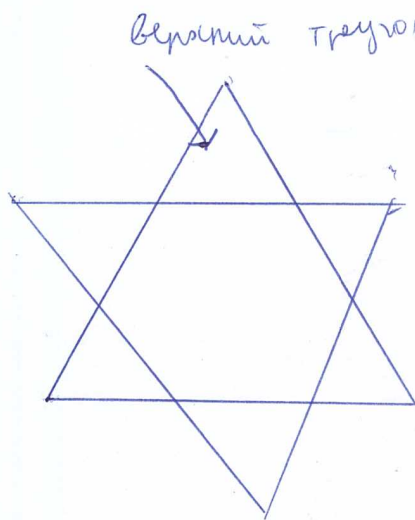
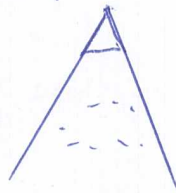


и Решение: 1. Возьмем фигуру вершом за один из внешних Δ , т.е.:



вершинный треугольник. Тогда посчитаем,

сколько существует Δ , где вершина Δ направлена вверх. Т.е. мы рассмотрим Δ :



, но не



Тогда, таких Δ не считая единичные:

$$9 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 7 = 274.$$

Тогда, так мы можем взять фигуру за любой из 6 Δ , то тогда общее кол-во Δ :

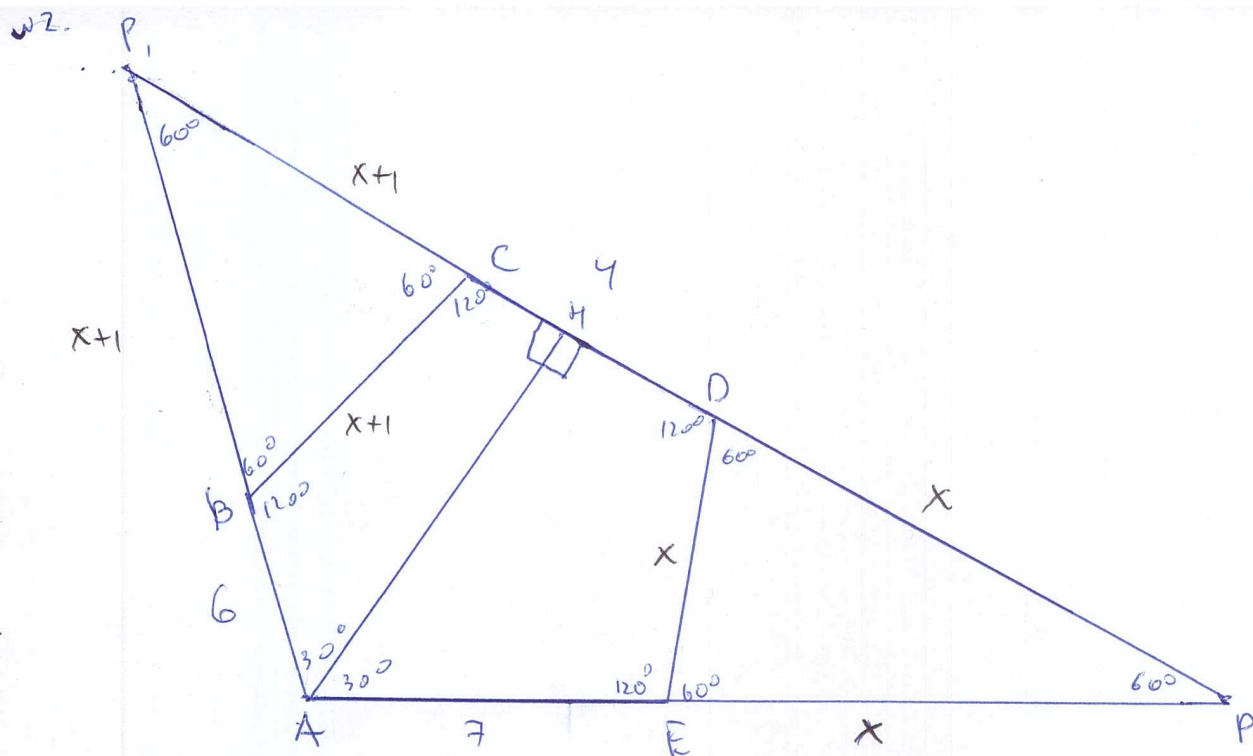
$$\frac{274 \cdot 6}{3} + N, \text{ где } N - \text{кол-во един. } \Delta, \text{ т.е. вот таких: } \Delta$$

↑ т.к. каждый состоит из 3-х

Тогда, так единичные Δ - 120, то всего Δ :

$$\frac{274 \cdot 6}{3} + 120 = 668.$$

Ответ: 668.



Решение: 1) Дан. построение: Прогнали DC и AB до перес. в P_1 , и AE и CD , до перес. в P .

