4 задача

Т.к. все дети подарили разное кол-во подарков, то среди 3-х детей подарили 2, 1 и 0 подарков, а среди четырёх – 3, 2, 1 и 0 подарков. Т.е. кол-во подарков для N детей вычисляется по формуле: $S_N = \frac{0+(N-1)}{2} \cdot N$, т.е. $S_N = \frac{N(N-1)}{2}$. Для того, чтобы условие выполнялось, нужно чтобы $S_N \vdots N$. Предположим, что N – чётное, тогда $S_N = 0{,}5N \cdot (N-1)$ не будет кратно N. Если же N – нечётное, то $S_N = N \cdot \left(\frac{N-1}{2}\right) \vdots N$. Значит условие верно при любом нечётном N, кроме 1

Ответ: при N – нечётном

5 задача

$n^3 + 13n - 273 = k^3$

$n^3 + 13n = k^3 + 273$

$n^3 + 13n = k^3 + 21 \cdot 13$

$n(n^2+13) = k^3 + 21 \cdot 13$

Можем предположить, что $k = 21$, тогда

$n(n^2+13) = k(k^2+13) \Rightarrow n = k = 21$

$21 = 3 \cdot 7$, рассмотрим случаи, когда $k = 3$ и $k = 7$

При $k = 3$:

$n(n^2+13) = 3(9 + 7 \cdot 13)$

$n(n^2+13) = 3 \cdot 100$

Если $n = 6$, тогда

$6(\overset{49}{36+13}) \neq 300$

Если $n = 7$, тогда

$7(\overset{62}{49+13}) \neq 300$

При $k = 7$

$n(n^2+13) = 7(49+39)$

$n(n^2+13) = 7(88)$

Если $n = 8$, тогда

$8(\overset{77}{64+13}) = 7 \cdot 88$

$8 \cdot 7 \cdot 11 = 7 \cdot 8 \cdot 11$

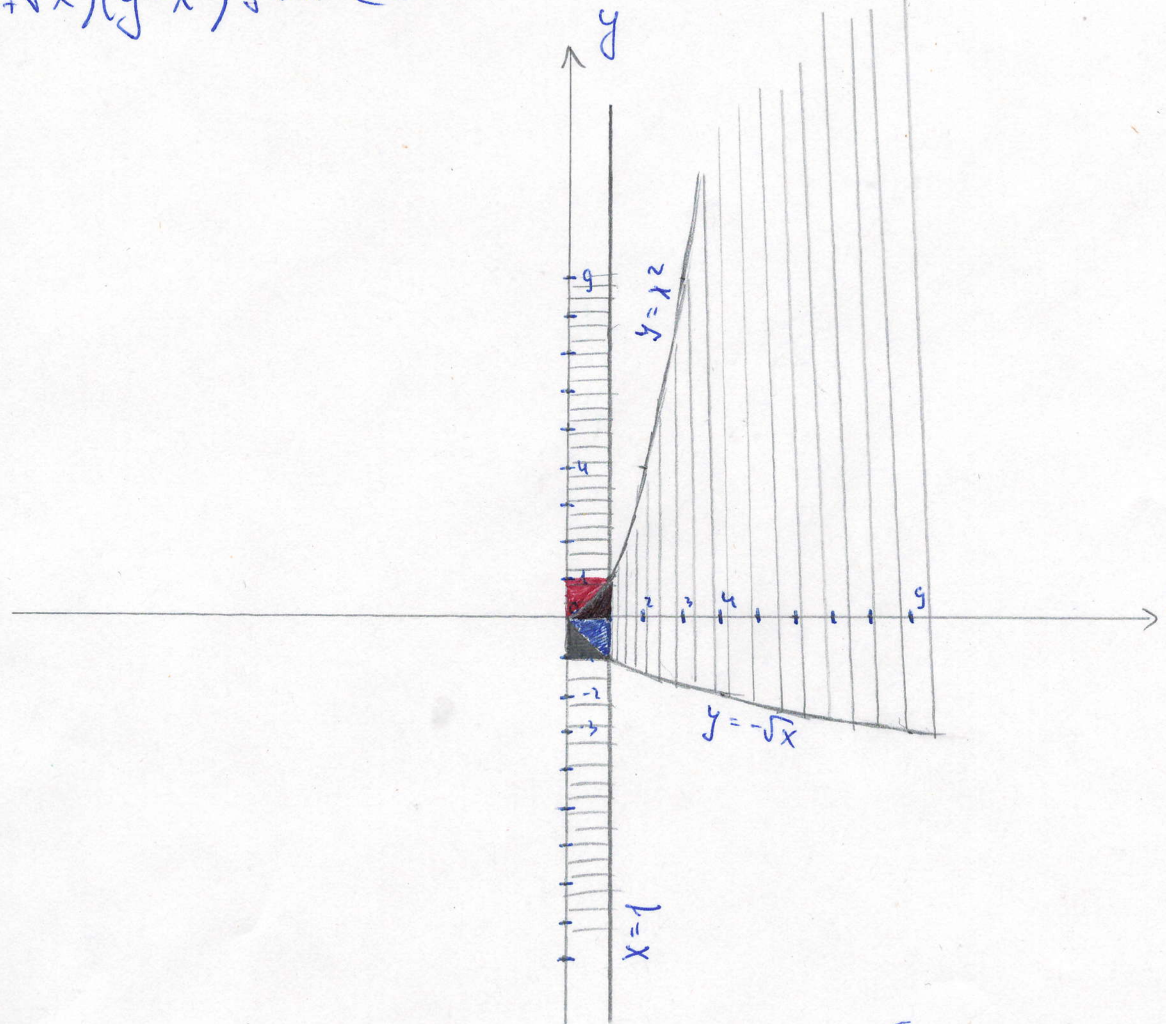
Тогда мы имеем 2 кубоватых числа: 21 и 8

