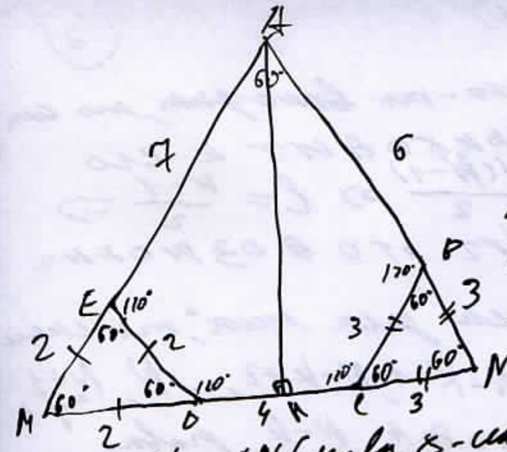
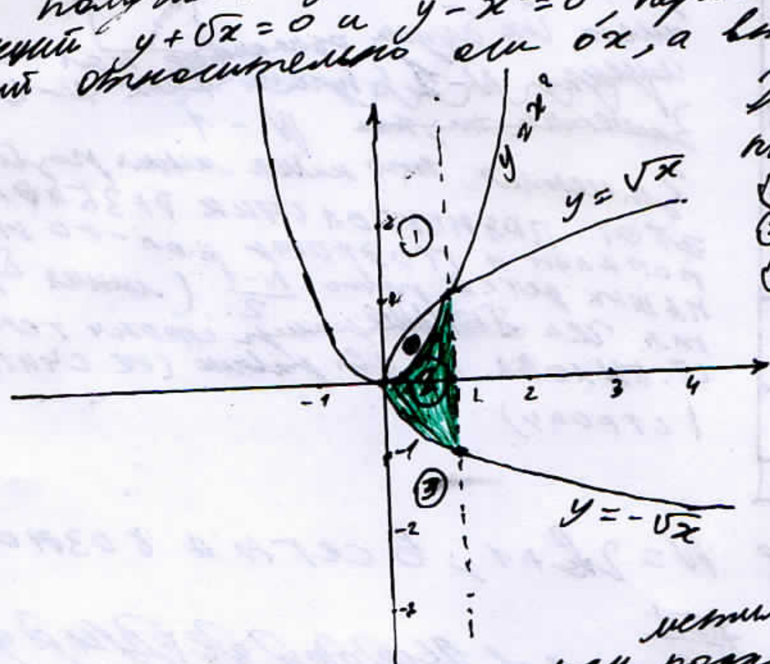


N2

Продлим до пересечения лучи AB, AE и прямую CD. Заметим, что т.к. четырехугольник выпуклый, что $\Sigma_{\text{углов}} = 180(n-2) = 180\cdot 3 = 540° \Rightarrow$
$\Rightarrow \Sigma_{\text{углов}-A} = 540° - 60° = 480° \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CBN = \angle BCN = \angle DEM = \angle EDM = 60°$ (смежные).
$\Rightarrow ME = ED = MD$, $CB = BN = CN$ (равност. Δ-ки).
$AM = MN = AN$ (равн Δ-ик MAN) $\Rightarrow ME + EA = AB + BN = MD + DC + CN \Rightarrow$
$\Rightarrow 7 + ME = 4 + ME + BN = 6 + BN \Rightarrow 7 + ME = 4 + ME + BN \Rightarrow BN = 3 = CB$,
$4 + ME + BN = 6 + BN \Rightarrow ME = 2 \Rightarrow MA = AN = MN = 9 \Rightarrow AH = \sin 60° \cdot MA = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 9 \Rightarrow$
Ответ: расст. от точки A до прямой MN равно $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

N3

$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \le 0$, т.к. $\sqrt{a}$, $a \ge 0$, то $x \ge 0$ $1 \ge x \Rightarrow$
$\Rightarrow x \in [0;1]$. 1) ПУСТЬ $x \ne 1 \Rightarrow \sqrt{1-x} > 0 \Rightarrow$ разделим нер-во на него получим: $(y+\sqrt{x})(y-x^2) \le 0$. $x \in [0;1)$, построим графики функций $y + \sqrt{x} = 0$ и $y - x^2 = 0$, первое это график корня, отраженный относительно оси Ox, а второе это парабола.



