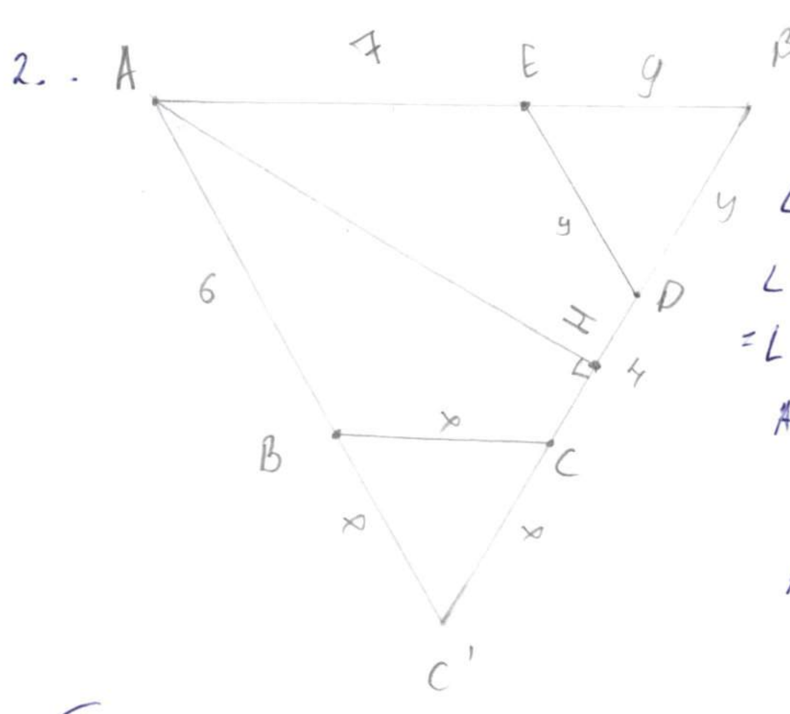
2.



Дано:
$\angle A = 60^\circ$,
$\angle AED = \angle EDC = \angle DCB = \angle CBA$ ~~ъхъхей~~;
$AB = 6$, $CD = 4$, $AE = 7$.

Найти:
AH.

Продолжим стороны AE за E, CD за D до пересечения (B'),
CD за C, AB за B до пересечения (C'). $S = (n-2)\cdot 180^\circ = 540^\circ$ (сумма всех углов)
$\Downarrow$
все кроме $\angle A = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ$

Заметим, что тогда $\angle B'ED = 180^\circ - \angle AED = 60^\circ$,

$\angle B'DE = 180^\circ - \angle EDC = 60^\circ$.

$\angle BCC' = 180^\circ - \angle BCD = 60^\circ$.

$\angle CBC' = 180^\circ - \angle ABC = 60^\circ$

$\Downarrow$

$\triangle EDB'$ и $\triangle BCC'$ – равнос. $\Rightarrow \angle A = 60^\circ$, $\angle C' = 60^\circ$, $\angle B' = 60^\circ \Rightarrow \triangle AB'C'$ – равнос.

$\Downarrow$

Отметив BC за x, а ED за y получаем, что $7 + y = 6 + x \Leftrightarrow y = x - 1$,

$x + y + 4 = 6 + x \Leftrightarrow 2x + 3 = 6 + x \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 2$

$\Downarrow$

$AH = a\frac{\sqrt{3}}{2} = (6 + x)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

3. $(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \le 0$

$\Updownarrow$

$x \ge 0$ (отк. $\sqrt{x}$), $x \le 1$ ($\sqrt{1-x}$)

$\Updownarrow$

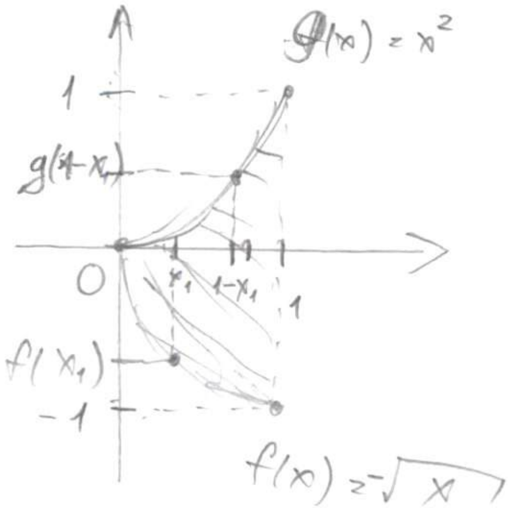
$0 \le x \le 1$

Если $y \le -\sqrt{x} \Rightarrow y \le x^2 \Rightarrow$ т.к. $\sqrt{1-x} \ge 0$, то $y \le x^2$ и $y \ge -\sqrt{x}$

