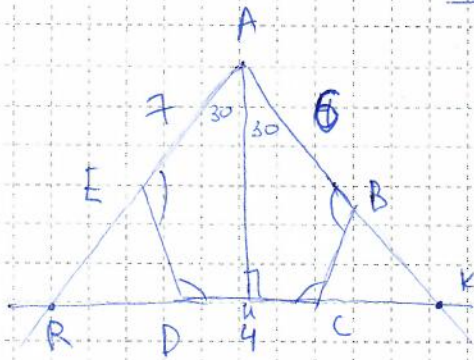


N 2.



Дано: $\angle A = 60^\circ$,
 $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$,
 $AB = 6, CD = 4, EA = 7$.

Найти: $AI = ?$

Решение:

- ① продолжим прямую AB и прямую DC до пересечения.
- ② продолжим прямую AE и прямую CD до пересечения R.
- ③

$$\angle HAB = 30^\circ, \text{ т.к. } \square ABCD: \angle B = \angle C = \frac{360^\circ - 60^\circ}{2} = 120^\circ,$$

$$\angle H = 90^\circ \Rightarrow \angle HAB = 360^\circ - 120^\circ - 2 \cdot 90^\circ = 30^\circ$$

$\Rightarrow$
 AI - высота и биссектриса $\Rightarrow \triangle RAK$ -
 равнобедренный $\Rightarrow \angle R = \angle K = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle RAK$ - равносторонний
 (т.к. $\angle A = \angle R = \angle K$)

$\Rightarrow$
 $RA = AK = RK$ (пусть $BK = x, RE = y$)
 $\angle RED = 180^\circ - \angle AED = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,
 аналогично для $\angle RDE, \angle CBK, \angle BCK. \Rightarrow$
 $RE = RD, CK = BK$, тогда

$$7 + y = 6 + x = 4 + x + y \Rightarrow y = 2, x = 3.$$

$$AR = 9$$

AI - медиана высота в равностор. $\Delta \Rightarrow$
 медиана $\Rightarrow IK = RI = 4,5$.

$$AI = \sqrt{AK^2 - IK^2} \text{ (по т. Пифагора)}$$

$$AI = \sqrt{9^2 - 4,5^2} = 4,5\sqrt{3}$$

Ответ: $AI = 4,5\sqrt{3}$

N 4.

Результаты, шок

Заметим, что если детей N , то максимальное кол-во подарков, которые мог подарить ребенок - это $N-1$, а минимально 0.
 От 0 до $N-1$ всего N чисел $\Rightarrow$ Если взять любое число от 0 до $N-1$, то можно найти ребенка, который подарит это число подарков.

Предположим, что N - четное, тогда посчитаем сколько все дети подарили подарков - это будет

$$N \cdot \frac{N-1}{2} = \frac{N^2 - N}{2}$$

Тогда каждый ребенок получит по $\frac{N^2 - N}{2} : N$ подарков.

Разделим $N^2 - N : N$, а потом на 2 $\Rightarrow \frac{N-1}{2}$ должно быть целое число, но мы получили предположили N - четное число $\rightarrow N-1 \neq 2 \Rightarrow \frac{N-1}{2}$ - не целое число - N не может быть четное число.

Если N - нечетное, тогда все подарков $\frac{N^2 - N}{2}$, каждый получил $\frac{N-1}{2}$.

Пример на N - нечетное:

Расставим детей в линию от 1 до $N-1$, а N ребенка поставим по середине.

У 1 до $N-1$ ребенка их номер будет означать сколько они подарили подарков, а N ребенок, который стоит по середине подарил 0 подарков.

1, 2, 3, ..., $\frac{N-1}{2}$, N , $\frac{N+1}{2}$, ..., $N-1$

1 ребенок подарит подарок $N-1$, а $N-1$ подарит подарки всем, кроме себя.

2 ребенок подарит подарки всем $N-2$ и $N-1$, а $N-2$ подарит подарки всем слева от себя.

3 ребенок все - $N-3$... $N-1$; $N-3$ всем слева.

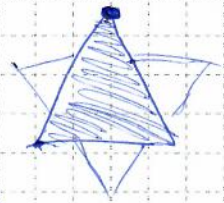
$\frac{N-1}{2}$ подарит от $\frac{N+1}{2}$, а $\frac{N+1}{2}$ всем слева.

Тогда каждый получит $\frac{N-1}{2}$ подарков, как и надо.

N 1

Посчитаем сколько треугольников в
выделенном Δ .

