№4.

Т.к. один другому не мог подарить больше одного подарка, то MAX кол-во подарков, подаренных одним ребёнком $= N-1$ (он подарил всем кроме себя). Т.к. все подарили разное кол-во подарков, то следующий подарил $N-2$, третий $N-3, \dots$, последний не подарил ни одного подарка. Σ всех подарков $= 0+1+2+\dots+N-2+N-1 = \frac{N(N-1+0)}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$.

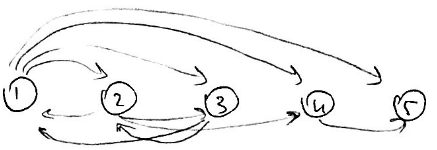
Т.к. всем досталось поровну подарков: $\frac{N(N-1)}{2} : N = \frac{(N-1)}{2}$, то $\frac{N-1}{2}$ должно $\in N$ (натур число) $\Rightarrow$

$\Rightarrow N$ нечёт.

Пример как дети могут дарить подарки:

Первые $\frac{N-1}{2}$ детей дарят по принципу: первый дарит всем, второй всем кроме последнего, третий всем кроме последних двух и т.д. Средний дарит всем до себя. Следующие $\frac{N-1}{2}$ дарят всем после себя (кроме последнего, он не дарит никому)

Пример:



Первый дарит всем. Второй всем кроме 5-го
Третий всем до себя (1 и 2), четвёртый всем после себя (никому), пятый не дарит никому.
Таким образом у всех $\frac{N-1}{2} = 2$ подарка.

Ответ: при нечётном N 7

№1.

~~$4\cdot6 + 16\cdot6 + 32\cdot6 + 9\cdot6 + 4\cdot6 + (5+6+7+8)\cdot2^4 + (5+6+7)\cdot2 + (5+6)\cdot2 + 5\cdot2$~~

~~$6(4+16+32+9+4) + 2((5+6+7+8)\cdot2^3 + 5+6+7+5+6+5) = 6\cdot65 + 2(26\cdot8+34) = 390 + 2(208+34) =$~~

~~$= 390 + 2\cdot242 = 390 + 484 = 874$~~

~~Ответ: 874.~~

$54 + 96 + 48 + 36 + 40 + 28 + 28 + 20 + 14 + 738 + 366 = 150 + 140 + 40 + 400 + 738 = 1468$

150 84 112 140 400 380

Ответ: 1468. 0

№5.

$n^3+13n-273$ - куб НАТУРАЛЬНОГО числа $\Rightarrow n^3+13n > 273 \Rightarrow n > 5,\ n \in N$.

$n^3+13n-273 = x^3$, n^3+13n всегда чёт $\Rightarrow x^3$ нечёт $\Rightarrow x$ нечёт

$n^3+13n = x^3+273$

$n^3+13n = x^3+13\cdot21 \Rightarrow n = 21$

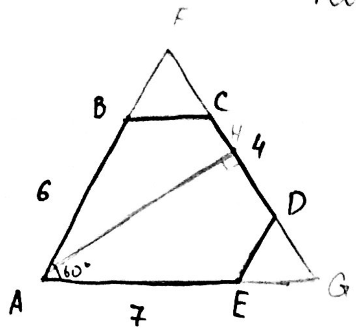
Ответ: 21. 0

M302-16

№2.

Дано:
$\angle A=60^\circ$
$\angle B=\angle C=\angle D=\angle E$
$AB=6$
$CD=4$
$AE=7$
$AH\perp CD$

AH - ?



Решение:

Σ углов 5-ти угольника $=540^\circ$ $(180(n-2))$

$\angle A=60^\circ \Rightarrow \angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\frac{540-60^\circ}{4}=120^\circ$

Продолжим AB за точку B, CD за C и D, AE за точку E.

Пусть $AB\cap CD=F$, $CD\cap AE=G$

$\angle FBC=\angle FCB=180-120=60^\circ$ (смежные с углами B и C)

так же $\angle GED=\angle GDE=60^\circ \Rightarrow \angle F=\angle G=60^\circ$

ΔAFG равносторонний

ΔFCB равност. и ΔGDE равност.

Пусть $FB=x$, тогда $FD=4+x$, а т.к. $FG=AF$, то $DG=6-x-4+x=2$

$EG=2 \Rightarrow AE=7+2=9$

ΔAFG равн. $\Rightarrow$ AH - высота, медиана и бис-са

$\angle HAG=30^\circ$, $HG=\frac{1}{2}AG=4{,}5$

По Th. Пифагора:

$$AH=\sqrt{AG^2-GH^2}=\sqrt{AG^2-\frac{AG^2}{4}}=\frac{AG\sqrt{3}}{2}=4{,}5\sqrt{3}$$

7

Ответ: расстояние от A до CD = $4{,}5\sqrt{3}$.

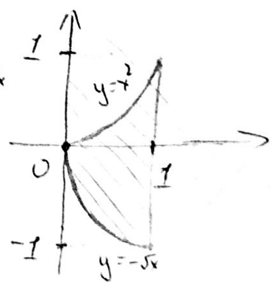
№3.

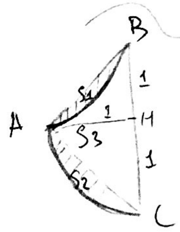
$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x}\le 0$

$1-x\ge 0 \Rightarrow x\le 1$, $x\ge 0 \Rightarrow x\in[0;1]$

$\sqrt{1-x}\ge 0 \Rightarrow (y+\sqrt{x})(y-x^2)\le 0.$

$y\in[-\sqrt{x};\ x^2] \Rightarrow \begin{cases} y\ge -\sqrt{x} \\ y\le x^2 \end{cases}$





$S_1=S_2 \Rightarrow S_3=S_{\Delta ABC}=\frac{AH\cdot BC}{2}=\frac{1\cdot 2}{2}=1$

7

Ответ: 1