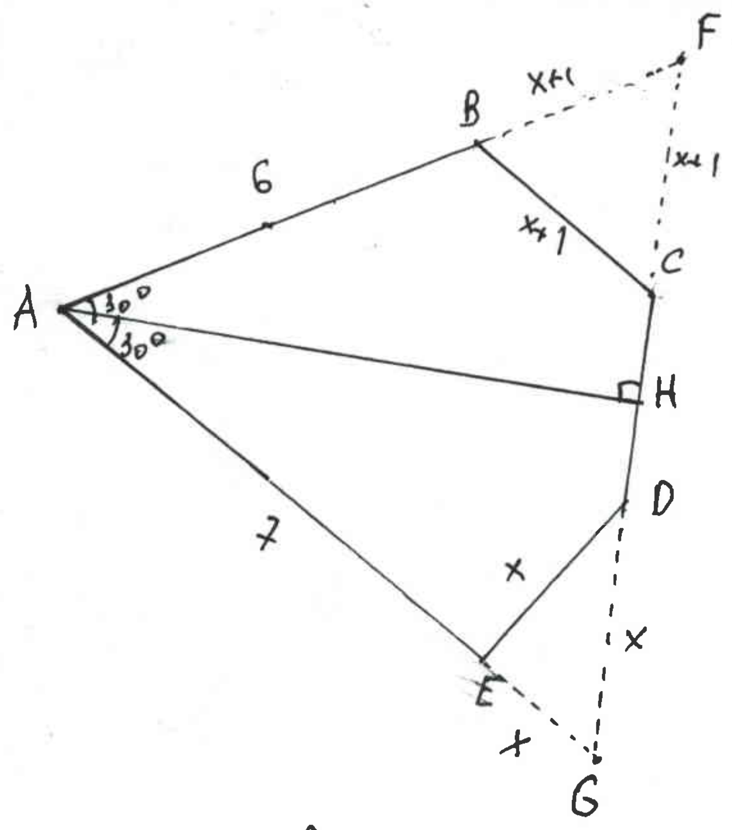
2.



Дано

ABCDE - вып. четырехугольник

$\angle A = 60^\circ$

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$; $AH \perp CD$

$AB = 6$; $CD = 4$; $EA = 7$

AH - ?

Решение

1) $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \cancel{540^\circ}\ 180^\circ \cdot (5-2)$ (по формуле суммы всех углов n-угольника)

$4 \cdot \angle B = 480^\circ$

$\angle B = 120^\circ = \angle C = \angle D = \angle E$

2) Продолжим стороны AB, AE, CD

1. $\angle AED + \angle DEG = 180^\circ$
$\angle DEG = 60^\circ$
(по св-ву смежных углов.)

2. $\angle HDE + \angle EDG = 180^\circ$
$\angle EDG = 60^\circ$
(по св-ву смежных углов.)

3. $\angle ABC + \angle CBF = 180^\circ$
$\angle CBF = 60^\circ$
(по св-ву смежных углов.)

4. $\angle BCH + \angle BCF = 180^\circ$
$\angle BCF = 60^\circ$
(по св-ву смежных углов)

3) $\angle EGD = 180^\circ - \angle DEG - \angle EDG = 60^\circ$ (по Теореме о сумме углов треугольника)

4) $\angle BFC = 180^\circ - \angle FBC - \angle FCB = 60^\circ$ (по Теореме о сумме углов треугольника)

2. 5) в ΔAFG: $\angle A = \angle F = \angle G = 60^\circ$

$\Downarrow$

ΔAFG - равносторонний (по ~~определен~~ признаку равностороннего треуг.)

$\Downarrow$

$AF = FG = AG$ (по свойству равностороннего треуг.)

~~Пусть~~ $AF = 6 + BF$, $AG = 7 + EG$ $\Rightarrow$ $BF = EG + 1$, Пусть $EG = x$, тогда

$BF = x + 1$

6) в ΔBFC: $\angle B = \angle F = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \Delta BFC$ - равносторонний (по признаку равност. треуг.)

