№ 1.

На правом рисунке изображено наложение двух равносторонних Δ друг на друга. Они образуют: 1) 6 равносторонних Δ опирающихся на 6-тиугольник. 2) 6-тиугольник => 6 равносторонних Δ.

Рассмотрим: 1) В каждом таком Δ содержится 4Δ и сам равносторонний, т.е. $5\Delta \cdot 6 = \underline{30\Delta}$.

2) В каждом Δ ∈ 6-тиугольнику содержится 27Δ включая его самого, т.е. $27\Delta \cdot 6 = \underline{162\Delta}$.

Доп.: 1) Рассмотрим два больших Δ, образующих всё изображение: в одном содержится 8Δ не включая самых верхних (опирающихся на 6-тиугольник), т.е. $8\Delta \cdot 2 = \underline{16\Delta}$.

2) Рассмотрим Δ на стыках: $\left.\begin{array}{l} 4\Delta\cdot 6 = 24\Delta \\ 2\Delta \cdot 6 = 12\Delta \end{array}\right\} \underline{36\Delta}$.

3) Рассмотрим Δ в трапециях (одной из двух, образующих 6-тиугольник):
- 1 линия: 9; 2 л.: 11; 3 л.: 13; 4 л.: 15 } 48Δ.
- 1 линия: 8; 2 л.: 10; 3 л.: 12. (ср. Δ: Δ) } 30Δ
- 1 линия: 7; 2 л.: 9; Δ Δ) } 16Δ

} $94\Delta \cdot 2 = \underline{188\Delta}$.

Всего Δ: $162\Delta + 30\Delta + 16\Delta + 36\Delta + 188\Delta = 432\Delta$

Ответ: 432Δ.

№ 3

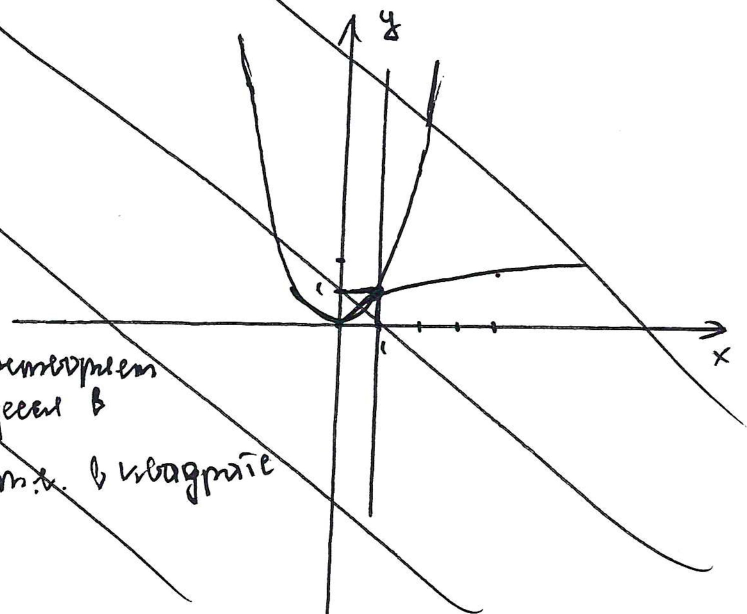
$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \le 0$

$y<\sqrt{x}$ $\quad y \le x^2$ $\quad \sqrt{1-x} \le 0$

$1-x \le 0$

$-x \le -1$

$x \ge 1$



Условию неравенства удовлетворяет множество точек находящееся в промежутке: Oy: [0; 1], Ox: [0; 1], т.к. в квадрате $1 \times 1 \Rightarrow S = 1 \cdot 1 = 1$

Ответ 1.

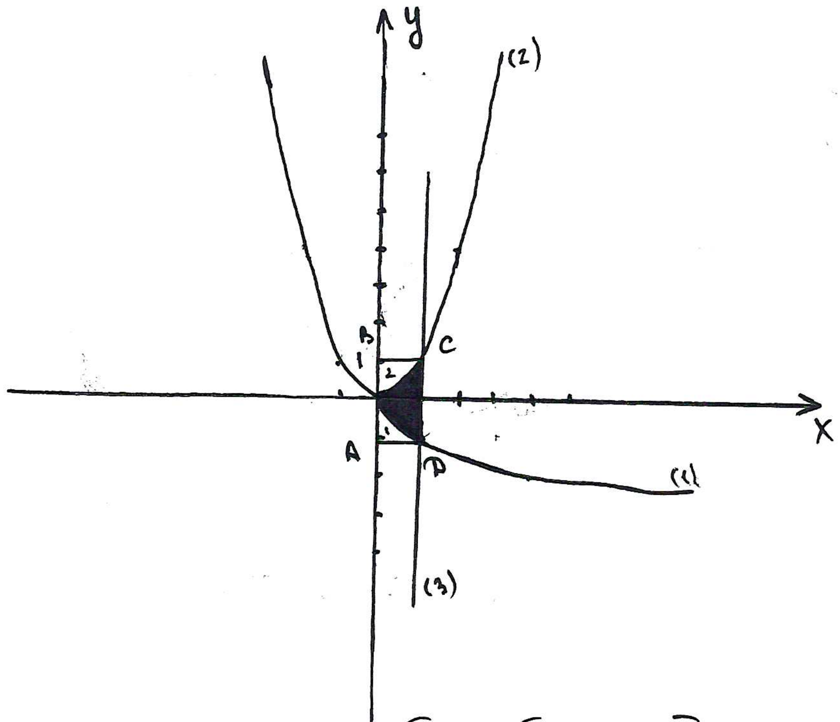
№ 3.

