

Чертовик

Задача 5

1) Пусть $n^3 + 13n - 273 = k^3$

$$n^3 - k^3 + 13n - 273 = 0$$

$$(n-k)(n^2 + nk + k^2) + 13(n-21) = 0$$

$$(n-k)(n^2 + nk + k^2) = -13(n-21)$$

Отсюда видим, $n=k=21$, ~~и~~ n -кубическое

2) Проверим ^{Один из корней $n_1=21$} есть ли еще решения:

$$n^3 + 13n - 273 - k^3 = 0$$

По теореме Виетта для уравнения третьей степени:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} ; n_1 \cdot n_2 + n_2 \cdot n_3 + n_3 \cdot n_1 = \frac{c}{a}$$

В нашем уравнении:

$$1 \cdot n^3 + 0 \cdot n^2 + 13 \cdot n - 273 - k^3 = 0$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = -\frac{0}{1} = 0 ; n_1 \cdot n_2 + n_2 \cdot n_3 + n_3 \cdot n_1 = \frac{13}{1} = 13$$

Подставляем известный корень.

$$21 + n_2 + n_3 = 0, \text{ т.е. } \underline{n_2 + n_3 = -21}, n_2 = -n_3 - 21$$

$$21 \cdot n_2 + n_2 \cdot n_3 + 21 \cdot n_3 = 21(n_2 + n_3) \cdot n_2 \cdot n_3 = 21 \cdot (-21) \cdot n_2 \cdot n_3 =$$
$$= -441 \cdot n_2 \cdot n_3 = 13$$

$$(-n_3 - 21) \cdot n_3 - 441 = 13$$

$$-(n_3) - 21n_3 = 454 ; n_3^2 + 21n_3 + 454 = 0$$

$$n_{3,4} = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 1 \cdot 454}}{2 \cdot 1} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 1816}}{2} = \frac{-21 \pm \sqrt{-1375}}{2}$$

т.к. $D < 0$, то корней нет, аналогично для

n_2 , корней нет. Следовательно $n_1 = 21$ единственный корень, а значит и единственное кубическое число.

Поэтому сумма всех кубических чисел = 21

Ответ: 21

Задача 3

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \cdot \sqrt{1-x} \leq 0$$

- 1) Из этого неравенства выявляем ограничение x , т.к. подкоренное выражение ≥ 0 , то

$$x \geq 0 ; 1-x \geq 0, x \leq 1$$

Поэтому $x \in [0; 1]$ Отразим это на графике.
(лёгкая штриховка)

- 2) ~~Также из неравенства, следует:~~ (легкая штриховка)
Находим нули неравенства:

$$y = -\sqrt{x}$$

Строим на графике (схематично)

Рассмотрим в какой точке, эта гипербола пересечёт нашу дополнительную ось y .

$$y(1) = -\sqrt{1} = -1, \text{ точка } (1; -1)$$

- 3) Также при $y = x^2$ неравенство равно 0.

Строим (схематично) на графике параболу

Она пересекёт нашу дополнит. ось y в точке

$$y(1)' = 1^2 = 1 \quad , \quad \text{Tor} (1; 1)$$

также корнем ур-ия $y = x^2$

бюджет является нулевым $x=0$, тогда $y(0)=0^2=0$

найдем точку $(0; 0)$

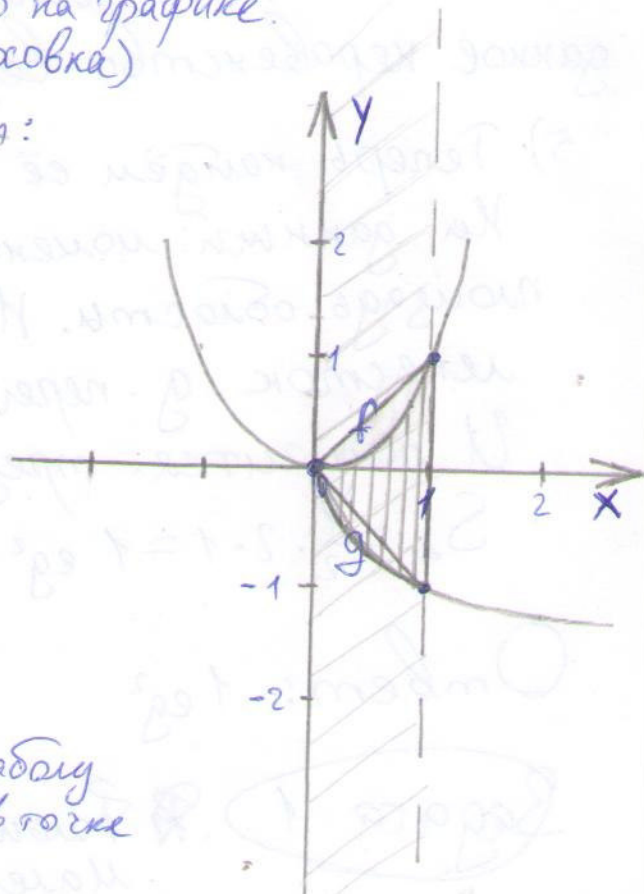
- 4) Наша ограниченная область разбилась на три области. Найдём область, где решение неравенства ≤ 0 .
Для этого рассмотрим точку в каждой области:
а) Точка $(0,5; 2)$