Их сумма равна: $21 + 8 = 29$

Ответ: сумма всех кубоватых чисел равна 29

3 задача

$$(y+\sqrt{x})(y-x^2)\sqrt{1-x} \le 0$$

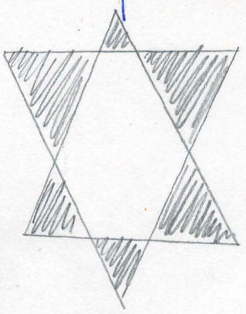


Участки, закрашенные чёрной и синей ручками – это множество решений данного неравенства. Графики $y=-\sqrt{x}$ и $y=x^2$ являются параболами, которые ~~направлены~~ находятся в разных четвертях, но имеющие одинаковые числовые значения. Значит участок, закрашенный синей ручкой, будет ~~р~~ равен участку, закрашенному красной ручкой. Участок, закрашенный чёрной ручкой, равен участку, закрашенному карандашом. Значит участки синей ручки + чёрной ручки = чёрной ручки + красной ручки. Получаем квадрат со стороной 1. Т.е. площадь точек, удовлетворяющих данному неравенству, равна 1.

Ответ: Площадь равна 1.

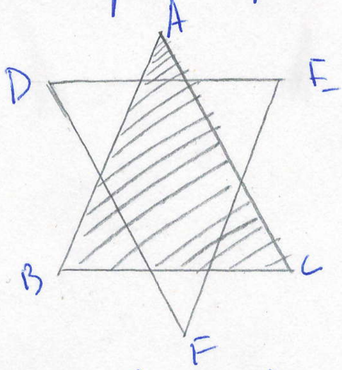
1 задача

Сначала я рассмотрел кол-во треугольников в этих треугольниках.



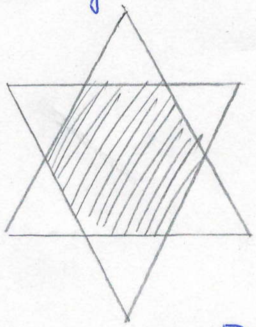
В каждом из них $4+3+2+1=10$ треугольников, т.е. всего $10\cdot 6=60$

Далее я рассмотрел такой треугольник:



Я рассматривал треугольники со сторонами 2, 3, 4, 5, ..., 11, 12. В итоге получил $54+50+44+36+28+21+15+10+6+3+1=268$ треуг. Т.к. мы можем рассматривать этот треугольник с 3-х сторон (A, B и C) то делю на 3, но умножаю на 6, т.к. мы можем рассмотреть этот треугольник с 6 сторон. Получаю $268\cdot 2=536$

-Посчитаем одиночные треугольники здесь:



Всего их 96 штук.

Теперь складываем получившиеся значения:

$536+60+96=692$ треугольника

Ответ: 692 треугольника