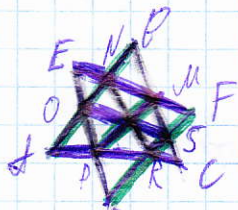


Учитывая.

1.

На рисунке обозначим 3 основных направления



1°; 1', 1 (Сверху вниз; с левого <sup>нижнего</sup> ~~нижнего~~ в правое верхнее; с правого ~~нижнего~~ <sup>нижнего</sup> в левое верхнее).

Каждое направление делится на прямое, а на прямые есть точки; точку изобразим короткой, или она лежит сразу в 2 предположениях (Большая, на этом рисунке большими являются  $\triangle ABC$  и  $\triangle DEF$ ).

Лемма 1°.

Любая пара вершин любого искомого треугольника должна лежать в каком-то направлении.

Действительно, любые две вершины соединяются какой-то прямой, но все прямые распределены -1-

по направлениям.

Лемма 2': Если 2 вершины хороние, то существуют <sup>иногда превращаются</sup> ровно 2 ~~направления~~ с вершинами в этот момент. ~~Если одна из вершин ~~хороние~~ не хорония, то существует ровно один ~~превращающихся~~ с этими вершинами. (Естественно в лемме 2 говорится про 2 точки леммы по одной прямой одного направления).~~

Док-во.

~~Полностью аналогично первому случаю леммы 2 (2 хороние точки).~~

Тогда хорония точка лежит сразу в 3х 3 прямой, ~~находящаяся~~ в разных направлениях, при этом одна прямая содержит точно 2 точки.

Если прямая выходит из одной главной точки и пересекается с прямой, выходящей из другой точки (главной), то они образуют превращения, при этом только одна.

Тогда хорония точка лежит сразу на 3 прямой, ~~находящаяся~~ в разных направлениях (т.е.



3) без ограничения общности будем считать, что прямая направлена 1 соединяет данные 2 точки. Прямая обозначается 9 пар прямой  $(3 \times 3)$ , обозначим их:  $1-1, 1-2, 1-3, 2-1, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 3-3$ , где  $X-Y$  обозначает пару прямых:  $X$ -ю направляет, проходящую через 1-ую точку и  $Y$ -ю направляет, проходящую через 2-ую точку.

$1-2, 1-3, 2-1, 3-1$  пересекаются в одной из данных точек.

$2-2, 3-3$  параллельны (не пересекаются).

$1-1$  является прямой (2 совпадают).

Итого пересекаться,  $2-3$  и  $3-2$  и образуют 2 разных направления.

Лемма 3: Если одна из P.S. Единственно в лемме 2 совпадает про 2 точки остаются на какой-то прямой какого-то направления.

Лемма 3: Если одна из 2 точек, лежащих на какой-то прямой какого-то направления, не прямой, то:

I Если 2 точки лежат в одной из маленьких треугольников (на моем рисунке  $\triangle NRM, \triangle MFS, \triangle SCR, \triangle RDP, \triangle P\pm O, \triangle OEN$ ) а на приведённом рисунке это треугольники внутри которых нет других точек) без точек  $M, N; M, S; S, R; R, P; P, O; O, N$  соответственно, то они не образуют треугольника.

II Если данные 2 точки не лежат в одной из маленьких треугольников, то они образуют ровно один ~~то~~ треугольник.

I Если две точки лежат в одной из маленьких треугольников, то через эти точки проведём прямые с направлением: через первую точку 1 и 2, и через вторую 1, 2 (без ограничения обшивости), ~~но прямые 2-2 не пересекаться~~ ~~то~~ так же без ограничения обшивости будем считать, что прямая 1 соединяет данные точки, точку!



1-1 ~~не пересекаются~~ - одна прямая.

2-2 не пересекаются.

2-1; 1-2 пересекаются в одной из данных точек.

Итого с помощью данных 2 точек не образуется триугольников.

II Если данные 2 точки не лежат в одной из данных точек триугольников, то равно одна пара прямых параллельных ~~пересекается~~ через данные точки ~~пересекаются~~ пересекается.

Итого образуется равно один триугольник.

Будем рассматривать одно направление для того рассмотреть картину прямых того направления.