Найдем считать с Δ , которые содержат
выделенную вершину: 9 и умножаем
на 3, т.к. Δ имеет вершин 3
и вычитаем 2, т.к. выделенный
 Δ мы считаем три раза, получается
① $9 \cdot 3 - 2 = 25$.



Далее считаем Δ с вершинами ниже выделенной
и т.д.

② $6 \cdot 8 - 3 = 45$

③ $6 \cdot 7 - 3 + 3 \cdot 8 - 2 = 61$

④ $6 \cdot 6 - 3 + 6 \cdot 7 - 3 = 72$

⑤ $6 \cdot 8 - 6 + 6 \cdot 7 - 6 + 3 \cdot 6 - 2 = 94$

⑥ $6 \cdot 7 - 6 + 6 \cdot 6 - 6 + 6 \cdot 5 - 6 = 90$

⑦ $3 \cdot 6 - 2 + 6 \cdot 5 - 6 + 6 \cdot 4 - 6 + 3 \cdot 3 - 2 = 65$

⑧ $3 \cdot 3 - 2 + 6 \cdot 2 - 6 = 13$

$25 + 45 + 61 + 72 + 94 + 90 + 65 + 13 = 465$

Теперь посчитаем сколько Δ имеют хотя бы одну вершину
вне выделенного Δ .

① $9 \cdot 3 - 2 = 25$

② $6 \cdot 8 - 3 = 45$

③ $6 \cdot 7 - 3 + 3 \cdot 8 - 2 = 61$

④ $6 \cdot 6 - 3 + 6 \cdot 7 - 3 = 72$

⑤ $25 + 45 + 61 + 72 = 70 + 133 = 203$

⑥ $465 + 203 = 667$

Ответ: 667.

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \sqrt{1-x} \stackrel{N3}{\leq} 0$$

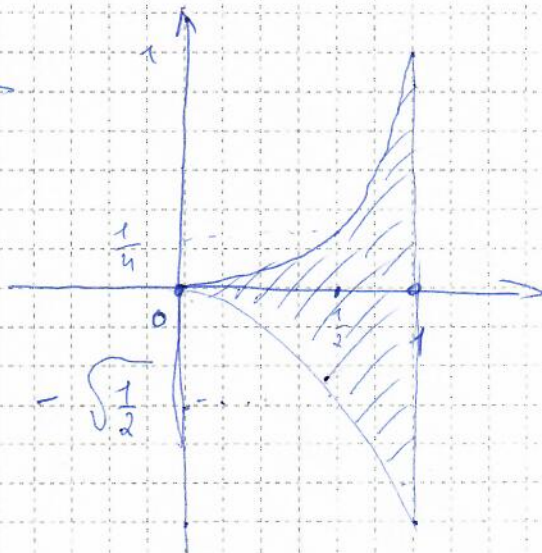
$$\sqrt{1-x} \geq 0 \Rightarrow (y + \sqrt{x})(y - x^2) \leq 0$$

$$\swarrow$$

$$x \leq 1$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow (y + \sqrt{x}) \stackrel{0}{\geq} (y - x^2) \stackrel{0}{\Rightarrow}$$

$$\begin{cases} y - x^2 \leq 0 & y \leq x^2 \\ y + \sqrt{x} \geq 0 & y \geq -\sqrt{x} \end{cases}$$



15

$$n^3 + 13n - 273 = y^3$$

$$13(n-21) = y^3 - n^3$$

$$13(n-21) = (y-n)(y^2 + yn + n^2)$$

Если $y < n$, то $y^2 + yn + n^2$, при этом $y, n \geq 0 \Rightarrow$ справа выражение $< 0 \Rightarrow n-21 < 0 \Rightarrow n < 21$.

либо $y-n : 13$, либо $y^2 + yn + n^2 : 13$.

предположим $y^2 + yn + n^2 : 13$

y	$y^2(n^2)$	$y+n$
1	1	0, 1, 3, 4, 9, 10, 12.
2	4	
3	9	
4	3	
5	12	
6	10	
7	10	
8	12	
9	3	
10	9	
11	4	
12	1	
0	0	

Тогда как бы не складывали остаток сумма, делящаяся на 13 и > 0 может получиться только когда одно из чисел $: 13$, но если y или $y^2 : 0 \Rightarrow y, n : 0, 4$ аналогично если $y, n : 13, 4$ и y натур. число $\Rightarrow y^2$ или $n^2 : 13$

Все числа делятся на 13

$$y, n, n^2 : 13$$

Если $y-n : 13$, то $y \equiv n$
13.

Если $y < n$ и $y-n : 13 \Rightarrow y^2 + yn + n^2 : -n+21$