$\Downarrow$

$BF = FC = BC = x + 1$ (по свойству равн. треуг)

7) в ΔEDG: $\angle E = \angle D = \angle G = 60^\circ \Rightarrow \Delta EDG$ - равносторонний (по признаку равностор. треуг.)

$\Downarrow$

$ED = DG = EG = x$ (по св-ву равност. треуг.)

8) $AG = EG$; $EG = FC + CD + DG = x + 1 + 4 + x = 2x + 5$

$7 + x = 2x + 5 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow BC = 3$; $ED = 2$; $BF = 3$

9) в ΔAFH: ~~...~~ $\angle F = 60^\circ$; $\angle H = 90^\circ$, т.к $AH \perp CD$; $AF = 6 + 3 = 9$

по Т. синусов: $\frac{AF}{\sin \angle H} = \frac{AH}{\sin \angle F} \Rightarrow AH = \frac{AF \cdot \sin \angle F}{\sin \angle H}$

$AH = \frac{9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 4,5\sqrt{3}$

Ответ: $4,5\sqrt{3}$

3. $(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \leq 0$

ОДЗ: $x \geq 0$

$1-x \geq 0$, $x \leq 1$

т.к $\sqrt{1-x} \geq 0$ при любых x уд. ОДЗ

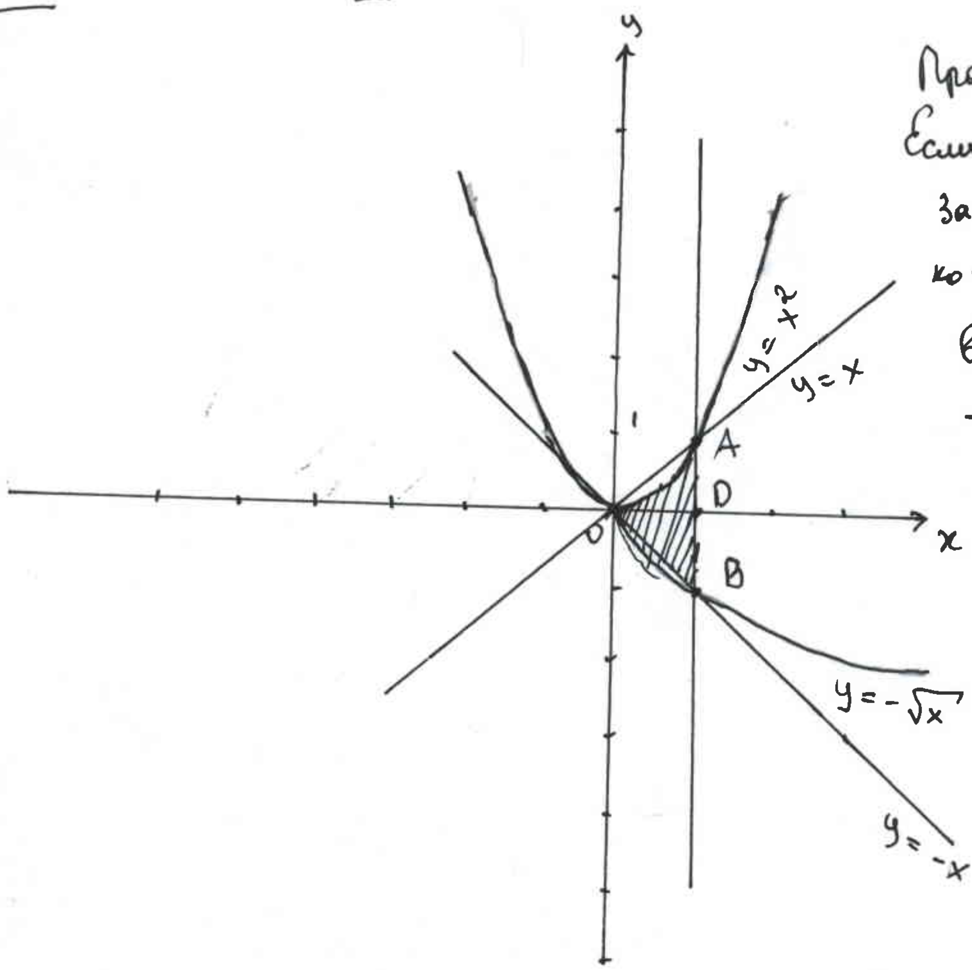
$\Downarrow$

$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\cdot\sqrt{1-x} \leq 0$, либо при $y+\sqrt{x} \geq 0$ и $y-x^2 \leq 0$

или

при $y+\sqrt{x} \leq 0$ и $y-x^2 \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y+\sqrt{x} \geq 0 \\ y-x^2 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y+\sqrt{x} \leq 0 \\ y-x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \geq -\sqrt{x} \\ y \leq x^2 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y \leq -\sqrt{x} \\ y \geq x^2 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \end{array}\right.$$



Проведем $y=x$ и $y=-x$. Если перенести ~~нижнюю~~ заштрихованную часть, которую отсекает $y=-x$ и $y=-\sqrt{x}$ в ~~нижнюю~~ не заштрихованную часть, которую отсекает $y=x$ и $y=x^2$. То получится $\triangle AOB$