$X-Y-X$  для прямой - это означает, что на данной прямой  $Y$  хоронит точек и  $X$  с одной стороны и  $X$  с другой не хоронит точек.

Потому, если для какой-то прямой имеем:  $X-Y-X$ , тогда получаем:

~~$2 \times y$  пар верш  $y(y-1)$~~  вершин, ~~удв пар вер~~  
 иш удовлетворяющих lemma 2,  $2xy + x^2$   
 пар вершин, удовлетворяющих lemma 3I и  
 $x(x-1)$  вершин, удовлетворяющих lemma 3II.

Тогда  $A(x-y-x)$  - кол-во треугольников,  
 образованных с помощью пар вершин ~~для~~  
 прямой  $x-y-x$ , тогда:

$$A(x-y-x) = 2 \cdot \frac{y(y-1)}{2} + (2xy + x^2) \cdot 1 + x(x-1) \cdot 0 = \\ = y(y-1) + 2xy + x^2 = (x+y)^2 - y$$

Тогда если запишем A-шки для всех пря- 0  
 мых одного направления получим:

~~$A(3-5-3) = A$~~   $A(4-5-4) + A(3-6-3) + A(2-7-2) +$   
 $+ A(1-8-1) + A(0-9-0) + A(1-8-1) + A(2-7-2) +$   
 $+ A(3-6-3) + A(4-5-4) = 9 \cdot 9^2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 -$   
 $- 8 - 7 - 6 - 5 = 729 - 13 \cdot 4 - 9 = 720 - 52 =$   
 $= 668.$

Если просуммируем для всех 3 направлений  
 получим:

~~$3 \cdot 768 = 2304$~~   $3 \cdot 668 = 2004$

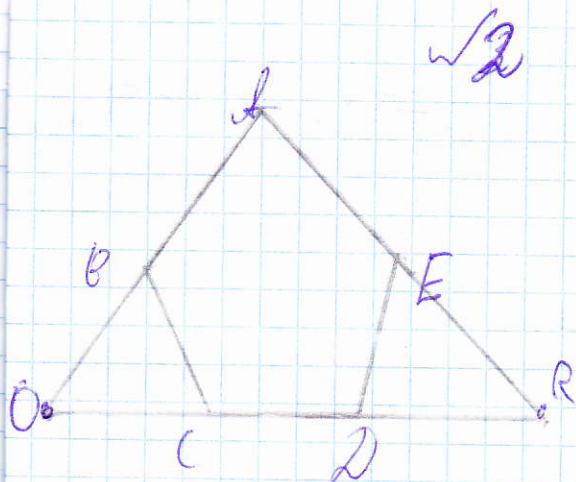
Но, на к. каждый треугольник мы посчитали



3 пузо, мо:

$$\frac{2304}{3} = 768, \quad \frac{2004}{3} = 668$$

Оқсони: 668.



Дано:

$ABCE$  - трапеция

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$$

$$AB = 6, CD = 4, AE = 7$$

Ҳисобин.

$$P(A, CD)$$

Ҳисобин:

$$1) \angle A + \angle B + \angle D + \angle E = 360^\circ, \angle A \cap CD = R, \angle B \cap CD = O$$

$$2) \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120^\circ \Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \angle DER = \angle EDR = 60^\circ \Rightarrow \triangle BOC, \triangle DER - \text{якболамбар, яъна,} \\ \angle BOC = 60^\circ, \angle ERD = 60^\circ \Rightarrow \triangle BOC, \triangle DER, \triangle OAR - \text{якболамбар, яъна,}$$

$$\begin{cases} AO = AR \\ AO = OR \end{cases} \begin{cases} AB + OP = AE + ER \\ AB + OP = OC + CD + DR \end{cases} \begin{cases} 6 + OP \\ OP = 4 + DR \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 + OP = 7 + ER \\ 6 + OP = 4 + DR \end{cases} \begin{cases} OR = 3 \\ ER = 2 \end{cases}$$

$$OB = OC + CD + DR = 9.$$

$$3) S_{AOR} = \frac{\sqrt{3} \cdot OR^2}{4} = \frac{(9)^2}{4} \cdot \sqrt{3}, \text{ т.к. } S_{AOR} = \frac{1}{2} OR \cdot p(A; CD), \text{ тогда}$$

