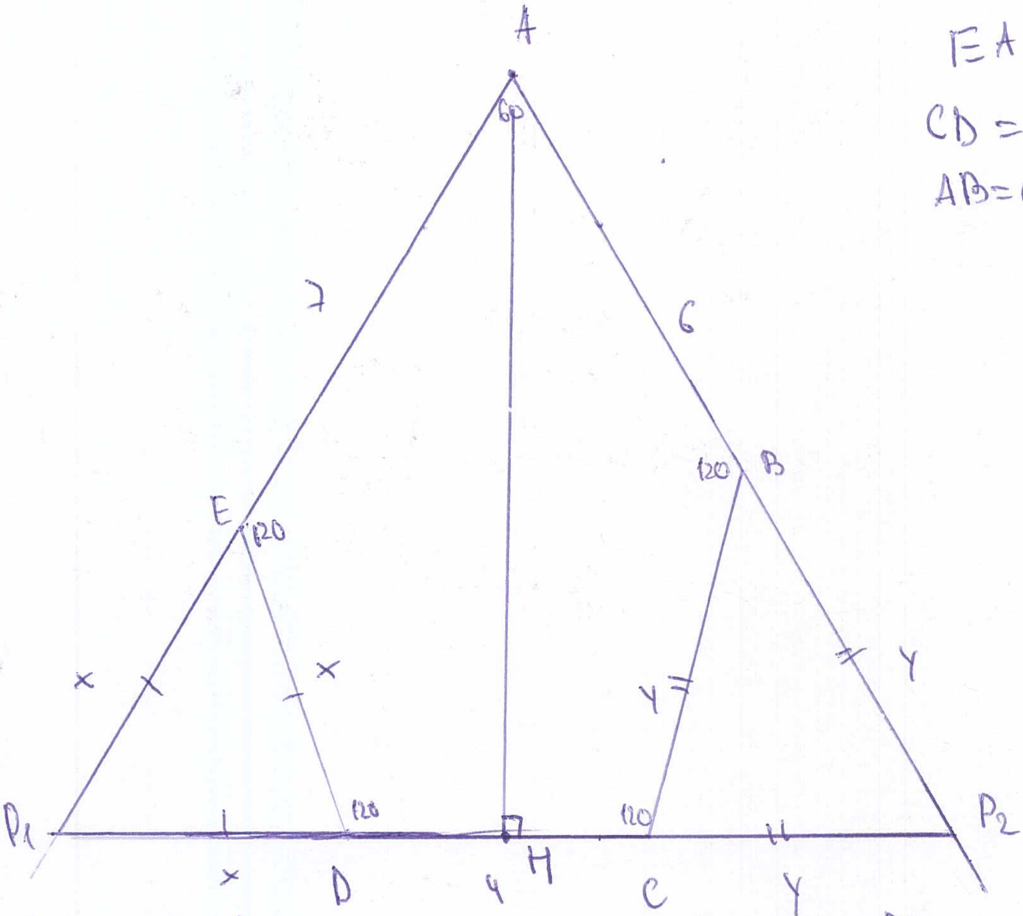
№2.

Дано:
$EA=7$
$CD=4$
$AB=6$
Найти:
$AH=?$



1. Найдем равные углы пятиугольника. Пусть градусная мера одного из них $\angle$. Тогда $4\angle+60=540$, откуда $\angle=120$.

2. Доп. построение: Продлим AE и AB за точки E и B соответственно, а также продлим CD в обе стороны:

$CD \cap AE = P_1$, $CD \cap AB = P_2$.

3. $\triangle P_1ED$ – равносторонний, т.к. $\angle P_1ED = 180-120=60$, аналогично P_1DE. Тогда $P_1E=ED=DP_1$

Похожие рассуждения приведем и для $\triangle CBP_2$: $CB=BP_2=P_2C$

4. Пусть $P_1E=x$; $BP_2=Y$. Заметим, что $\triangle P_1AP_2$ явл. равносторонним т.к. все его углы по 60°. Тогда приравняем его стороны:

Пусть a – длина стороны $\triangle P_1AP_2$:

$$\begin{cases} 7+x=a \\ 6+Y=a \\ 4+x+Y=a \end{cases} \qquad \begin{aligned} &7+x=6+Y \\ &x=Y-1 \\ &3+2Y=a \\ &6+Y=3+2Y,\ Y=3,\ x=2,\ a=9; \end{aligned}$$

5. $AH=HP_2$, т.к. ~~высота~~ высота в равност. $\triangle$ явл. и медианой, и биссектр.;

$\triangle AHP_2$ – прям. $AP_2=9$; $HP_2=\frac{9}{2}=4,5$, $\Rightarrow AH=\sqrt{81-\frac{81}{4}}=\frac{\sqrt{243}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}=4,5\sqrt{3}$

Ответ: $AH=4,5\sqrt{3}$

№3

$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\cdot\sqrt{1-x}\leq 0$

$\sqrt{1-x}\geq 0, \Rightarrow x\leq 1$. Оценим знаки ост. скобок:

$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\leq 0$, т.к. $\sqrt{1-x}\geq 0$:

$(y+\sqrt{x})(\sqrt{y}-x)(\sqrt{y}+x)\leq 0$:

$y\geq 0$, т.к. во второй скобке присутствует $\sqrt{y}$. ~~Тогда~~ $x\geq 0$ по ан. причинам

$\begin{cases} y+\sqrt{x}\geq 0 \\ \sqrt{y}+x\geq 0 \end{cases}$, по выше доказанному. Тогда:

$\sqrt{y}-x\leq 0$

$x\geq\sqrt{y}$, что выполняется ~~во~~ всегда для y, соответствующих $x\in[0;1], \Rightarrow y\in[0;1]$

Площадь такой фигуры 1, т.к. она явл. квадратом с вершинами в точках $(0;0), (0;1), (1;0), (1;1)$.

Ответ: 1.

№4.

Рассмотрим два случая:

1) Есть человек с 0 подарков

2) Нет человека с 0 подарков.

1) Докажем, что в таком случае кол-ва подарков детей будут выражаться арифметической прогрессией с первым членом, равным нулю и разностью единица.

Заметим, что максимальное возможное кол-во подарков среди детей $-N-1$, ведь если среди ~~к~~ количеств будет число, большее $N-1$, т.е. хотя бы N, то $N-1$ ребенку нужно будет подарить хотя бы N подарков, что противоречит условию. Тогда у нас имеются N различных количеств от 0 до $N-1$, ~~что~~ а значит однозначно определяется ар. прогрессия.

продолжение на сл. странице.

№4 - продолжение.

Тогда рассчитаем кол-во подарков на человека: сумма всех подарков выражается соотношением $\frac{N(N-1)}{2}$, соответственно чтобы получить кол-во подарков на человека, стоит разделить общее кол-во на N:

$$\frac{\frac{N(N-1)}{2}}{N} = \frac{\cancel{N}(N-1)}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{N}} = \frac{N-1}{2}.$$

Ясно, что кол-во подарков выражается натуральным числом, => оно является таковым при нечетных зн-ях N.

2). Докажем, что такой расклад невозможен.
Р-рим человека с наибольшим кол-вом подарков.
У него оно равно N, но эти N подарков нужно раздать $N-1$ человек, что невозможно

Ответ: при нечетных $N > 1$.

№1

Вручную посчитаем все треугольники. Их 670

Ответ: 670.