$\Downarrow$

$S_{зам.ч} = S_{\triangle} AOB$

$AB=2$; $OD=1$

$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1 = 1$

$\Downarrow$

$S_{заштр.ч} = 1$

Ответ: 1

4. Пусть a - кол-во подарков у каждого ребенка. Т.к детей N, а дарили разное кол-во, то один из N детей никого не подарит, а другой один из N детей подарит $N-1$ подарков, т.к себе он подарить не может. А ~~если~~ Количество дарений можно записать так $0; 1; 2; 3; \ldots; n-1$, т.е кто-то из детей подарит 1 подарок, кто-то из детей подарит 3 подарка, кто-то из детей подарит $n-1$ подарок. Найдем сумму всех подарков:

$$S_{n-1} = \frac{0+n-1}{2} \cdot n \quad \text{или} \quad a \cdot n$$

Приравняем $\frac{0+n-1}{2} \cdot n$ и $a \cdot n$, Получим:

$$\frac{n-1}{2} \cdot n = a \cdot n \quad /:n$$

$$\frac{n-1}{2} = a,$$ ~~зная, что $a \in N$ видим что~~

1) при n - четных, $a \notin N$, т.к Если n-четное, то $n=2x$, где $x \in N$

$$\frac{2x-1}{2} = a$$

$$x - \frac{1}{2} = a \Rightarrow a \notin N$$

2) при n - нечетных, $a \in N$, т.к $n = 2x+1$ - нечетное, где $x \in N$

$$\frac{2x+1-1}{2} = a$$

$x = a$ т.к $x \in N \Rightarrow a \in N$

$$\Downarrow$$

при n - нечетных, т.е $3; 5; 7; 9 \ldots$

Ответ: при n - нечетном

5. $n^3+13n-273=a^3$, $\cancel{a \geq n}$

$n^3+13(n-21)=a^3$

$13(n-21)=(a-n)(a^2+an+n^2)$, $a \geq n$

$$n=21+\frac{(a-n)(a^2+an+n^2)}{13}$$

При $\cancel{a-n \neq 0}$

$$\cancel{n=21+\frac{(a^2+an+n^2)\cdot b}{13}}\text{, где } b \in N \quad b=\frac{a-n}{\cancel{13}} \quad (1)$$

~~или~~

$$\cancel{n=21+\frac{(a-n)\cdot b}{13}}\text{, где } b \in N \quad b=\frac{a^2+an+n^2}{\cancel{13}} \quad (2)$$

При $a-n=0$

$n=21+0$

$n=21$

Ответ: 21