$$p(A; CD) = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } p(A; CD) = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

$$(y + \sqrt{x})(y - x^2)\sqrt{1-x} \leq 0.$$

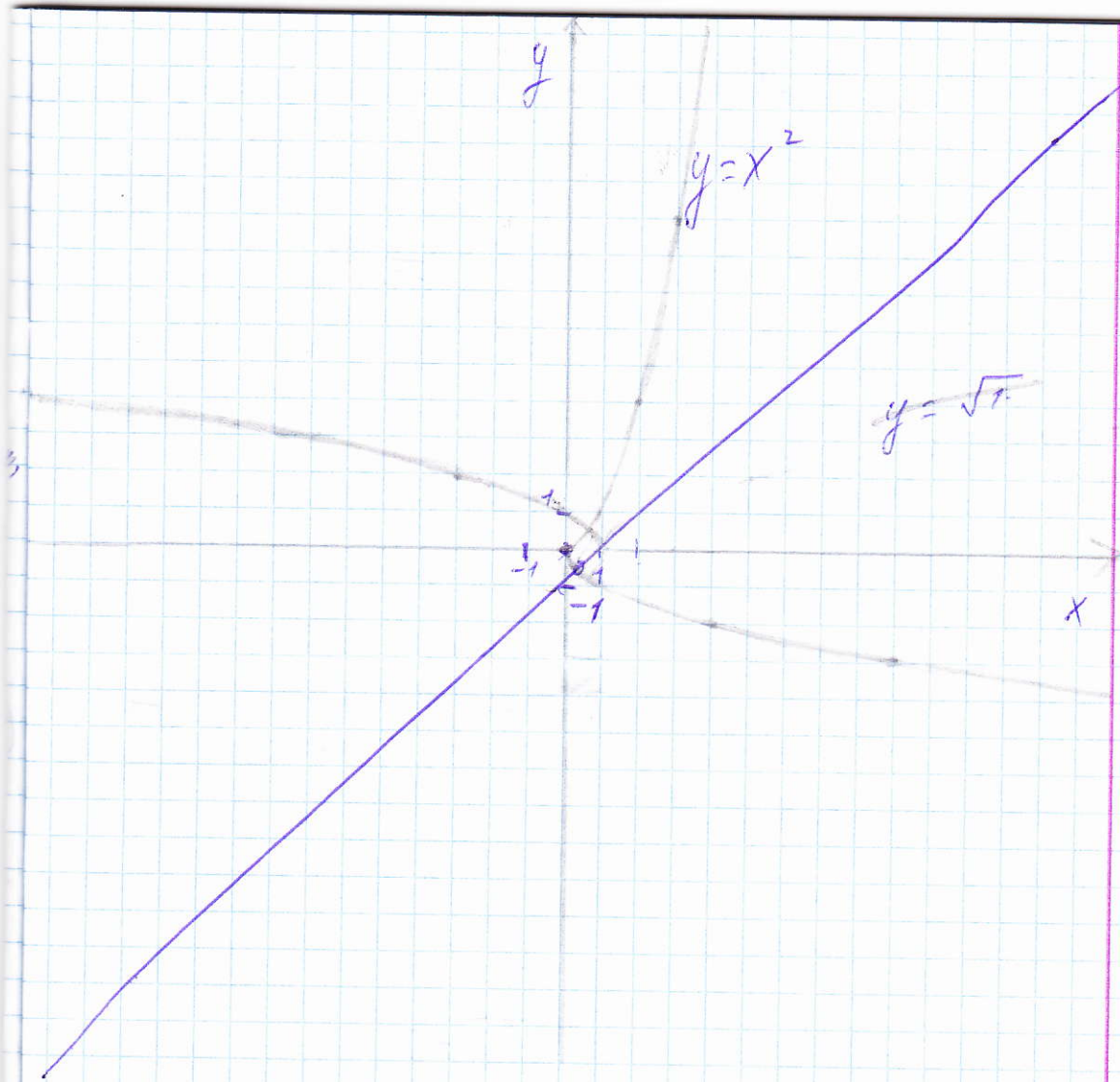
$$\begin{cases} y + \sqrt{x}(y - x^2) \leq 0 \\ x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$y = \sqrt{1-x} \quad \sqrt{1-x} = 0$$