$\Updownarrow$

$-\sqrt{x} \le y \le x^2$

$\Updownarrow$



$\int -\sqrt{x}\,dx = -\int x^{\frac{1}{2}}dx = -\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$

$\int x^2\,dx = \frac{x^3}{3}$

$S = \left|\frac{x^3}{3}\right| + \left|-\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right| = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{x^3+2x^{\frac{3}{2}}}{3}$

$S = \frac{x^3+2x^{\frac{3}{2}}}{3}\Big|_0^1 = \frac{1+2}{3} = 1.$

$f(x_1) = \sqrt{x_1}$ $(x \ge 0;\ x \le 1.)$

$g(1-x_1) = x_1^2 - 2x_1 + 1.$

$f(x_1) - g(1-x_1) = -1.$!

$\Updownarrow$

$g(1-x_1) - f(x_1) = 1.$!

$x_1^2 - 2x_1 + \sqrt{x_1} = 0$! $\sqrt{x_1} = 2x_1 - x_1^2$

$x_1 = x_1^4 - 4x_1^3 + 4x_1^2 -$

$x_1(x_1^3 - 4x_1^2 + 4x_1 - 1) = 0$

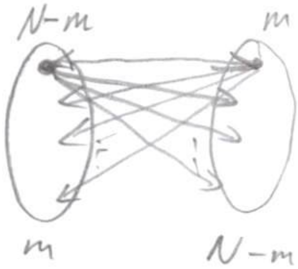
$x_1(x_1 - 1)^3 = 0.$

Заметим, что все числа от 0 до $N-1$ использованы (кол-ва подаренных подарков)

Понимаем, что при нечёт N это возможно.
(в общем подарков)

$S = \frac{N(N+1)}{2} = N\,\frac{N+1}{2}$, тогда каждый

получит $\frac{N+1}{2}$ подарков. Пример:



Таким образом, разбив на пары: $(N-1, 1), (N-2, 2) \ldots (N-k, k)$
Получаем, что каждая пара увеличивает кол-во подарков всем на 1.

$\Downarrow$

А что, если $N = 2k$, ~~тогда~~ тогда $\frac{2k(2k+1)}{2} \not\vdots\, 2k \Rightarrow$ они не получат поровну, ~~существует такое a, что~~ т.к. $a \in [0; 2k-1]$,

a – кол-во подарков, которое не было использовано.

$\frac{2k(2k+1)}{2} - a \;\vdots\; 2k$

$\frac{2k(2k+1) - 2a}{2} \;\vdots\; 2k$

$\Downarrow$

$2a \;\vdots\; 2k$

$\Downarrow$

$a \;\vdots\; k \Rightarrow a = k$.

5. $n^3+13n-273=a^3$.

При $n=21$ $\quad 273=3\cdot7\cdot13$

$21^3+13\cdot21-273=21^3$

При $n>21$.

$\Downarrow$

$n^3+\underbrace{13n-273}_{>0}\Rightarrow n^3+13n-273\geq(n+1)^3=n^3+3n^2+3n+1$

$\Downarrow$

$3n^2-10n+274\leq0$, чего не м.б.,

т.к. $n^2-10n+25\geq0$, а $2n^2+249\geq0$.

При $n<21$.

$\Downarrow$

$n^3+13n-273=a^3$

$13(21-n)=(n-a)(n^2+an+a^2)$

$\cancel{21-n=k}$

$\cancel{13k=(21-a-k)(441-42k+k^2+21a-ak+a^2)}$

Если $n-a=13$

$\Downarrow$

$n\geq13$

$21-n\leq21-13\,\cancel{n}<169$

$\Downarrow$

$n-a=21-n$

$\Downarrow$

$n=\frac{21+a}{2}\Rightarrow n\geq10$

$13\,\cancel{n}<100$.

$\Downarrow$

Кубоватым является только число 21.

1- $(15+13+11+9)\cdot 2=96.$

$4\cdot 6=24$

$3\cdot 6=18$

$2\cdot 6=12$

$1\cdot 6=6$

~~(8+10)·2=36 (8+12)·2=60. 60+12=72~~

~~(5+2+3+6)·2=32 32+4·2+5·2=48.~~

~~(5+1+2+3+4)·2=30~~

7+6+5+3+4+5+6

~~(4+5+6+7+8)~~·2 = 60. + 12 = 72

$(2+3+4+5+6+5)\cdot 2=50.$

$(1+2+3+4+5)\cdot 2=30.$