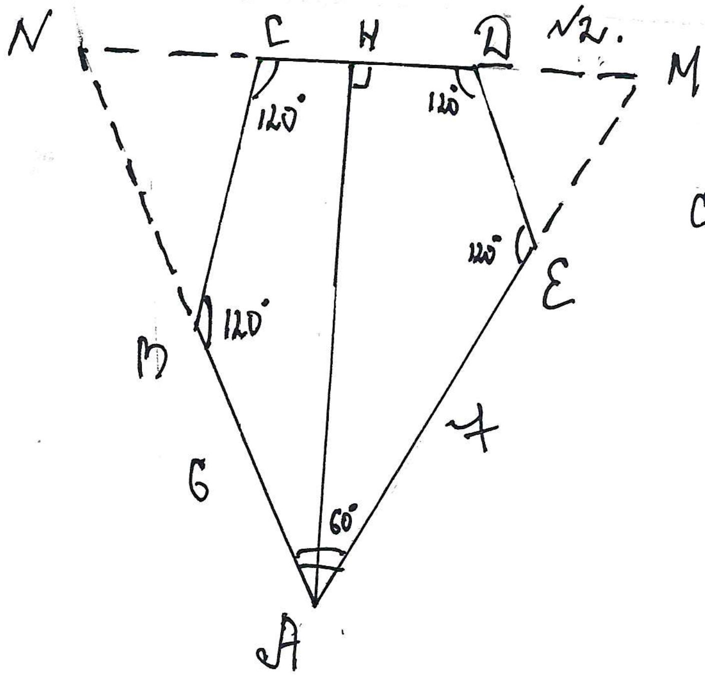
№2.



Дано: ABCDE-пятиуг., $\angle A=60^\circ$, $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E$, $AB=6$, $CD=4$, $EA=7$.

Найти: AH (высота)

Решение:

1) Сумма углов в 5-тиугольнике: $\cancel{180}$ $180^\circ(5-\cancel{2})=180\cdot 3=540^\circ$.

2) Т.к. $\angle A=60^\circ$, а $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E$, то $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\frac{540^\circ-60^\circ}{4}=120^\circ$.

3) Достроим до $\triangle ANM$. Т.к. $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=120^\circ$, то $\angle CBN = \angle BCN = \angle MED = \angle MDE = 180^\circ-120^\circ$ (смежные) $=60^\circ$. Получились равнобедренные $\triangle$ с углами 60° => они равносторонние => $BC = BN = NC = x$ и $DM = ME = DE = y$.

4) Т.к. $\angle N=60^\circ$, $\angle A=60^\circ$, $\angle M=60^\circ$, то $\triangle ANM$ - равносторонний => $AN=NM=MA$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x+4+\cancel{y}=\cancel{y}+7 \\ \cancel{x}+4+y=\cancel{x}+6 \end{cases};\quad \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

5) $MA=y+7=9$, $\angle M=60^\circ$ => $\cancel{\cos}\ \sin M=\frac{AH}{MA}$ => $AH=\sin M\cdot MA=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 9=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

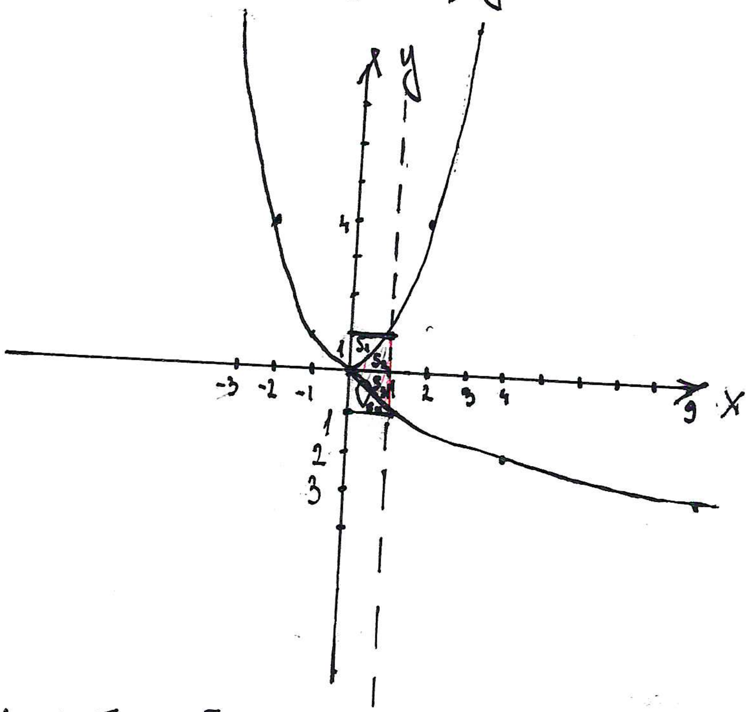
Ответ: $\cancel{9\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

