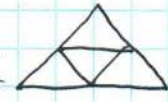


Задача 1

Положим треугольники на чурках, рассматривая как-бы разрез. Запишем:

 - состоит из одного разреза, а  состоит из двух разрезов. Всего 12 чурок

одноязычных - 120

двухязычных - 114

3-язычных - 704

4-язычных - 90

5-язычных - 72

6-язычных - 56

7-язычных - 42

8-язычных - 30

9-язычных - 20

10-язычных - 12

11-язычных - 6

12-язычных - 2

В сумме 668 треугольников Ответ: 668

угол 30° . Значит $BH_1 = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$

$$AH_1 = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$ABFE$ - параллелограмм. Обозначим точку пересечения диагоналей AH и стороны BF

H_2 . ABH_2 - равнобедренный треугольник. Биссектриса отсекает от параллелограмма равнобедренный треугольник

$\triangle DCF$ - равнобедренный т.к. $\angle CDF =$
 $= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ и $\angle DCF = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Значит $DC = DF = CF = 4$

$$CH_2 = 4 - 1 = 3$$

$$BC = 7 - 3 - 1 = 3$$

$\triangle BH_1H_2 \sim \triangle CH_2H_2$ по двум углам
попарно подобия $\frac{1}{2}$. Значит

$$H_1H = HH_2 = \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \sqrt{6,75} = 1,5\sqrt{3}$$

$$AH = AH_1 + H_1H = 1,5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4,5\sqrt{3}$$

Ответ: $4,5\sqrt{3}$.

Задча 3.

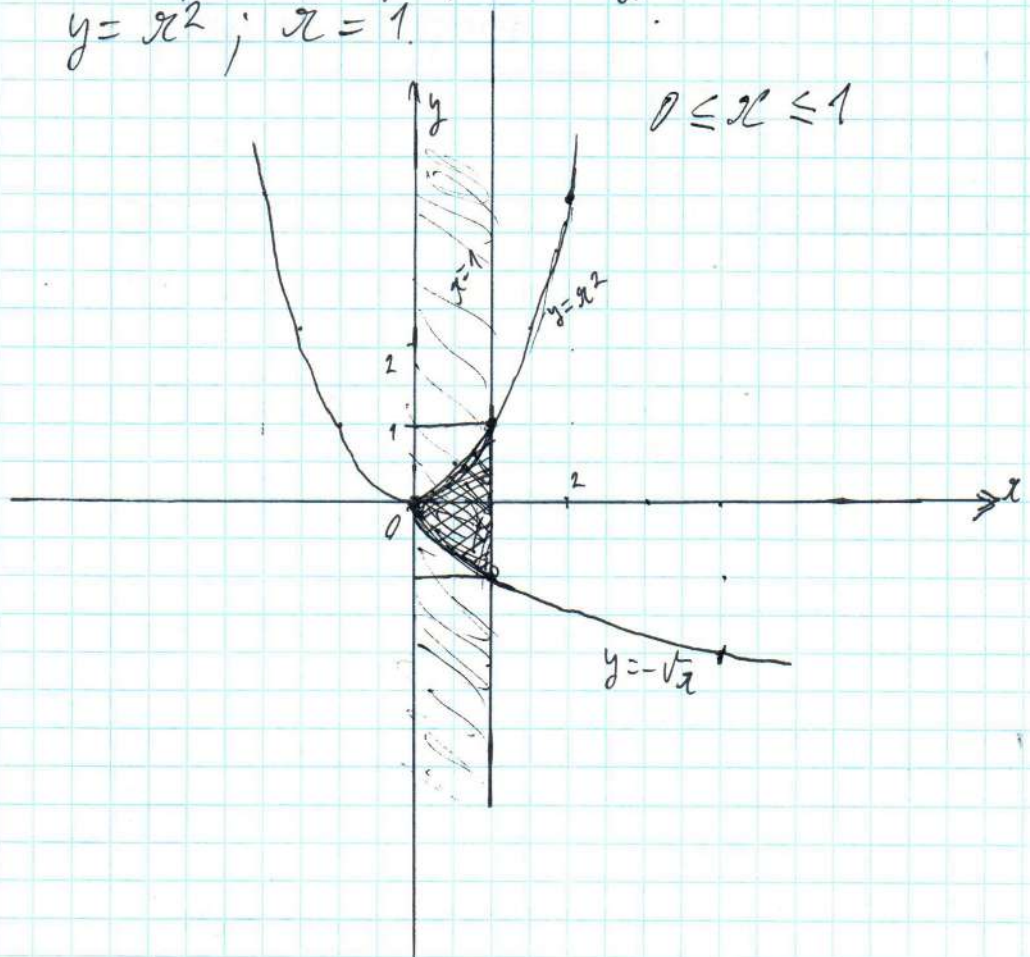
$$(y + \sqrt{x})(y - x^2)\sqrt{1-x} \leq 0$$

~~$(0 \leq x \leq 1)$~~

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Базисные графики уравнений: $y = -\sqrt{x}$;
 $y = x^2$; $x = 1$.



