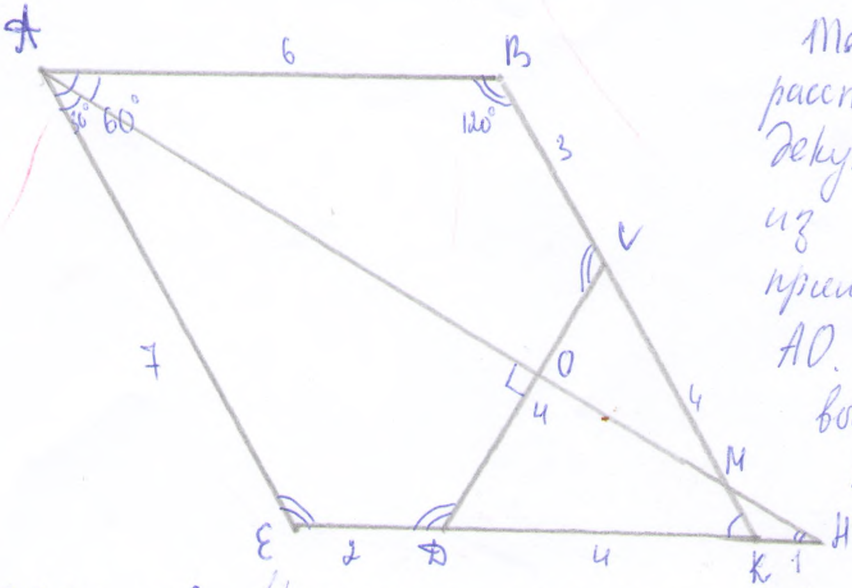
2.



Так как кратчайшее расстояние – это перпендикуляр, то опустили из точки А на прямую СD перпендикуляр АО. Так как ABCDE – выпуклый пятиугольник, то, исходя из условия, $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = 120°$. Продлим стороны ВС и ЕD до пересечения в точке К. Рассмотрим четырёхугольник ABKE. $\angle BKE = 60°$. Так как $\angle ABK = 120°$ и $\angle BKE = 60°$, то $AB \parallel EK$. А так как $\angle BAE = 60°$ и $\angle AEK = 120°$, то $AE \parallel BK$. Следовательно, ABKE – параллелограмм. Рассмотрим $\triangle DCK$. По свойству смежных углов, $\angle DCK = 60°$ и $\angle CDK = 60°$. Тогда $\triangle CKD$ – равносторонний. Следовательно, $KC = CD = DK = 4$. Продлим перпендикуляр АО до пересечения с прямой ЕК в точке Н. Найдём $\angle OAB$, (так как ABCO – выпуклый четырёхугольник) $360° - 120° - 120° - 90° = 30°$. Тогда АН – биссектриса. Тогда, по свойству параллельных прямых, $\angle AHE = \angle BAH = 30°$. Следовательно, $\triangle AEH$ – равнобедренный. ~~(Так как)~~ Так как ABKE – параллелограмм, то $EH = AE = 7$. По теореме косинусов $AH = \sqrt{7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{3 \cdot 49} = 7\sqrt{3}$. Рассмотрим $\triangle DOH$. Так как ABKE – параллелограмм, то $AK = 6$. $ED = EK - DK = 6 - 4 = 2$. Тогда $DH = 7 - 2 = 5$. Так как $\angle OHD = 30°$, то $OD = \frac{1}{2} DH = 2{,}5$. Тогда, по теореме Пифагора, $CH = \sqrt{25 - 6{,}25} = \sqrt{18{,}75} = \sqrt{18\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Тогда $AO = AH - OH = \cancel{445} = 7\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{14\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