Разобьём эту часть плоскости на 3 части ①, ~~②, ③, ④~~ ②, ③
① − ВНУТРИ ПАРАБОЛЫ, НАД $y=-\sqrt{x}$
② − ПОД ПАРАБОЛОЙ, НАД $y=-\sqrt{x}$
③ − ПОД $y=-\sqrt{x}$, ПОД ПАРАБ.
4 части нет т.к. графики не пересек.

в части ① $y \ge x^2$ (НАД), $y+\sqrt{x} \ge 0$ (НАД)
② $y \le x^2$ (ПОД), $y + \sqrt{x} \ge 0$ (НАД)
③ $y \le x^2$ (под), $y + \sqrt{x} \le 0$ (под), заметим, что т.к. нам нужно ≤ 0, то нам подходит область ②. Найдём её площадь, т.к. $y=\sqrt{x}$ и $y=-\sqrt{x}$ симм. отн. Ox, а $y=\sqrt{x}$ и $y=x^2$ обратные функции, то $y=x^2$ и $y=\sqrt{x}$ симм. отн. $x=y$ $\Rightarrow$ заметим, что зелёная часть $y<0$ в силу симметрии дополняет равна площади части под $y=\sqrt{x}$, которая равна той части в параболе $\Rightarrow$ зелёная часть полностью становится прямоугольником $1\times 1 \Rightarrow S = 1$.
② при $x = 1$, подходит любой y, но $S_{\text{прямой}} = 0$. $\Rightarrow S_{\text{об.}} = 1$.

Ответ: $S = 1$

N4

Переведём условие задачи на графы. N − вершины, $A \longrightarrow B$ − A дарит подарок B. Будем называть „степень входа“ кол-во входящих в вершину стрелок, а „степенью выхода“ исходящих. Заметим, что в условии сказано, что у всех разные кол-во степеней выхода, но она может принимать значения от 0 до $N-1$, а вершин $N \Rightarrow$ каждое число от 0 до $N-1$ является чей-то степенью выхода.
Пусть степень входа равна l, по условию она у всех одинакова $\Rightarrow$
$\Rightarrow \Sigma_{\text{ст вх.}} = N\cdot l$, также заметим, что $\Sigma_{\text{ст. вых}} = 0+1+2+\ldots+N-1 = \frac{N(N-1)}{2} \Rightarrow$

=> заметим, что если стрелка от кого-то выходит, то она входит в его степень выхода, а у кого приходит к его степени входа => $\sum_{\text{ст вх.}} = \sum_{\text{ст. вых}}$ => $N\cdot l = \frac{N(N-1)}{2}$ => $l = \frac{N-1}{2}$ => => $N=2l+1$ => $N \not\vdots 2$. Т.е. для всех $N \not\vdots 2$ это возможно.

Пример. Пусть у нас N вершин напишем для них: те кем они →

$N(1,2,3,\dots,N-1)$; $N-1(N,1,2,3,\dots N-3)$; $N-k(N-k+1, N-k+2, \dots N, N+1, N+2, 3,4,5,6\dots, N-2k-1)$, $k\in[0;N-1]$. ст выхода $N-k$ равна $N-(N-k+1)+1+N-2k-1+1-1 = N-k-1$.

($N+1 \equiv 1$, $N+2 \equiv 2$ – берём ост. если переваливило за N |

(1,2,3, – может и не быть (если k большое)).

Убедимся что их тут поровну для этого построим таблицу $\boxed{N}\times\boxed{N-1}$ в клетках которой напишем по диаг. вых. как показано на рисунке:

N	1	2	3	4	…	.	N-1
N-1	N	1	2	3			N-2
N-2	N-1	N	1	2	.	:	N-3
	N-2	N-1	N	1	.	..	N-4
	:	:	:	:	.		:
3		:		:	.		:
2	3	4	5	6	…	.	1
1	2	3	4	5	6	…	N

Заметим, что т.к. $N-1 \vdots 2$ и каждая диаг. + диаг. такая что: , одни чисел их будет одинаковое кол-во, а ~~именно N-2 (кроме 1 (их N-1))~~. ~~Заметим, что при~~ $N-1$.

