

Сначала посчитаем кол-во треугольников со стороной 1. ($\triangle$).
 Всего их 120. Далее посчитаем треугольники со сторонами больше 1.
 Здесь важно учитывать, что они направлены в разные стороны.
 $\triangleleft$ и $\triangleright$. Посчитаем их $2 \cdot (3+4+5+6+7+8+9+8+7) = 114$ - треугольников со
 стороной 2. Посчитаем треугольники со стороной 3. $2 \cdot (2+3+4+5+6+7+8+9+8) =$
 $= 104$. ~~Аналогично~~ считаем остальные.

$\triangle_1 = 120.$	$\triangle_5 = 42.$	$\triangle_9 = 20$
$\triangle_2 = 114$	$\triangle_6 = 56.$	$\triangle_{10} = 12.$
$\triangle_3 = 104$	$\triangle_7 = 42$	$\triangle_{11} = 6.$
$\triangle_4 = 90.$	$\triangle_8 = 30$	$\triangle_{12} = 2.$

Складываем полученные значения $120 + 114 + 104 + 90 + 42 + 56 + 42 + 30 + 20 + 12 +$
 $+ 6 + 2 = 668$. Ответ: 668 треугольников. (7)

№ 4

Если все дети дарили разное количество подарков, то всего подарков
 $0+1+2+3+\dots+n-1 = \frac{n(n-1)}{2}$. Если $\frac{n(n-1)}{2}$ делится на n , то $0,5n(n-1) : n$. Если n нечетное, то
 достижимо поровну подарков, значит $0,5n(n-1) : n$. При четных значениях
 n данное условие не выполняется, значит при четных n невозможно
 раздать поровну подарки. При нечетных n $0,5n(n-1) : n$ - верно.

Условие задачи выполняется при всех нечетных $n > 1$.

Ответ: нечетные $n > 1$.

(3)

Лист 2.

№3.

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2)\sqrt{1-x} \leq 0. \quad D(+): \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } 0 \leq x \leq 1$$

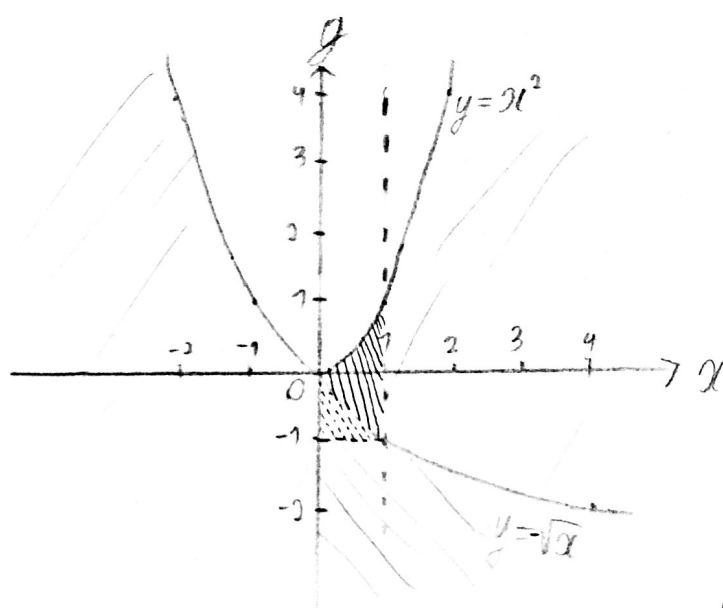
$$\begin{cases} y + \sqrt{x} \leq 0 \\ y - x^2 \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

I. $y = -\sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	-1	-2

II. $y = x^2$ - квадратичная функция, график - парабола, ветви вверх.

x	2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



Закрашенная область является решением неравенства. Правая ветвь параболы совпадает с графиком $y = -\sqrt{x}$ при повороте. Если их наложить друг на друга, то получится закрашенный квадрат со стороной 1. $S = 1$. Ответ: 1. 7

Рассмотрим ситуацию, где кубоватое число больше полученного куба, тогда их кубы различаются $n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$. Значит $3n^2 - 3n + 1 = -(13n - 273)$. $3n^2 + 10n - 272 = 0$. $D_1 = b^2 - 4ac = 847$. $x_1 = \frac{-p \pm \sqrt{D_1}}{a} = 8$. $x_2 = \frac{-34}{3}$ - не подходит. 8-кубоватое число. Меньше его не существует, в этом можно убедиться просто подставив во в формулу.

Рассмотрим ситуацию, где кубоватое число равно полученному кубу, тогда $13n - 273 = 0$. $n = 21$ - еще одно кубоватое число.

продолжение на листе 3.

Лист 3. 11352 на 7

Теперь рассмотрим ситуацию, где куб кубоватого числа меньше куба паучерного, тогда $(n+1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$ - их столько они различаются.

$$3n^2 + 3n + 1 = 13n - 273. \quad 3n^2 - 10n + 272 = 0. \quad D = b^2 - 4ac < 0. \quad \text{Корней нет}$$

~~Значит такое число~~ Значит такого числа не может.

Если рассматривать дальнейшие числа, то

$$(n+2)^3 - n^3 = 6n^2 + 12n + 8 = 13n - 273. \quad 6n^2 - n + 281 = 0. \quad D < 0 \text{ и так будет}$$

всегда, значит не существует кубоватых кубов кубоватых чисел, которые меньше куба паучерного. Значит всего кубоватых чисел 2 и их сумма $8 + 27 = 29$.

Ответ: 29.