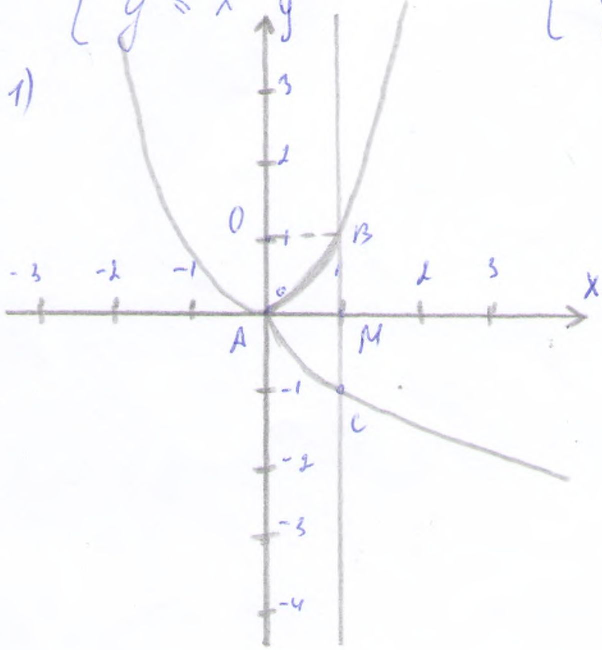
Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

3. Рассмотрим выражения $(y+\sqrt{x})$ и $\sqrt{1-x}$.
В первом выражении $x \geq 0$, а во втором $x \leq 1$.
Следовательно $x \in [0; 1]$.
Рассмотрим системы:

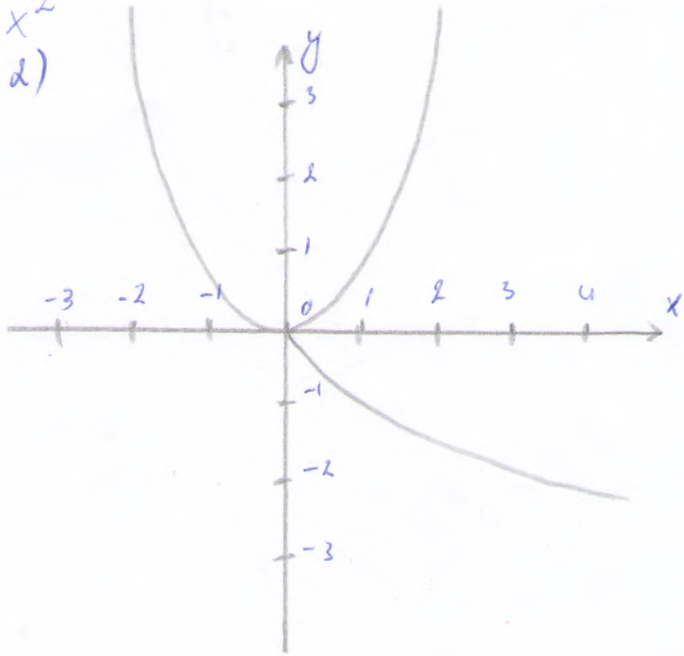
1) $\begin{cases} y+\sqrt{x} \geq 0 \\ y - x^2 \leq 0 \end{cases}$ или 2) $\begin{cases} y+\sqrt{x} \leq 0 \\ y - x^2 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq -\sqrt{x} \\ y \leq x^2 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} y \leq -\sqrt{x} \\ y \geq x^2 \end{cases}$

1)



2)

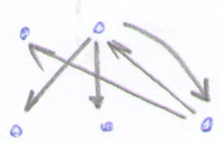


Так как вторая система не имеет решения, то решением является первая система.
Рассмотрим (~~четырехугольник~~ фигуру) AMC. Она равна AOB.
Следовательно $S_{ABC} = S_{AOBM}$. Тогда $S_{ABC} = 1$.
Ответ: 1.

4. Соответствие условию возможно тогда, когда N - нечётное и $N > 3$. Например, когда $N = 7$; $N = 5$

1)

2)



1. Подсчитаем количество маленьких треугольников:
4·4·6+4·6=120. Добавили два больших треугольника.
Также добавим треугольники, образованные поперечными линиями: 64+24=88. Подсчитаем, сколько треугольников, состоящих из четырёх маленьких треугольников, на рисунке справа: 90.
Всего треугольников: 120+88+2+90=300.
Ответ: 300 треугольников.

5. Единственное число, подходящее по условию, - число 8.
Тогда сумма кубовых чисел равна 8.
Ответ: 8.