

Задача 1.

$$N = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 16 + 12 + 6 + 2 = 24 + 96 + 18 = 138 \text{ треугольников}$$

сначала считаем кол-во маленьких треугольников в
 боковых боковых (6-4), затем кол-во маленьких в центре
 или шестиугольнике (16-6), затем боковых (12), потом
 из 4-х боковых (6), затем из 8-ми (2).

Задача 3.

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2)\sqrt{1-x} \leq 0$$

$$\text{ОДЗ: } 0 \leq x \leq 1$$

$$\sqrt{1-x} \geq 0$$

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \leq 0$$

$$1) \begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq -\sqrt{x} \end{cases} \quad (\text{штрихованно})$$

$$2) \begin{cases} y < x^2 \\ y > -\sqrt{x} \end{cases} \quad (\text{штрихованно})$$

\Rightarrow AOB - фигура, содержащая некоторое множество точек

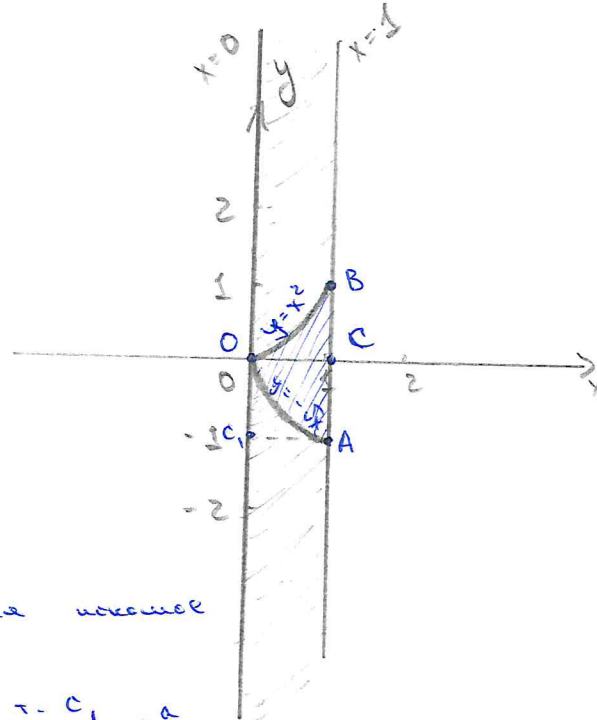
Если т. С перенести в т. С₁, а

т. В в т. О, то т. О перейдет в т. А

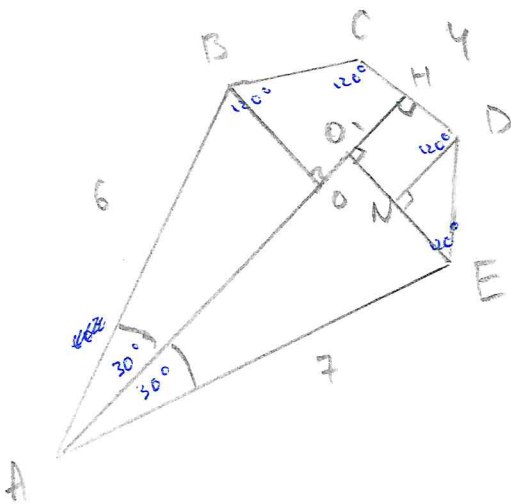
(BCO совпадает с OC₁A)

$$\Rightarrow S_{AOB} = S_{AC_1OB} = |1-0| \cdot |-1-0| = 1-1 = 1$$

Ответ: площадь равна 1



Задача 2.



$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{360^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ$$

AH \perp CD

$$\Rightarrow \angle BAH = 360^\circ - 2 \cdot 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ = \angle EAH$$

BO \perp AH EO \perp AH DN \perp EO

$$BO = AB \cdot \sin 30^\circ = 3$$

$$EO = AE \cdot \sin 30^\circ = 3,5$$

$$AO = \sqrt{AE^2 - EO^2} = \sqrt{49 - \frac{49}{4}} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$NE = EO - DH = 3,5 - 2 = 1,5$$

$$\angle NDE = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow DE = 1,5 \cdot 2 = 2NE = 3$$

$$\Rightarrow DN = \sqrt{DE^2 - NE^2} = \sqrt{9 - \frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0,4$$

$$AH = AO + 0,4 = \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

Задача

1.

стр. 2

Посчитаем стороны	кол-во	всех	треугольников	ко	увеличения
сторона		кол-во			
1		120			
2		114			
3		104			
4		90			
5		72			
6		56			
7		42			
8		30			
9		20			
10		12			
11		6			
12		2			

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= 120 + 114 + 104 + 90 + 72 + 56 + 42 + 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = \\ &= 234 + 194 + 128 + 72 + 32 + 8 = 234 + 194 + 240 = \\ &= 428 + 240 = 668 \\ \text{Ответ: } &668 \end{aligned}$$

Задача

4.

кол-во подарков равно $n-1$
 \Rightarrow сумма всех равна $S = \frac{n(n-1)}{2}$
 $S \leq n$, т.к. кол-во детей равно n
 $\Rightarrow n-1 \leq 2$
 $\Rightarrow n - \text{нечётное}$

Пример:

$$n = 3$$

дети:



дети

кол-во подаренных подарков

кол-во подарков в конце

1	1	1
2	0	1
3	2	1

ответ: при $n \neq 2$

Задача

5.

$$n^3 + 13n - 273 = n^3 + 13(n-21) = x^3 \quad x \in \mathbb{N}$$

Пусть $n > 21 \Rightarrow 13(n-21) > 0$

$$\Rightarrow n^3 + 13(n-21) > n^3$$

$$(n+2)^3 = n^3 + 6n^2 + 12n + 8 > n^3 + 13n - 273$$

$$\Rightarrow n^3 + 13n - 273 = (n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

$$\Rightarrow -3n^2 + 10n - 274 = 0$$

$$D < 0 \Rightarrow n \in \emptyset$$

$$\Rightarrow n \leq 21$$

исходительнее

$n = 21$	$21^3 + 13(21-21) = 21^3$	- не подходит	
$n = 20$	$20^3 + 13(20-21) = \cancel{20^3} - 13 = 20^3 - 13$	- не подходит	
$n = 19$	$19^3 - 2 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 18$	$18^3 - 3 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 17$	$17^3 - 4 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 16$	$16^3 - 5 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 15$	$15^3 - 6 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 14$	$14^3 - 7 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 13$	$13^3 - 8 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 12$	$12^3 - 9 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 11$	$11^3 - 10 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 10$	$10^3 - 11 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 9$	$9^3 - 12 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 8$	$8^3 - 13 \cdot 13 = 512 - 169 = 343 = 7^3$	- подходит	
$n = 7$	$7^3 - 14 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 6$	$6^3 - 15 \cdot 13$	- не подходит	
$n = 5$	$5^3 - 16 \cdot 13 < 0$		

$\Rightarrow n \leq 5$ - не подходит

$\Rightarrow n = 21$ и $n = 8$ удовлетворяют условию

$\Rightarrow S = 21 + 8 = 29$

Ответ: 29