е. $\frac{(N-1)N}{2} = \frac{(2k-1)2k}{2} = (2k-1)k$

$(N=2k)$, что, очевидно, не делится на $2k$. Т.е. ни при одном чётном N невозможно.

Покажем по индукции, что для любого чётного N такое невозможно.