$x \geq 0$

$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \leq 0$ ОДЗ: $x \leq 1$

Построим график уравнения $(y+\sqrt{x})(y-x^2)(\sqrt{1-x})=0$:

$$\left[\begin{array}{l} y=-\sqrt{x} \\ y=x^2 \\ \sqrt{1-x}=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y=-\sqrt{x} \\ y=x^2 \\ 1-x=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y=-\sqrt{x} \\ y=x^2 \\ -x=-1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{ll} y=-\sqrt{x} & (1) \\ y=x^2 & (2) \\ x=1 & (3) \end{array}\right.$$



Т.к. неравенство содержит в себе скобку $y+\sqrt{x}$, то $x \geq 0$. $\Rightarrow$
Рассматриваем только то, что лежит правее Oy.
Удовлетворяет условию неравенства закрашенная область.
Найдём её S: $S_{ABCD} - (S_1+S_2)$. $S_1+S_2=1$ | $S_{ABCD}-(S_1+S_2)=1$

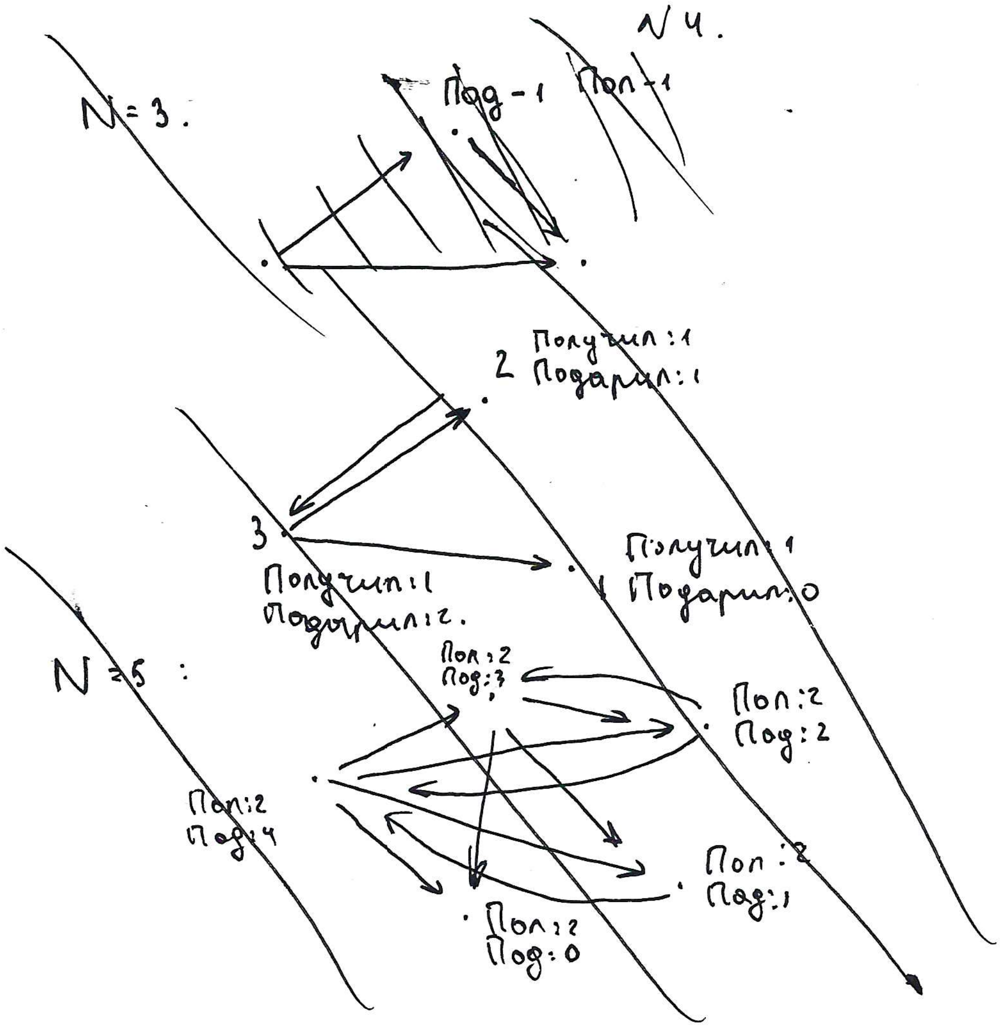
$S_{ABCD}=AB=2$

Ответ: 1.

2.

~~№5.~~

№4.



№5.

