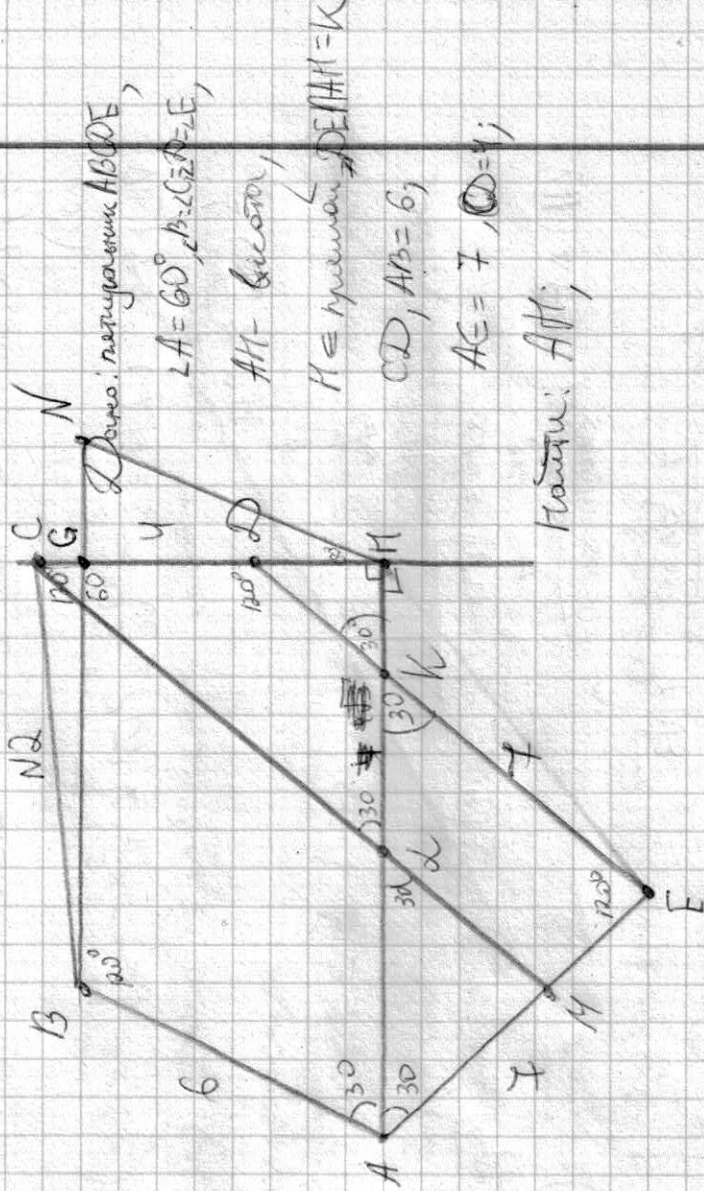


Отв: 556;



Решение

$$I) \text{ Т.к. } \angle A = 60^\circ, \text{ то } \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ;$$

II) Т.к. $ABCH$ - выпуклый, то $\angle A = 30^\circ$ ($\angle A + \angle B + \angle C + \angle H = 360^\circ$) $\Rightarrow AH$ - высота;

III) $\angle DHK = 90^\circ$ (высота) и $\angle HDK = \angle HDE = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$.

сумма углов $\Rightarrow \angle DKN = 30^\circ = \angle AKE$ (вертикальные);

IV) Т.к. $\angle DKN = 30^\circ = \angle AKE$, то $\triangle KHE$ - равнобедренный;

V) Проведем прямую через точку C, перпендикулярную CM. $CM \perp AK = L$, $L \in AH$ и $M \in AE$;

VI) т.к. $AC \parallel KD$, то $\angle DKM = \angle CDH = 30^\circ$ (соответственные углы).

VII) т.к. $\angle CDH = 30^\circ$ и $\angle CHK = 90^\circ$, то

$$\frac{1}{2} CD = CH = 4,$$

$$\parallel$$

$$CK = 8$$

$$\parallel$$

$$DH = \sqrt{64 - 16} = 4\sqrt{3} \quad (\text{по теореме Пифагора})$$

VII) $\triangle EAK$; $\frac{AK}{\sin 60} = \frac{7}{\sin 30}$;

$$AK = \frac{7 \cdot \sin 60}{\sin 30} = 7\sqrt{3};$$

VIII) из точки B проведем перпендикуляр AM, перпендикуляр EN. Тогда $ABNH$ - прямоугольник, $(BN \cap CM = G)$

$$\parallel$$

$$MG = 3 \quad (\text{т.к. } AB = 6)$$

IX) т.к. $MG = 3$ и $GD = 4$, то $GD = 2 \Rightarrow D'' = 4$

X) т.к. $DK = 1$ и $\angle DKE = 30^\circ$, то $DK = 2$

$$\parallel$$

$$KH = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

(по теореме Пифагора)

$$\text{VII) } AK = AK + KC = 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 8\sqrt{3};$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{3};$$

