

$\Rightarrow$ т.к. $AE \parallel BV$ - парал. $\Rightarrow AE = BV = 7$
 $AB = EK = 6$.

$BK = BC + CK = BC + 4 = 7 \Rightarrow BC = 7 - 4 = 3$.

$EK = ED + DK = ED + 4 = 6 \Rightarrow ED = 6 - 4 = 2$.

Продолжим AE за точку E до
 пересечения с прямой CD в
 точке M . и проведем AM ,
 где $M \in CD$; $AM \perp CD$.

Рассмотрим $\triangle EDM$. Он равнобедрен, т.к.
 $\angle$ смежных углов по 120° .

$\Rightarrow ED = EM = 2$.

$\Rightarrow AM = AE + EM = 7 + 2 = 9$.

$\left\{ \begin{array}{l} \angle ENP = \angle AMH = 60^\circ \\ \angle ANM = 90^\circ \end{array} \right. \quad (\triangle ENP - \text{равноб.})$

$\Rightarrow \angle MAN = 30^\circ \Rightarrow NM = \frac{1}{2} \cdot AM = 4,5$
 (катет, лежащий против $\angle 30^\circ$).

$\Rightarrow AM = \sqrt{AN^2 - NM^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{18+9}{2}} \cdot \sqrt{\frac{18-9}{2}} =$
 $= \sqrt{\frac{27 \cdot 9}{4}} = \sqrt{27} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \cdot \sqrt{3} = 4,5\sqrt{3}$.

Ответ: $4,5\sqrt{3}$.

Задача 14

Заметим, что если у каждого
 человек гарни разное
 количество a_i и-во паров,
 то гармоническое
 среднее $\frac{1}{n}$ -е гармоническое,

но $a_i \neq a_j$, при $i \neq j$.

A -среднее число паров $\geq$
 $\Rightarrow A = a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) \geq$
 $\geq \frac{(n-1)n}{2}$.

Но при этом, каждый не может
 иметь более $(n-1)$ паров,
 т.к. каждый из гарни
 более паров, а всего
 паров $n(n-1)$.

$\Rightarrow A \leq n \cdot (n-1)$

Заметим, что если 0 и $(n-1)$ паров
 у всех, а среди n человек
 каждый имеет паров от 0 до $n-1$.
 паров $\Rightarrow$ нужно все $(n-1)$ паров
 числа паров $\Rightarrow$ все числа от
 0 до $(n-1)$ являются a_i .

$\Rightarrow A(n) = 0 + 1 + \dots + (n-2) + (n-1) =$
 $= \frac{(n-1)n}{2} = n \cdot \frac{n-1}{2}$, где $\frac{n-1}{2}$

каждого паров $\Rightarrow$ каждого $\Rightarrow \frac{n-1}{2}$
 $\Rightarrow$ для n -человек $\frac{n-1}{2}$ -человек
 $\frac{n-1}{2}$ -е паров не паров!
 Докажем, что это возможно
 для всех n человек $\frac{n-1}{2} > 1$
 у каждого по $\frac{n-1}{2}$ паров.

1. $n=3$

Одновременно из вершины опуст.
лучи - добавим 2 вершины (A и B)
A → B

A — вершина, B —

при этом соединим вершины
A будем называть кон-во вершины
ребер, т.е. число вершин
ногара.



Соединим вершины
определенно (0, 1, 2),
при этом, у всех, но

1 ногара $\Rightarrow$ две

1. у всех $n=3$ верш.
 $(\frac{n-1}{2}-1) = 1$ ногара
Прогнозируем, что $n=k$ универсальное.

3. Докажем, что
 $n=k$, но верно же
 $n=k+2$.

