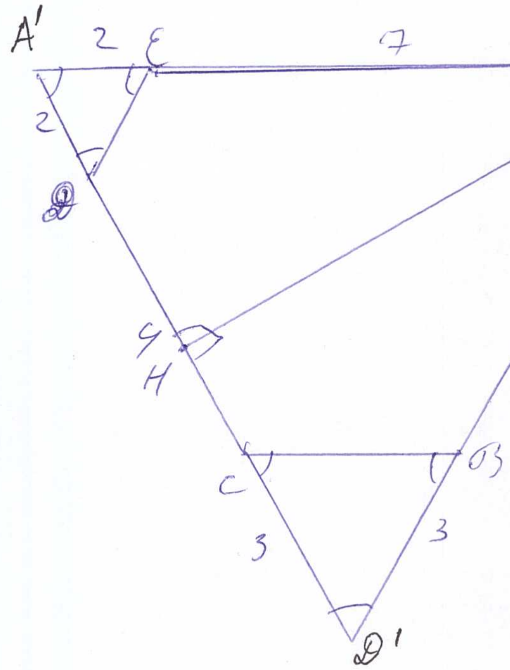
N2.



1) Т.к. сумма углов пятиугольника равна 540° => остальные углы по $\frac{540°-60°}{4}=120°$ => внешние к ним по 60°. A' - пересечение ДС и EA, а Д' пересечение ДС и AB. т.к. $\angle A'EД=\angle A'ДE=\angle Д'CB=\angle Д'BC=60°$ => $\triangle A'ДE$ и $\triangle CД'B$ равносторонние.

2) Пусть $A'E=y$, а $BД'=x$, то т.к $\triangle A'AД'$ - равносторонний $7+y=4+x+y$ => $x=3$ и $4+2+y=6+x$ => $y=2$

3) AH - высота в $\triangle A'AД'$ => $A'H=HД'$, т.к. $\triangle A'AД'$ - равносторонний => $AH^2=9^2-4{,}5^2=81-\frac{81}{4}=\frac{9^2\cdot 3}{4}$ => $AH=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

N3.

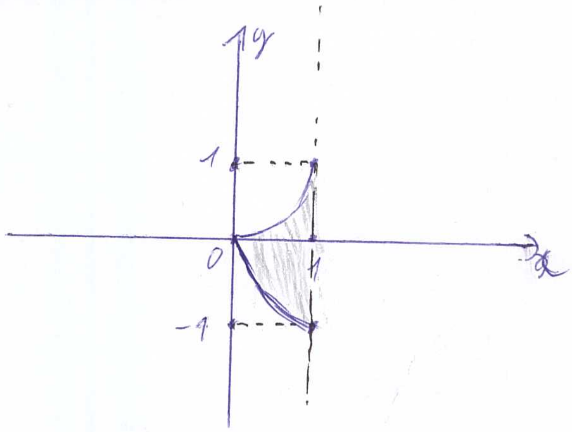
$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x}\le 0$

1) $x\ge 0$, т.к. стоит под корнем

2) $1-x\ge 0$ => $x\le 1$, т.к. стоят под корнем.

3) $\sqrt{1-x}\ge 0$ => $(y+\sqrt{x})(y-x^2)\le 0$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y+\sqrt{x}\le 0\\ y-x^2\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}y+\sqrt{x}\ge 0\\ y-x^2\le 0\end{cases}\end{array}\right.$ и $x\ge 0$, $x\le 1$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y\le-\sqrt{x}\\ y\ge x^2\end{cases} \Rightarrow x=y=0\\ \begin{cases}y\ge-\sqrt{x}\\ y\le x^2\end{cases} \Rightarrow y\in[-\sqrt{x};x^2]\end{array}\right.$



Т.к. $x \in [0;1] \Rightarrow y$ в I и IV четвертях, при том
y в I четверти $= x^2$, а в IV равен $-\sqrt{x}$.
В IV четверти $x = y^2 \Rightarrow$ часть вне графика = части внутри графика в I четверти [на отрезке $x \in [0;1]$
Следовательно $S = S$ квадрата со стороной 1. $= 1$
Ответ: 1.

№5.

$n^3+13n-273 = n^3+13(n-21)$

1) Пусть $n > 21$, то $n^3+13(n-21) = a^3$

$a^3 - n^3 = 13(n-21)$

$(a-n)(a^2+an+n^2) = 13(n-21)$

$n-21 > 0 \Rightarrow a > n \Rightarrow a^2+an+n^2 > 3n^2$, но

$3n^2 = 13n - 273$ $\varnothing$, т.к. $D = 169 - 3\cdot 4\cdot 273$, что $< 0 \Rightarrow$

$n \le 21$

2) Если $n = 21$, то $a = 21$.

Пусть $n < 21$. Т.к. $a \in N \Rightarrow n^3+13n-273 \geq 0$

$n \geq 6$, т.к. $125+75 < 273$, а

при $n=6$ $294 > 273 \Rightarrow n \geq 6$. Пусть $S = n^3+13n-273$

$n=6$ $S=21$

$n=7$ $S=161$

$n=8$ $S=343=7^3$

$n=9$ $S=573$

$n=10$ $S=857$

$n=11$ $S=1201$

$n=12$ $S=1611$

$n=13$ $S=2093$

но разность между соседними кубами растет, а $13(21-n)$ уменьшается $\Rightarrow n=8$ и $n=21$

Ответ: 29

№4

Всего детей N, подарков они могут дарить: $0, 1, \dots, N-1$.
Всего N вариантов $\Rightarrow$ подаренных подарков всегда $\frac{N(N-1)}{2}$ $\Rightarrow$ $\forall$ ребёнок получит $\frac{N(N-1)}{2N} = \frac{N-1}{2}$ подарка и $\frac{N-1}{2}$ – целое $\Rightarrow$ N – нечетное.

Пример: 1-ый подарит всем, N-ый никому, человек ~~который стоит на~~ под номером k дарит $n-k$-ому и тем, кому ~~он не~~ $n-k$-ый не подарил.

Ответ: при любом нечетном $N > 1$.