$$y = -\sqrt{x}$$

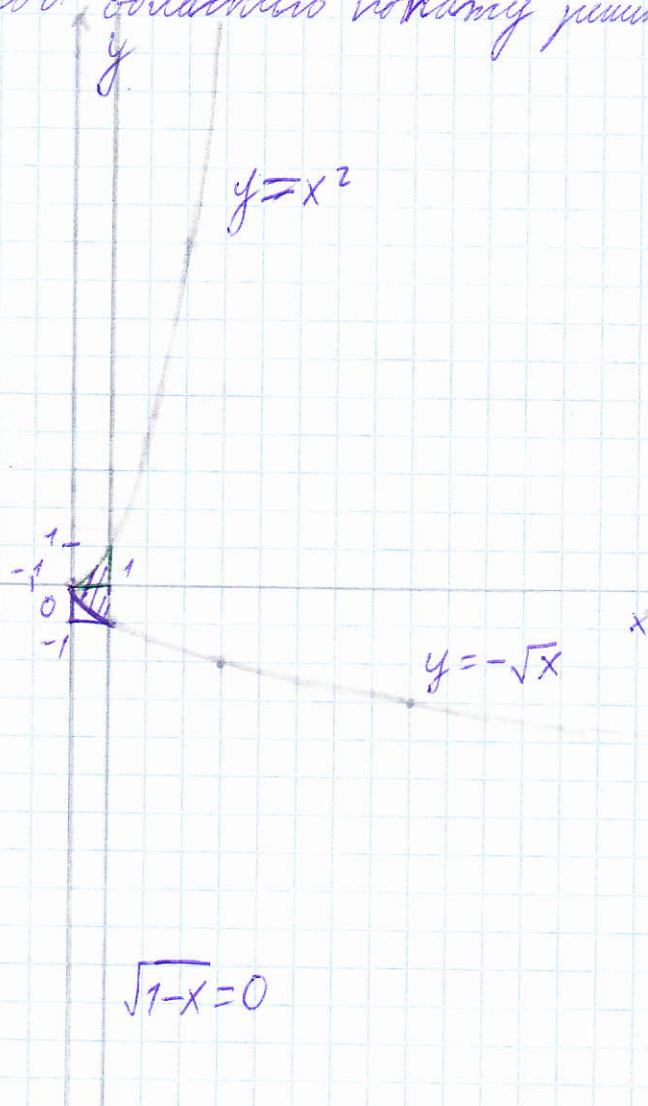
$$y = x^2$$





Das gesamte untere rechteckige und rechteckige  
 Diagramm!  
 $y = -\sqrt{x}$   
 $y = x^2$   
 $\sqrt{1-x} = 0$

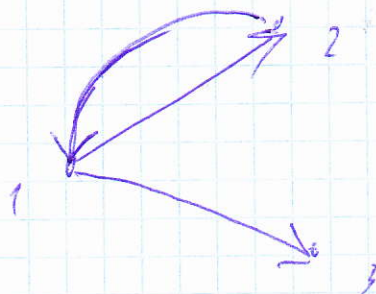
2) Зашифрованной областью вокруг решения имеют



Обведённая синим криволинейной треугольной областью  
равна по площади криволинейному треугольнику,  
обведённому зелёным, значит, площадь искомого



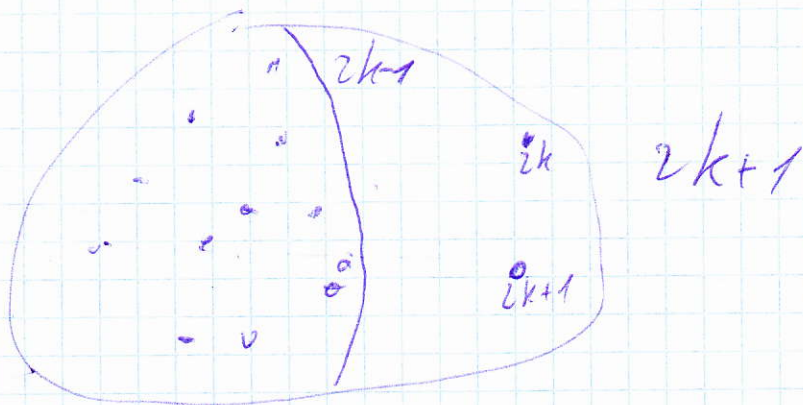




Структура означает, что кто-то кому-то подарил подарок, если структура идёт из  $x$  в  $y$ , то  $x$ -ый человек подарил  $y$ -вому подарок. Вершины люди.