2) Заметим, что т.к. ~~сумма~~ сумма углов 5-уг. равна 540° , то тогда $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \frac{540-6}{4} = 120^\circ$
т.к. условия

$$\Rightarrow \angle PDE = 180 - 120 = 60^\circ; \angle DEP = 60^\circ; \angle P, CB = 60^\circ; \angle P, BC = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AP_1P = 60^\circ; \angle P, PA = 60^\circ \Rightarrow \triangle P, AP - \text{равностор.}, \text{тогда}$$

пусть $EP = x \Rightarrow$ стороны $\triangle P, AP = 7+x$;

тогда, т.к. $\triangle DEP$ также равностор., то $DE = EP = DP = x$;

стороны P, B должны равняться $7+x-6=x+1 \Rightarrow PB = PC = CB = x+1$

$$\text{Но, т.к. } P, P = AP \Rightarrow 7+x = x+x+1+4 \Rightarrow x=2 \text{ единиц}$$

3) Т.к. AH - высота в равностор. $\triangle$, то они же медиана $\Rightarrow$

$$HP = HP_1 = \frac{4+2+2+1}{2} = 4,5;$$

Тогда рассмотрим $\triangle AHP$: по Пифагору: $HP^2 + AH^2 = AP^2$

$$AH = \sqrt{AP^2 - HP^2} = \sqrt{81 - 4,5^2} =$$

(2)

У2 (Прогноз) мене 1

~~У2 (Прогноз) мене 1~~ $AN = \sqrt{\frac{81}{4} \cdot 3} = \frac{9}{4} \sqrt{3}$

~~Отв: $AN = \sqrt{\frac{81}{4} \cdot 3}$~~ $Отв: \frac{9}{4} \sqrt{3}$

У3.

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \sqrt{1-x} \leq 0$$

т.к. $\sqrt{x}$ существует, когда $x \geq 0$, то $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$

Тогда, т.к. $\sqrt{x} \geq 0$, то достаточно выражение на $\sqrt{1-x}$:

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \leq 0$$

$$y^2 - yx^2 + y\sqrt{x} - x^2\sqrt{x} \leq 0$$

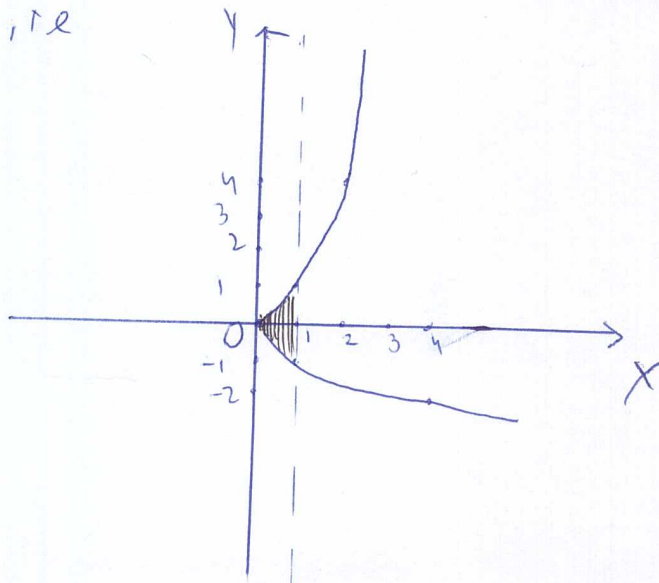
$$y^2 - y(x^2 - \sqrt{x}) - x^2\sqrt{x} \leq 0 \quad \text{— рассмотрим как квадратное отн-но } y$$

$$D = (x^2 - \sqrt{x})^2 + 4(x^2\sqrt{x}) = x^4 - 2x^2\sqrt{x} + x + 4x^2\sqrt{x} = x^4 + 2x^2\sqrt{x} + x = (x^2 + \sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{x^2 - \sqrt{x} \pm (x^2 + \sqrt{x})}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{x^2 - \sqrt{x} + x^2 + \sqrt{x}}{2} = x^2$$

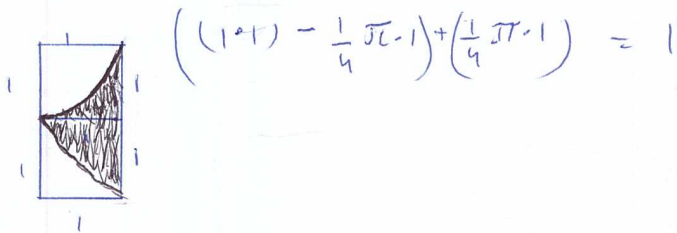
$$y_2 = \frac{x^2 - \sqrt{x} - x^2 - \sqrt{x}}{2} = -\sqrt{x}$$

Тогда, получаем, что ответ, это об-е. графиков x^2 и $-\sqrt{x}$, где $x \in [0; 1]$, т.е.



УЗ (Продолжение)

Найдем площадь:



Ответ: 1

Уч. Решение: Заметим, что если мы можем подарить одному человеку максимум 1 подарок, тогда, общее кол-во подарков одному человеку не превышает $N-1$. Так же, т.к. по условиям у всех было разное кол-во подарков, а людей N , тогда кому-то останется 0, кому-то 1 ... итак далее до $N-1$, то так, т.к. кол-во подарков целое и это кол-во принадлежит промежутку от 0 до $N-1$;

тогда, общее кол-во подарков:

$$0+1+2+3 \dots + N-1 = 1+2 \dots + N-1 = \frac{(N-1)(1+(N-1))}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$$

↑
кол-во подаренных

но так же в условиях сказано, что все получили равное кол-во подарков, тогда: $\frac{N(N-1)}{2} \stackrel{?}{=} N$ - должно быть целым, т.е.

$$\frac{(N-1)}{2} - \text{целое} \Rightarrow N-1 \stackrel{?}{=} 2 \Rightarrow N - \text{нечетное число}$$

Ответ: при любых ~~нечетных~~ четных N