Заметим, что наша линия разбивает этот прямоугольник разбивается пополам и поэтому кол-во упоминаний наших детей равно $\frac{N-1}{2}$. (линия берётся т.к. чем ~~больше~~ номер строки тем меньше ст. выхода. на две равные (не считая 1 строку)

ОТВЕТ: $N \not\vdots 2$, т.е $N=2k+1$, всегда возможно

~~№1.~~

~~Упорядочим кол-во треугольников три вершины лежат внутри сетки (их C^3_{30}, т.к. каждые из этих точек~~

№1.

Начнём двигаться от какой-то стороны большой. Будем выбирать 2 точки на прямых, параллельных этой стороне

Заметим что каждые 2 (·) образуют ровно один Δ-ик, стороны которого паралельны сторонам 6-угольника, итак пройдясь по всем таким прямым (включая саму сторону) получим:

$C^2_{13}+C^2_{12}+C^2_{11}+C^2_{10}+C^2_9+C^2_8+C^2_7+C^2_6+C^2_5$, далее заметим что аналогично мы могли начать с какой-то другой из 6 сторон поэтому это нужно ×6, а также заметим, что у наших Δ 3 стороны, паралельных 3 нашим сторонам => мы считали каждый Δ-ик 3 раза поэтому делим на 3. Поэтому: $2\cdot\sum_{i=5}^{13} C_i^2 = 2\cdot\frac{1}{2}\sum_{i=5}^{13} i(i-1) = \sum_{i=5}^{13} i(i-1) = 708$. ОТВЕТ: 708.

N 5.

③

$n^3+13n-273 = n(n^2+13)-273 \Rightarrow n \underset{7}{\equiv} \left[\begin{matrix}0\\1\\2\\5\\6\end{matrix}\right.$ иначе, число не будет кубом.

$273 \underset{7}{\equiv} 0$;

7	$n(n^2+13)$	
0	$0\cdot 0 \equiv 0$	
1	$1\,(1+13) \equiv 0$	
2	$2\,(4+13) \underset{7}{\equiv} 6$	
3	$3\,(3^2+6) \equiv 3$	
4	$4\,(4^2+6) \underset{7}{\equiv} 4$	
5	$5\,(5^2+6) \equiv 1$	
6	$6\,(6^2+6) \equiv 0$	

n	n^3
0	0
1	1
2	1
3	6
4	1
5	6
6	6

~~3 $n(n^2+13)$ n n^3 $273 \underset{3}{\equiv} 0$ $\Rightarrow n \underset{3}{\equiv}$ [0 2 иначе, число будет не куб~~

~~0 $0(0+1) \equiv 0$ 0 0~~

~~1 $1(1+1) \underset{3}{\equiv} 2$ 1 1~~

~~2 $2(2+1) \underset{3}{\equiv} 0$ 2 2~~

$n=8$. $8(8^2+13)-273 = 8\cdot 77-273 = 616-273 = 343 = 7^3$

$n \geq 7$ $n(n^2+13)-273 \geq 0 \Rightarrow n(n^2+13) \geq 0 \dots\dots n \geq 7$:)

~~$n=7$ не подходит т.к. $7 \underset{3}{\equiv} 1$. $7(49+13)-273 = 161$~~

$n=9$ $9(9^2+13)-273 = 9\cdot 94-273 = 846-273 = 573 = 3\cdot 191$

~~$n=10$ не подх. т.к. $10 \underset{3}{\equiv} 1$~~

$n=11$ не подх. т.к. $11 \underset{7}{\equiv} 4$

$n=12$ не подх. $12(12^2+13)-273 = 1884-273 = 1611 = 9\cdot 179$

~~$n=13$ не подх. т.к. $13 \underset{3}{\equiv} 1$~~

$n=14$

Ответ: $\Sigma = 8$