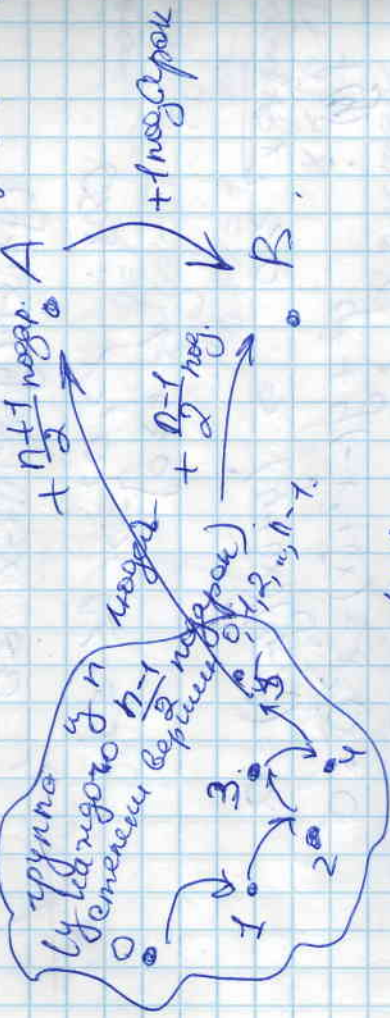
Сумма соединенных вершин:
все вершины имеют число ногара.

$$\begin{aligned} & (0 + 1 + 2 + \dots + k-1) + k + (k+1) = \\ & = \left(\frac{k \cdot (k-1)}{2} \right) + k + (k+1) = \\ & = \frac{(k+1)(k+2)}{2} = (k+2) \cdot \frac{(k+2)-1}{2} \end{aligned}$$

у каково у $(k+1)$ вершина
но $\frac{(k+2)-1}{2}$ ногара
(т.к. k -вершина)
 $(k+2)-1$ -вершина
 $(\frac{k+2}{2}-1)$

теперь докажем универсальность на
лучи

Добавим 2 вершины (A и B)



Рассмотрим
ногара $\frac{n+1}{2}$

$\frac{n-1}{2}$ ногара из вершин ногара B
(м.е. каково у $n = \frac{n+1}{2} + \frac{(n-1)}{2}$ ногара
тогда соединим каково вершина + 1

Ом.е. 1, 2, 3, ..., n.

А так же каково ногара из вершин
у вершин ногара ногара ногара
нога → 2-ая, 2-ая → 3-ая, ...

Соединим вершин $\rightarrow 2, 3, 4, \dots, n+1$

и у каково в вершине $\frac{n-1}{2} + 1 = \frac{n+1}{2}$

и A ногара B $\Rightarrow$ у каково но

$\frac{(n+2)-1}{2}$ ногара и соединим

вершин 0 (у B), 1 (у A), 2, 3, ..., n+1

$\Rightarrow$ соединим вершины ногара ногара ногара
нога $n \geq 1$ ногара ногара ногара

Задача 1.23

$$(y + \sqrt{x}) \cdot (y - x^2) \sqrt{x - x} \leq 0$$

$$\text{или: } x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

$$\sqrt{x - x^2} \geq 0 \Rightarrow (y + \sqrt{x})(y - x^2) \leq 0$$

$$f(y) = y^2 + y(-x^2 + \sqrt{x}) - x^2 \sqrt{x} \leq 0$$

$$y^2 - y(x^2 - \sqrt{x}) - x^2 \sqrt{x} \leq 0$$

$$\Delta = (x^2 - \sqrt{x})^2 + 4x^2 \sqrt{x} =$$

$$= x^4 + x - 2\sqrt{x}x^2 + 4x^2 \sqrt{x} =$$

$$= x^4 + x + 2x^2 \sqrt{x} = (x^2 + \sqrt{x})^2$$

$$y = \frac{(x^2 - \sqrt{x}) \pm \sqrt{x}}{2} = \frac{(x^2 - \sqrt{x}) \pm \sqrt{(x^2 + \sqrt{x})^2}}{2}$$

$$= \frac{(x^2 - \sqrt{x}) \pm (x^2 + \sqrt{x})}{2} = \frac{x^2 - \sqrt{x} \pm (x^2 + \sqrt{x})}{2}$$