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2) \stackrel{N3}{\leq} 0,$$

из этой равенства можно получить

следующее:

$$1) 0 \leq x \leq 1 \quad (\sqrt{x}, \sqrt{1-x} \text{ — только неотрицательные})$$

$$2) y + \sqrt{x} \text{ или } y - x^2 \text{ меньше или равно}$$

$$0, \text{ т.к. } \sqrt{1-x} \geq 0;$$

1) 1 случай:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

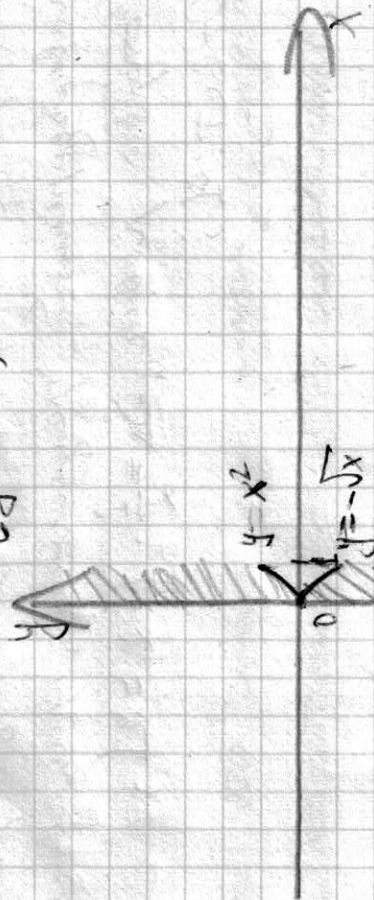
$$\begin{cases} y + \sqrt{x} \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -\sqrt{x}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x^2; \end{cases}$$

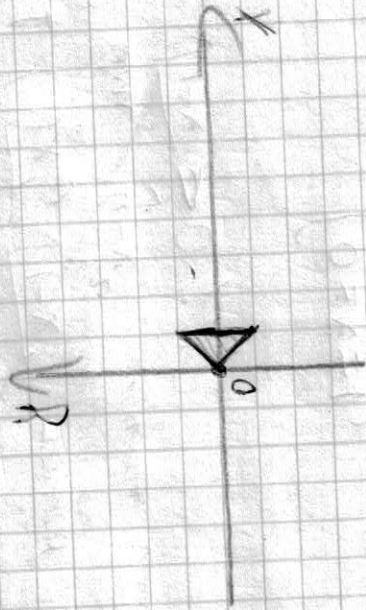


Отсюда видно, что пересечение множеств
нет, значит, исходная нерастворима.

2 случай:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1; \\ y + \sqrt{x} \geq 0; \\ y - x^2 \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1; \\ y \geq -\sqrt{x}; \\ y \leq x^2; \end{cases}$$



Отсюда видно, что решение у этой
системы есть. Решением является
равнобедренный треугольник, площадь
которого равна $S_D = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$;
Ответ: $\frac{1}{2}$;

Пусть n — количество детей, тогда первый ребёнок может подарить $n-1$ подарков, второй — $n-2$ и т.д. до последнего, который не подарит никому. Всего подарков:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 + 0; \text{ где}$$

выполняем условие задачи необходимо, чтобы это число равнялось на n , т.е.

$$\frac{(n-1) + (n-2) + \dots + 1}{n} = \text{натуральное число.}$$

$$\text{при этом } (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right) + n \cdot (n-1) + 1 = (n-2) + 2 \text{ и т.д.}$$

$$\text{Значит, } \frac{n \cdot \frac{n-1}{2}}{n} = \frac{n(n-1)}{2n} = \frac{n-1}{2};$$

тогда это число было целым, и значит есть решение задачи. Следовательно, условие задачи будет выполнено только при нечётных n . Ответ: нечётные;

N5

$$n^3 + 12n - 273 =$$

$$= n^3 + 3\sqrt{\frac{13}{3}}n^2 + 3\cdot\frac{13}{3}n + \frac{13\sqrt{13}}{3\sqrt{3}} - 3\sqrt{\frac{13}{3}}n^2 - \frac{13\sqrt{13}}{3\sqrt{3}} - 273$$

$$= \left(n + \sqrt{\frac{13}{3}}\right)^3 - \sqrt{\frac{13}{3}}\left(3n^2 + \frac{13}{3}\right) - 273 =$$

$$= \left(n + \sqrt{\frac{13}{3}}\right)^3 - \sqrt{\frac{13}{3}}\left(n^2 + 2n\sqrt{\frac{13}{3}} + \frac{13}{3}\right) - 2n\sqrt{\frac{13}{3}} + 2n^2 - 273 =$$

$$= \left(n + \sqrt{\frac{13}{3}}\right)^3 - \sqrt{\frac{13}{3}}\left(n + \sqrt{\frac{13}{3}}\right)^2 + 2n\left(n - \sqrt{\frac{13}{3}}\right) - 273,$$

Остаток равно, что натуральное число 8 от 3000 делится на 1000

$$(n^3 - n^2) + (n^2 - n) + (14n - 14) - 259 =$$

$$= n^2(n-1) + n(n-1) + 44(n-1) - 259 =$$

$$= (n-1)(n^2 + n + 14) - 259;$$

$$(n-1)(n^2 + n + 14) > 259$$

$$(n-1)(n-1)(n+2) + 16, \text{ Пусть } n-1 = t, \text{ то}$$

$$t(t^2 + 3t - 16) = t(t^2 + 3t - 16) =$$

$$= t^3 + 3t^2 - 16t = t^3 + 3t^2 + 3t + 1 - 19t =$$

$$(t^3 + 3t^2 + 3t + 1) - 19t - 259 =$$

$$= (t+1)^3 - 19t + 259 = n^3 - 19(n-1) - 259 =$$

$$= n^3 - 19n + 19 - 259 = n^3 - 19n - 240;$$

Значит,

$$n^3 + 13n - 273 = n^3 - 19n - 240;$$

$$\cancel{33}n = 33;$$

$$32n = 33;$$

$$n = \frac{33}{32} \Rightarrow \text{таким}$$

~~Следовательно~~ чисел n не существует, т.к.

по условию $n \in \mathbb{N}$.

Ответ: нет таких n .