

Реш:

$$\angle A = 60^\circ, \angle B = \angle C = \angle E = \angle D$$

$$AB = 6$$

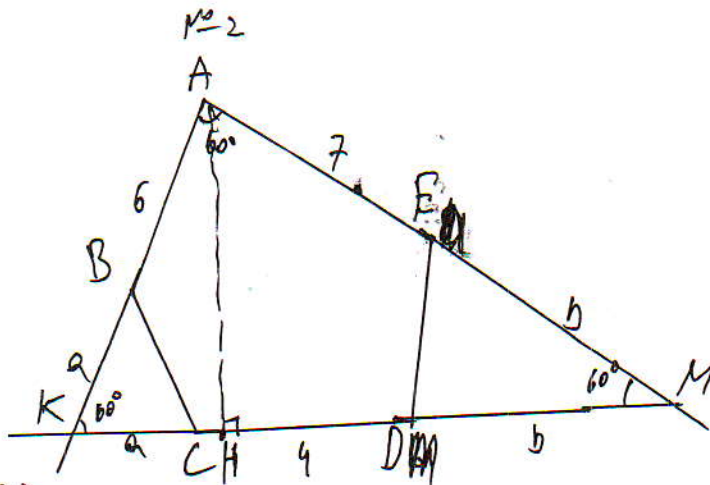
$$CD = 4$$

$$EA = 7$$

Найти:

$$AH = ?$$

Решение:



$$1) \text{ Пусть } K = AB \cap CD, M = CD \cap AE$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{180^\circ \cdot (5-2)}{2} - 60^\circ = 720^\circ$$

$$\angle KBC = \angle KCB = 180^\circ - 720^\circ = 60^\circ$$

ΔKBC - равносторонний

$$\angle K = 60^\circ$$

$$2) \angle A = 60^\circ, \angle K = 60^\circ \Rightarrow \Delta KAM - \text{равносторонний.}$$

$$3) \Delta EDM - \text{равносторонний} \Rightarrow EM = DM$$

$$4) \text{ Пусть } BK = KC = a, DM = EM = b, \text{ тогда}$$

$$6 + a = a + 4 + b = 7 + b = KA = AM = KM$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$AK = AM = KM = 9$$

$$5) AH - \text{высота в равностороннем треугольнике со стороной 9,}$$

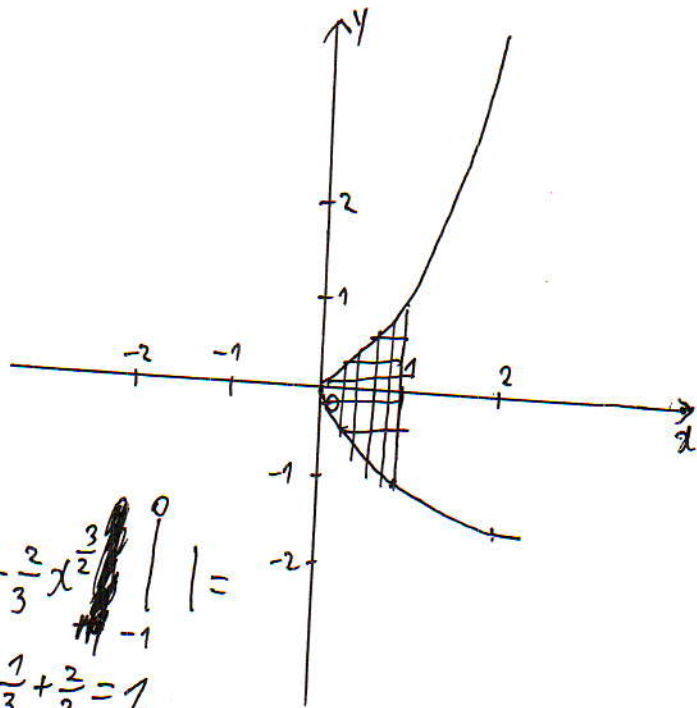
$$\text{тогда } AH = \sin 60^\circ \cdot AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9 = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

№3

$$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \geq 0$$

1) ОДЗ: $x \geq 0, x \leq 1$.

$$\begin{cases} y+\sqrt{x} \geq 0 \\ y-x^2 \geq 0 \\ y+\sqrt{x} \geq 0 \\ y-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -\sqrt{x} \\ y \geq x^2 \\ y \geq -\sqrt{x} \\ y \geq x^2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 2) S &= \left| \int_0^1 x^2 \cdot dx \right| + \left| \int_{-1}^0 -\sqrt{x} dx \right| = \left| \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 \right| + \left| -\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_{-1}^0 \right| = \\ &= \left| \frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right| + \left| -\frac{2}{3} \cdot 0^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \cdot (-1)^{\frac{3}{2}} \right| = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1. \end{aligned}$$