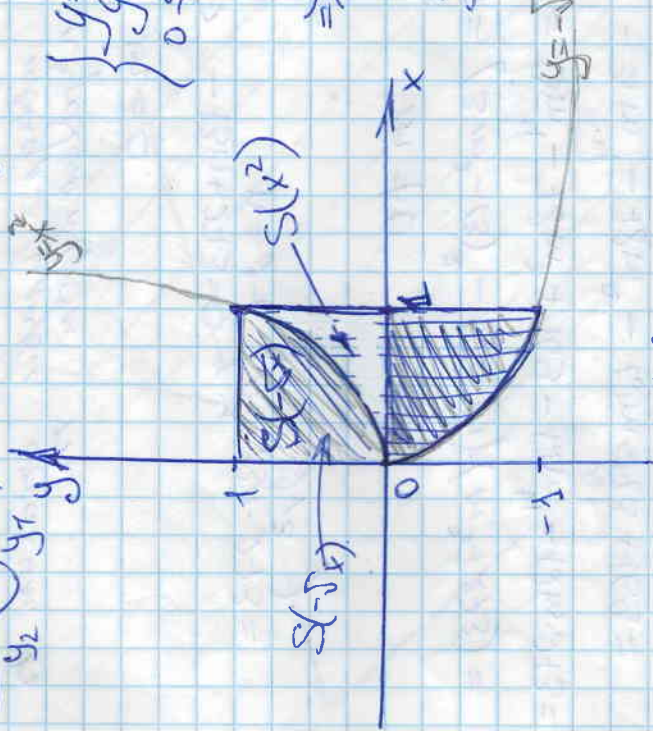
$$(x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow |x^2 + \sqrt{x}| = x^2 + \sqrt{x})$$

$$y_1 = \frac{x^2 - \sqrt{x} + x^2 + \sqrt{x}}{2} = x^2$$

$$y_2 = \frac{x^2 - \sqrt{x} - x^2 - \sqrt{x}}{2} = -\sqrt{x}$$

$$f(y) = y^2 - y(x^2 - \sqrt{x}) - x^2 \sqrt{x}$$

$$f(y) \leq 0 \text{ при } y \in [-\sqrt{x}; x^2]$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt{x} \leq y \leq x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - \text{верхняя граница} \\ y = -\sqrt{x} - \text{нижняя граница} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ площадь по графику

$$y = -\sqrt{x}$$

дополняет площадь

по графику

квадрата со стороной 1 и внутреннего I.

$$\Rightarrow S = I$$

Пример 1.

Задача 1.25

$$n^3 + 13n - 273 = x^3$$

Разделим на x^3 , $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^3 \mid n^3$

$$\Rightarrow x^3 = (n+m)^3, m \in \mathbb{N}$$

$$n^3 + 13n - 273 = (n+m)^3$$

если $x \leq n \Rightarrow m \leq 0$ или $m=0$.

Посчитаем точно
всего 2 вершины на AB где
сбалансированы! Δ треугольник, оно
равно:

$C_{13}^2 - 2 \cdot C_4^2$ / т.к. сам мер
возвращаю Δ C_i / возвращаю
12, 13, 14, 23, 24, 34 мы
первые вершины не найдет)

где вершин, равных по MV:

$$C_{12}^2 - 2C_3^2$$

и н.г

Всего Δ , направленных $\checkmark \Delta$

$$S = (C_{13}^2 - 2C_4^2) + (C_{12}^2 - 2C_3^2) + (C_{11}^2 - 2C_2^2) +$$

$$+ C_{10}^2 + C_9^2 + C_8^2 + C_7^2 + C_6^2 + C_5^2 =$$

$$= (C_{13}^2 + C_{12}^2 + C_{11}^2 + C_{10}^2 + \dots + C_8^2 + C_7^2) - 2C_4^2 -$$

$$- 2C_3^2 - 2C_2^2$$

НО если еще Δ , направленные $\nearrow \Delta$
 $\rightarrow$ всего в 2 раза больше Δ

$$S = 2(C_{13}^2 + C_{12}^2 + \dots + C_6^2 + C_5^2) - 4C_4^2 - 4C_3^2 - 4C_2^2 =$$

$$= (13 \cdot 12 + 12 \cdot 11 + \dots + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4) - 4 \cdot 3 \cdot 2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 =$$

$$= 12 \cdot 13 + 11 \cdot 12 + \dots + 10 \cdot 11 + 9 \cdot 10 + 8 \cdot 9 + 7 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 =$$

$$= 12 \cdot 24 + 10 \cdot 20 + 8 \cdot 16 + 6 \cdot 12 = 288 + 200 + 128 +$$

$$- 20 + 72 = 488 + 200 = 688.$$

Ответ: 688.