Для этого рассмотрим точку в каждой области:

- а) Точка $(0,5; 2)$

$$\underbrace{(2+\sqrt{0,5})}_{>0} \cdot \underbrace{(2-0,5^2)}_{>0} \cdot \underbrace{\sqrt{1-0,5}}_{>0} > 0$$

Зп. область не подходит



б) Точка $\phi(0,5; 0.)$

$$\begin{array}{ccccc} (0 + \sqrt{0,5}) & (0 - 0,5^2) & \cdot & \sqrt{1 - 0,5} & < 0 \\ > 0 & < 0 & > 0 & \end{array}$$

Зн. область
подходит

б) Точка $(0,5; -2)$

$$\begin{matrix} (-2+\sqrt{0,5}) & \cdot & (-2-\sqrt{0,5}) & \cdot & \sqrt{1-0,5} & > 0 \\ < 0 & & < 0 & & > 0 \end{matrix}$$

Зн. область
не подходит

Итак мы нашли область, при которой
данное неравенство верно (~~горизонтальная~~^{вертикальная} штриховка)

5) Теперь найдём её площадь.

На данный момент ~~решения~~^{можно} вычислить площадь области. Но при повороте на 90° лепесток g перейдет в лепесток f .
И произведем

И получится треугольник

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ eg}^2$$

Ombem: 1 eg^2

Bagara 1

$\star$ $\text{Zerem} = 1$

$$\text{маленькие} = (9 + 11 + 13 + 15) \cdot 2 = 96$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$5 \cdot 7 \cdot 2 = 70$$

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$$

$$2.9 \cdot 2 = 36$$

$$6 \cdot 6 \cdot 2 = 72$$

$$8-2-2 = 32$$

$$3.9 \cdot 2 = 54$$

$$7 \cdot 5 \cdot 2 = 70$$

$$7 \cdot 1 \cdot 2 = 14$$

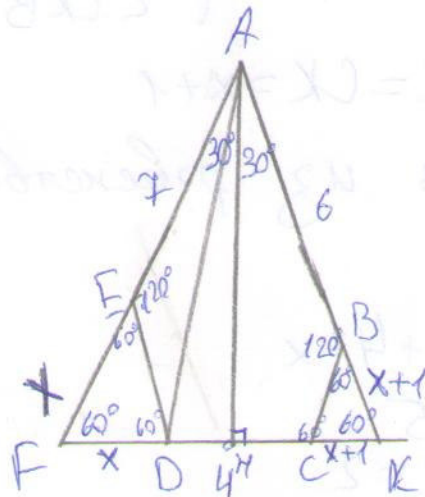
$$4.9.2 = 72$$

$$8 \cdot 4 \cdot 2 = 64$$

Всего 652

Отвѣтъ: 652

Задача 2



$$7 + x = 2x + 5$$

$$x + 2 = 2x$$

Реш: 1) Постр. го $\triangle FAK$

и $\triangle ADH$ прямоуго. ($\angle DHA = 90^\circ$), зн. $\angle DAH + \angle ADH = 90^\circ$

В $\triangle EAD$, $\angle EAD + \angle EDA = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Зн. $\angle DAH + \angle EAD + \angle EDA + \angle ADH = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

Поэтому $\angle DAH + \angle EAD = 30^\circ = \angle EAH$

Зн. $\angle HAK = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

2) $\triangle FAH$ и $\triangle HAK$ прямоугол., т.к. $\angle FHA = 90^\circ$ и $\angle AHK = 90^\circ$ соответственно.

В $\triangle FAH$, $\angle AFH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

В $\triangle HAK$, $\angle AKH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Следовательно в $\triangle AKF$ все углы по 60° зн. он равносторонний

3) Пусть $FE = x$, тогда $BK = x + 1$ (т.к. $AF = AK$)

$\triangle FED$ равносторонний т.к. $\angle FED = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Поэтому $FE = FD = x$

$$\angle FDE = 180^\circ - (60^\circ \cdot 2) = 60^\circ$$

$\triangle CBK$ равносторон. (т.к. $\angle CBK = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\angle CKB = 180^\circ - (60^\circ \cdot 2) = 60^\circ$)

Поэтому $BK = CK = x + 1$

~~т.е.~~ Теперь из равенства

$$AF = FK$$

$$7 + x = 2x + 1 + 4 + x$$

$$7 + x = 2x + 5$$

$$~~2 = 1 + x~~ \quad x = 2$$

$$~~x = 1 + \frac{2}{3}~~$$

Поэтому $FK = x + 4 + x + 1 = 2 + 4 + 2 + 1 = 9$

$$~~AK = 6 + x + 1 = 6 + 2 + 1 = 9~~$$

АН — высота и медиана в равностор. $\triangle AKF$

$$\text{Зн. } HK = \frac{FK}{2} = 4,5$$

4) По теореме Пифагора в прямоугольном $\triangle ANK$

$$AN^2 = AK^2 - HK^2 = 9^2 - 4,5^2 = 81 - 20,25 = 60,75$$

$AN = \sqrt{60,75}$ это и будет расстояние от точки А до прямой CD

Ответ: $\sqrt{60,75}$