№4

1) Очевидно, что рядов на рисунке от 0 до $N-1$ рядов. Так как все функции имеют одинаковую периодичность, то все функции от 0 до $N-1$ рядов. Тогда общее число рядов:

$$S = 0 + 1 + \dots + (N-1) = \frac{N(N-1)}{2}$$

Тогда количество функций $K = \frac{N(N-1)}{2}$; $N = \frac{K+1}{2} \Leftrightarrow N \geq 2$

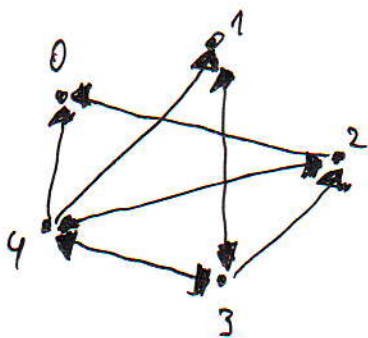
Это есть минимальное количество! Так как $N \geq 1$, то $N \geq 3$.

2) Проверим случай $N=3$:



Визуально очевидное (интуитивное) утверждение не выполняется. Это не рисунок.

3) $N=5$: можно рассмотреть так:



- $A \rightarrow B$ - доказано, что A регулярно связано с B
- $A \leftarrow B$ - доказано, что A регулярно связано с B и B регулярно связано с A
- Сматривая на рисунок можно увидеть, что все регулярно связано с A .

4) Можно математически доказать, что для $N \geq 5$, N -регулярное утверждение выполняется.

База: $N=5$ - доказано в пункте 3)

И.П.: Пусть для $N=K$, где K -регулярное, $K \geq 5$ - выполняется, тогда докажем для $N=K+2$.

Пусть с некоторого момента все игроки на все времена не $N \neq K$. Тогда еще есть между 2 игроками: $\frac{N+1}{2}$ и $\frac{N-1}{2}$ человек.



Заметим, что при добавлении 2-х человек идет по результату из пункта 1) каждый должен получить по 1 результату: $\frac{N+1}{2}$.

а) Пусть каждый из группы $\frac{N+1}{2}$ получает А результатов.

Тогда А имеет столько результатов сколько игроков

б) Пусть А имеет каждый из $(N+1)$ человек результатов по результату.

Тогда каждый получит из группы $\frac{N+1}{2}$ и $\frac{N-1}{2}$ столько результатов, сколько игроков.

в) Пусть каждый из группы $\frac{N-1}{2}$ получает результатов В.

Тогда В получит столько результатов сколько игроков.

Заметим, что если между $\frac{N+1}{2}$ и $\frac{N-1}{2}$ все имеют столько результатов от 0 до $N-1$. Тогда у каждого по 1 результату. То есть от 0 до N .

д) В имеют столько результатов 0, так как никто не получает результатов

е) А имеет столько результатов $(N+1)$, так как все получает результатов

* Итого: все результаты имеют разное значение, все получают столько результатов $\frac{N+1}{2}$.

Далее.

Ответ: для четных N , $N \geq 5$.

№5

$$n^3 + 73n - 223 = a^3$$

$$73(n-27) = (a-n)(a^2 + an + n^2)$$

Рассмотрим 2 случая:

1) $a \geq n: \Rightarrow n \geq 27, a \geq 27$

$$73n - 223 \mid a^2 + an + n^2$$

$$\begin{aligned} a^2 + an + n^2 - 73n + 223 &= (a-n)^2 + 3an - 73n + 223 = \\ &= (a-n)^2 + n(3a-73) + 223 > 0 \end{aligned}$$

⓪

$$a(a^2 + an + n^2)/(a-n) > 73(n-27) \text{ при } a \geq n$$

⓪

$$a = n$$

$$n^3 + 73n - 223 = n^3$$

⓪

$$a = n = 27$$

2) $a < n: \Rightarrow n \leq 27$

Передум все $n \in [1; 27]$ и убедиться, что ни для одного n это не будет кубом.

3) Попробуем всего одно кубическое число ⓪ сумма всех кубов от 1 до 27 равна этому числу $\Rightarrow S = 27^3$

$$\text{Ответ: } S = 27^3 = 2797$$