Рассмотрим участок $0 \leq x \leq 1$. Он разделен на 3 части. Часть формулы какой знак примет наше неравенство в верней точке. Для этого возьмем крайнюю точку $(0,5; 1)$.

$$(1 + \sqrt{0,5}) (1 - 0,5^2) \sqrt{1 - 0,5} \geq 0$$

Не будет входить.

Теперь рассмотрим часть, которая записана в ~~примечании~~ между тремя скобками.

Возьмем точку $(0,5; 0)$

$$(0 + \sqrt{0,5}) (0 - 0,5^2) \sqrt{1 - 0,5} \leq 0$$

Эта часть подходит.

И наконец рассмотрим нижнюю часть.
Точка $(0,5; -1)$

$$(-1 + \sqrt{0,5}) (-1 - 0,5^2) \sqrt{1 - 0,5} \geq 0.$$

Тогда не подходит. Значит у нас будет только та часть, которая находится в промежутке заключенном "между" параболы.

Можно заметить что графики $y=x^2$ и $y=\sqrt{x}$ взаимно обратные и области заключенные в промежутке этих графиков равны площади квадрата со стороной 1, т.е. $S=1$, т.к. эти графики $\forall$ ось имеют $\times$ вид параболы.

ответ: 1

Задача 4

Все дети дарят разное кол-во подарков. Всего N детей. Значит сумма всех подарков: $(N-1) + (N-2) + \dots + (N-N) =$
$$= \frac{N \cdot (N-1)}{2}$$

Все дети получили равную подарков.

Пусть каждый участник x поздравит
всего $N - x$ участников

$$N - x = \frac{N \cdot (N - 1)}{2}; \quad x = \frac{N - 1}{2} \quad N \neq 1$$

$(N - 1)$ делится на 2 т.к. деление
можно получить дробное кол-во
поздравов.

Значит N - четное

Для $N = 3$

	1	2	3
1	x	п	п
2	п	x	-
3	-	-	x

Первый дарит второму и третьему,
второй первому,
третий никому не дарит.

Для $N = 5$

	1	2	3	4	5
1	x	п	п	п	п
2	п	x	п	п	-
3	п	п	x	-	-
4	-	-	-	x	п
5	-	-	-	-	x

Выводим по 2 поздраву
каждому.

Невозможно при N -нечетное возмозно
такое распределение подарков, не против-
речащее условию.

ответ: N - четное. $N = 2n+1; n \geq 2$
 $n \in \mathbb{N}$ (множество натуральных чисел).

Задача 5.

$$n^3 + 13n - 273 = k^3$$

k - натуральное

n - натуральное
(по условию)

$$n^3 + 13n - 2 \cdot 13 = k^3$$

$$n^3 + 13(n - 21) = k^3$$

$$n^3 - k^3 = 13(21 - n)$$

$$n^3 + 13n - 273 \geq 1$$

$$n^3 + 13n \geq 274$$

$$\text{Если } n=5, \text{ то } 5^3 + 13 \cdot 5 < 274$$

$$\text{Если } n=6, \text{ то } 6^3 + 13 \cdot 6 \geq 274$$

Неравенство выполняется для $n \geq 6$

$$n \geq k; 13 \cdot (21 - n) \geq 0$$

$$21 - n \geq 0$$

$$n \leq 21$$

$$6 \leq n \leq 21$$

$$n^3 + 13n - 2 \neq 3 = n(n^2 + 13) - 2 \neq 3.$$

~~при $n=6$~~ Перебираем все натуральные числа от 6 до 21 включительно.

Будем брать значения для $n=8$ и $n=21$

$$n=8; 8(64+13)-2 \neq 3 = 7^3$$

$$n=21; 21(441+13)-2 \neq 3 = 21^3$$

$$8 + 21 = 29$$

ответ: 29.