

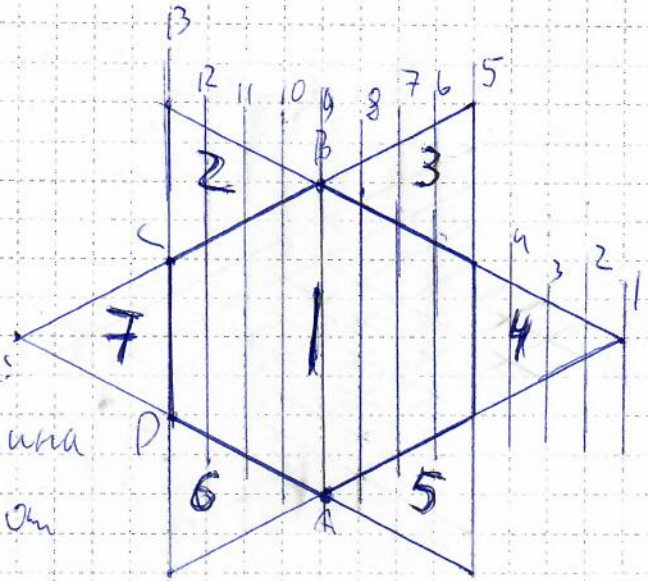
Задача n1

Ответ: 688

Решение: Поймем, что существует 2 типа треугольников, которые входят в эту картинку:

1 те, у которых 3 вершины находятся справа от вертикальной стороны, назовем их **правыми** (очевидно у каждого треугольника их картинке всего вертикальная сторона.)

2 те, у которых 3-я вершина находится слева от ~~стороны~~ вертикальной стороны, будем называть их **левыми**.
 Поймем, что **правый** и **левый** треугольники **паровы**, так как наш рисунок **симметричен** относительно прямой AB (на рисунке выше) и при такой симметрии каждый **левый** очевидно переходит в свой **правый**, и наоборот, значит их **паровы**.



Задача 11 (продолжение)

Давайте подсчитать кол-во правых треугольников на картинке. Вершиной треугольника будем называть только вершину, не принадлежащую вертикальной стороне, поймем, что вершины правых треугольников могут находиться внутри или на границе. И к ч. Обозначим на рисунке так как во стандартном обозначении тем какой либо прямой с нулевым наклоном для каждой вершины на картинке. Пронумеруем все вертикальные линии на картинке на которой пятим жембы 1 вершина из обозначенной области от 1 до 12 как на рисунке не сложно убедиться в том, что для каждой вершины на i -ой линии 13-й вариант выбора функции стороны правого треугольника вершиной которого она и будет, тогда подсчитаем кол-во вершин на каждой линии:

Задача n1 (прямое)

n	линии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
кон-во	вершин	1	2	3	4	5	6	7	8	9	8	7	6

Откуда найдем, что правых треугольников
 $1 \cdot 12 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 4 +$
 $+ 8 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 12 + 22 + 30 + 36 + 40 + 42 +$
 $+ 42 + 40 + 36 + 24 + 14 + 6 = 344$

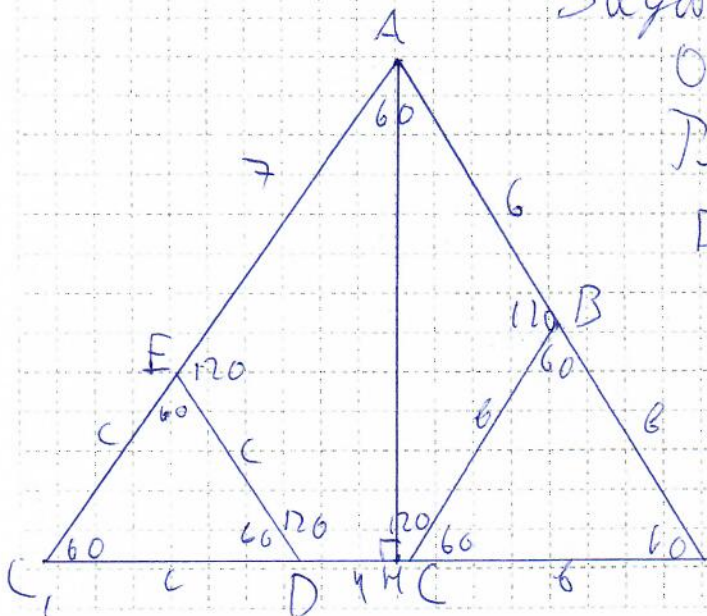
и если это число мы умножим на
 2, то получим кон-во треугольников
 вообще так как левых и правых
 поровну, значит всего треугольников
 $344 \cdot 2 = 688$

Задача n2

Ответ: $AN = \sqrt{60,75}$

Решение: Проведем AB и
 DC, AE и CD до
 пересечения в точках

B_1 и C_1 , так как
 по условию $\angle B = \angle C = \angle D =$
 $\angle B_1 = \angle C_1$, а $\angle A = 60$,



Задача №2 (продолжение)