№3.

$$(y+\sqrt{x})(y-x^2)(\underbrace{\sqrt{1-x}}_{\geq 0})\leq 0$$

$$\begin{cases} x\geq 0 \\ 1-x\geq 0 \end{cases};\quad \begin{cases} x\geq 0 \\ x\leq 1 \end{cases} \Rightarrow 0\leq x\leq 1$$

Построим график $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$



Т.к. $x \in [0;1]$, то между двумя графиками нужно взять ту часть, которая удовлетворяет этому условию.(она помечена красным цветом)

~~Площадь этого треугольника нужно найти, $S=\frac{1}{2}a h_a$~~

~~$a=1+1=2$, $h_a=1 \Rightarrow S=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=1$~~

$S_1=S_3$, $S_2=S_4$

$S_{общ.}=S_2+S_3=S_1+S_2$. квадрат со стороной 1

$S_{кв}=a^2=1^2=1$

Ответ: 1.

№5.

$n^3+13n-273=x^3$

1) Пусть $\cancel{n^3+}\,13n-273=0 \Rightarrow n^3=x^3$

$13n=273 \Rightarrow n=21$

2) при $n=8$ $\quad 8^3+13\cdot 8-273=512+104-273=343=7^3$

Сумма: $21+8=29$

Ответ: 29.

№4.

Всего n детей. Пусть они дарили подарки от 0 до $n-1$, тогда k - кол-во подарков, которое получил каждый человек (это целое, натуральное число). Получаем уравнение:

$kn = S$ S - сумма подарков от 0 до $n-1$.

$k = \frac{S}{n}$

~~1) Если n - четное число, то S - нечетное (т.к. мы считаем до $n-1$) => $k = \frac{нечет}{чет}$ => k - не целое число => не подходит.~~

~~2) Если n - нечетное число, то S - нечетное или четное (если $n=3,7,11,\dots$ - нечет., если $n=5,9,13,\dots$ - чет) => если $n=3,7,11,\dots$, то $k=$~~

Кол-во подарков от 0 до $n-1$ - арифметическая прогрессия с $a_1=0$, $d=1$, $a_n=n-1$.

$S_n = \frac{a_1+a_n}{2}\cdot n = \frac{0+n-1}{2}\cdot n = \frac{n^2-n}{2}$ $k = \frac{S}{n} = \frac{\frac{n^2-n}{2}}{n} = \frac{\cancel{n}(n-1)}{2\cancel{n}} = \frac{n-1}{2}$

1) Если n - четное число, то $n-1$ - нечет. => $k = \frac{нечет}{2}$ — не целое число => не подходит

2) Если n - нечетное число, то $n-1$ - четное => $k = \frac{чет}{2}$ => подходит.

Покажу последовательность действий:

1) подарил $n-1$ подарков
$\underbrace{0\ 1\ 1\ 1\ 1\ \dots\ 1}_{n \text{ человек}}$

2) подарил $n-2$ подарков
$\underbrace{1\ 1\ 2\ 2\ 2\ \dots\ 2}_{n \text{ человек}}$

3) подарил $n-3$ подарков
$\underbrace{2\ 2\ 2\ 3\ 3\ \dots\ 3\ 2\ 2}_{n \text{ человек.}}$

$n-2$) подарил $n-n+2$ подарков
$\underbrace{k-1\ \ k-1\ \ k-1\ \dots\ k\ \ k}_{n \text{ человек}}$

$n-1$) подарил $n-n+1$ подарков
$\underbrace{k-1\ \ k\ \ k\ \ k\ \dots\ k}_{n \text{ человек}}$

На n раз никто ничего не дарил.