$n^3+13n-273=0$

273 можно разложить на произведение 13 и 21 ⇒
Число 21 является кубоватым: $21^3+\cancel{273}-\cancel{273}=n^3$

$21^3=n^3$

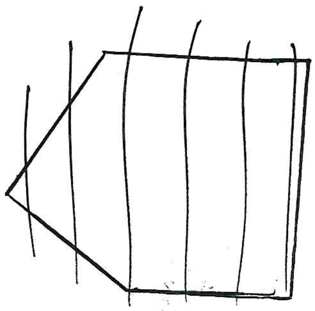
$n=21$

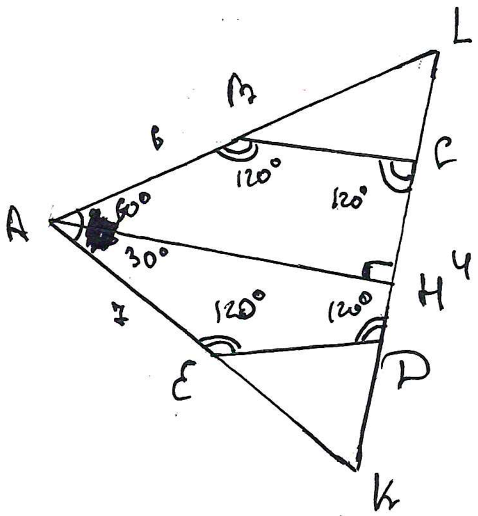
8: $n^3+13n-273=512+104-273=343=7^3$ ⇒ 8 - кубоватое

$8+21=29$

Ответ: 29

№ 2.





Дано: $\angle A = 60^\circ$; $AM = 6$; $CD = 4$; $EA = 7$.

Найти AH - ?

Решение: 1) Сумма углов в $AMCDE = 540^\circ$

$\angle A = 60^\circ$, $\angle M = \angle C = \angle D = \angle E \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{540-60}{4} = \frac{480}{4} = 120^\circ$

2) ~~ΔAHK (прямоуг...)~~

AHDE:

Сумма углов в четырёхугольнике равна 360°; $\angle H = 90^\circ$; $\angle E = \angle D = 120 \Rightarrow$

$\angle A = 360 - (90 + 240) = 30^\circ$

(Аналогично с $AHCM \Rightarrow \angle A = 30^\circ$)

ΔAHK (прямоугольный, т.к. AH - перпендикуляр к CD)

Сумма углов равна $180 \Rightarrow \angle AKH = 60^\circ$ $(180 - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ)$

(Аналогично с ΔAHL)

Из п. 4 видно, что ΔALK – равносторонний ($\angle A = \angle L = \angle K = 60^\circ$)

5) Т.к. ΔALK - правильный, то: $\begin{cases} AE + EK = LC + CD + DK \\ AE + EK = AM + ML \end{cases}$

$\begin{cases} 7 + EK = ML + CD + EK \\ 7 + EK = 6 + ML \end{cases}$ (замена возможна, т.к. ΔEDK и ΔMLC - правильные; $\angle E = \angle D = \angle M = \angle C = 60^\circ$ $(180 - 120 = 60)$.

$\begin{cases} 7 = ML + CD \\ 7 + EK = 6 + ML \end{cases}$ $\begin{cases} 7 = ML + 4 \\ 7 + EK = 6 + ML \end{cases}$ $\begin{cases} ML = 3 \\ EK = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow a$ (сторона $\Delta ALK = 9$)

6) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} = 4{,}5\sqrt{3}$.

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$.

4. 4.

№ 4.

1) Из условия выделим главное: N - кол-во детей

[0; N-1] - кол-во подарков. От 0 до N-1, т.к. по усл. ребенок может не дарить вообще и не дарить сам себе, то кол-во подарков находится в промежутке от 0 до N-1. Т.к. каждый последующий ребенок дарит на один подарок больше, то сумма подарков будет являться суммой арифметической прогрессии, где $a_1=0$, $d=1$, т.е.

$S=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$ ($S=Ln$, где n - кол-во детей, а L - кол-во подарков)

$Ln=\frac{n-1}{2}\cdot n$; $L=\frac{n-1}{2}$.

2) Пусть кол-во детей (n) - четное число, то $L=\frac{\text{нечёт}}{2}$ - не целое число.

3) Пусть кол-во детей (n) - нечетное число, то $L=\frac{\text{чет}}{2}$ - целое число => кол-во детей - нечётное число, т.е. при всех нечётных $n>1$ будет выполняться условие задачи.

4) Док-во: ~~1й первый ребенок~~; ~~последний ребенок~~

шаг 1) Один из n детей подарил всем кроме себя, т.е. у всех по одному подарку кроме него самого.

n: • • • • ... • • •
L: 0 1 1 1 ... 1 1 1

шаг 2) Следующий за ним подарил первому и всем кроме себя, т.е. у всех кроме первого и второго по 2 подарка

n: • • • • ... • • •
L: 1 1 2 2 ... 2 2 2

, и так далее до n. (нечёт)

~~шаг N-2) Предпоследний ребёнок (n-2) дарит подарки так, что:~~

~~• • • • ... • • •~~
~~L L-1 L~~