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120^\circ$, тогда очевидно
 $\angle B_1 = \angle C_1 = 60^\circ = \angle A$, тогда $\triangle AB_1C_1$ - равносторон-
 ный, и $\triangle C_1ED$ и $\triangle CB_1B_1$ тоже,
 тогда пусть $BB_1 = CB_1 = b$ и
 $C_1E = C_1D = c$, тогда $C_1E + EA =$
 $= C_1D + DC + CB_1$, так как $EA = DC = c$:
 $c + 7 = c + c + b$, откуда $b = 3$, аналогично
 $C_1D + DC + CB_1 = BB_1 + BA$
 $c + c + b = b + b$, откуда $c = 2$, тогда
 $AB_1 = 9$, и так как $\triangle AB_1C_1$ равносто-
 ронний $B_1H = \frac{C_1B_1}{2} = 4,5$, тогда по
 п. Пифагора $B_1H = \sqrt{AB_1^2 - HB_1^2} = \sqrt{81 - 20,25} =$
 $= \sqrt{60,75}$, что и требовалось найти.
 Расположение точек именно такое, так
 как $ABCDE$ - выпуклый.

Задача 3

Ответ: 1, или неизвестно, так как показать
 Решение: ~~невозможно~~ ^{точно} ~~указать~~ ^{формулу} ~~нельзя~~
 Пусть $12x \geq 0$, так
 как мы можем взять корни из
 x и $1-x$, далее рассмотрим
 2 случая:

4

указано

Задача 13 (продолженная)

1) * $y \geq 0$, тогда $y + \sqrt{x} \geq 0$, тогда
 $y - x^2 \leq 0$, так как $y + \sqrt{x} \geq 0, \sqrt{1-x} \geq 0$,
а произведение всех ≤ 0 , значит
 $y \leq x^2$, тогда нам подойдут все
точки с координатами y на или выше Ox и
координатами x на или ниже
графика функции $y = x^2$, при
 $1 \geq x \geq 0$, так как в этом случае
 $y + \sqrt{x} \geq 0, \sqrt{1-x} \geq 0, y - x^2 \leq 0$, и их
произведение будет ≤ 0 .

2)* $y \leq 0$, тогда $y - x^2 \leq 0$, тогда
 $y + \sqrt{x} \geq 0$, так как в произвольном
 случае произведение будет больше 0,
 значит $y \geq -\sqrt{x}$, а так как $y \leq 0$,
 $y^2 \leq x$, тогда найдем, что нам
 нужно? все точки ~~на~~^{на} оси OX,
 но выше или на графике функции
 $y^2 = x$ при $x \geq 0$ и $y \leq 0$, то
 найдем, что Тогда найдем, что
~~график~~ График указан
 функцией ~~на~~ на указанном отрезке
 он равен нулю поворота на 90° , ~~просто~~

но тогда так как на 1 графике
сетки точка $(1, 1)$, а на втором
 $(1, -1)$, а так же оба проходят
через $(0, 0)$, площадь треуголь-
ника или очевидно равна 1.

* за исключением крайних случаев
при которых основное неравенство
неверно, но тогда поймем, что
при $x = 1$ ~~или $x = 0$~~ y может быть любым,
но площадь прямой не становится
уменьш? , а при остальных
 y находится в определенных выше
пределах.

Задача 14

Ответ: при всех натуральных n

Решение: Поймем, что максимум
каждый шаг будет $n-1$ ударок, а
минимум 0, и так как все
ходы будут разбиты на число ударков
написав ходы которые были 0, 1,
 $n-1$ ударок, тогда всего ударов

Задача (продолжение)

$\frac{n(n-1)}{2}$ поцарков, пусть каждый поцарки
 к поцарков, тогда всего поцарки
 поцарки и поцарков, очевидно
 как-то поцарки и поцарки поцарков
 поцарки и $\frac{n(n-1)}{2} = kn \Rightarrow k = \frac{n-1}{2}$,
 очевидно к целое, тогда $n-1 : 2$ и
 и четное. Теперь укажем, что
 при подобном четном $n > 1$ поцарки
 можно так сделать, пронумеруем
 всех поцарки от 0 до $n-1$, и
 скажем, что i -ый человек царил
 1 поцарков, после объединения всех
 в пары i -ый с $n-i$ -ым, кроме 0-ого,
 где каждая пара суммарно поцарки
 и поцарков, очевидно можно
 сделать так, чтобы каждая пара
 поцарки которую поцарки, так
 как каждый человек из пары поцарки
 поцарки 1 поцарков, тогда все
 очевидно поцарки поцарков как-то
 поцарков.

Задача 5

Ответ: 8

Решение: ~~Поймем, что расстояние от куба натурального числа n до ближайшего куба натурального числа поменьше $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$, и это точно больше не больше~~

Поймем, что не увеличивая кубовых чисел больше чем на 21 так как иначе после прибавления к n^3 ~~$13n - 273$~~ мы получим куб, отличный от n , так как $n > 21$, но расстояние от n^3 до ближайшего куба очевидно равно $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$, и это точно больше не больше чем $13n - 273$, значит

$$3n^2 - 3n + 1 \leq 13n - 273$$

$$3n^2 - 16n + 274 \leq 0$$

Это парабола ветвями вверх с дискриминантом очевидно < 0 , значит после прибавления $13n - 273$ к n^3 при $n > 21$ мы не сможем получить куб, 21 очевидно кубовое

Задание №3

число так как $21^3 + 13 \cdot 21 - 273 = 21^3$,
 несложно убедиться, что кубом
 числа 21 не является натуральное
 число.