~~Будет~~ Перенос:

Понимая мы сможем построить пример для  $2k-1$ , докажем, что мы сможем построить пример для  $2k+1$ , рассмотрим  $2k+1$  человек





Построим свой пример на  $2k-1$  человеке (по предположению мы умеем это сделать), тогда из доказательства следует, что среди этих  $2k-1$ , каждый получил  $k-1$  подарок.

Пусть  $2k$ -ый человек подарит всем подарков, тогда, а  $2k+1$  никому ничего не подарит, тогда, каждому из  $2k-1$  человек (для построения мы строим пример на  $2k-1$ ) получат  $k$  подарков, а  $(2k+1)$ -ый получит 1 подарок, тогда, пусть  $k$  из этих  $(2k-1)$ -ого человек подарят подарок  $2k$ -ому, а оставшиеся  $k-1$  подарят подарок  $(2k+1)$ -ому, тогда каждому подарят  $k$  подарков.

Т.е. в  $(2k-1)$ -ом человеке все получили различные кол-во подарков, но ~~мы~~ они получили:  $0, 1, \dots, 2k-2$  подарков, но тоже много, так каждый из них подарил подарок  $2k$ -ому или  $(2k+1)$ -ому, то они получили:  $1, 2, \dots, 2k-1$  подарков,  $2k+1$  ничего не дарил, а  $2k$ -ый дарил всем, значит, эти  $2k+1$  получили:  $0, 1, \dots$ , -13-

$2k-1, 2k$  погрешков, значит, каждый из них по-  
разному разбитое количество погрешков.

✓ 5.

I  $n=1$

-259-е куб, значит,  $n=1$ -е погрешков.

II  $n=2$

-239-е куб, значит,  $n=2$ -е погрешков.

III  $n=3$

66-273=-207-е куб,  $n=3$ -е погрешков.

IV  $n=4$

106-273=-167-е куб,  $n=4$ -е погрешков.

V  $n=5$

190-273=-83-е куб,  $n=5$ -е погрешков.

VI  $n=6$

294-273=21-е куб,  $n=6$ -е погрешков.

VII  $n=7$

434-273=161-е куб,  $n=7$ -е погрешков.

VIII  $n=8$

616-273=343=7<sup>3</sup> -  $n=7$ -е погрешков.



Сравним числа  $(n+1)^3$  и  $n^3 + 13n - 273$ .

$$(n+1)^3 \geq n^3 + 13n - 273$$

$$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 - 13n + 273 \geq$$

$$3n^2 - 10n + 273 \geq 0.$$

$$(*) \quad 3n^2 - 10n + 273 = 0.$$

$$D = 100 - 4 \cdot 273 \cdot 3 < 0.$$

Значит,  $(*)$  не имеет решений,  $F(n) = 3n^2 - 10n + 273$  — возрастающая функция всегда, значит,  $3n^2 - 10n + 273 > 0 \Rightarrow (n+1)^3 > n^3 + 13n - 273$ .

Сравним числа  $(n-1)^3$  и  $n^3 + 13n - 273$ .

$$n^3 - 3n^2 + 3n - 1 \geq n^3 + 13n - 273$$

$$0 \geq 3n^2 + 10n - 272.$$

$$3n^2 + 10n - 272 = 0.$$

$$n = 8.$$

$$n = \frac{34}{3}, \quad n = -\frac{34}{3}.$$

Значит, при  $n > 8$ ,  $3n^2 + 10n - 272 > 0$ , значит,  $(n-1)^3 < n^3 + 13n - 273$ , значит:

при  $n > 8$ ,

$$(n-1)^3 < n^3 + 13n - 273 < (n+1)^3$$

Если же,  $n^3 + 13n - 273 = k^3$ , то  $k = n$ , значит:

$$n^3 + 93n - 283 = n^3.$$

$$n = 21$$

Content 21, 8.