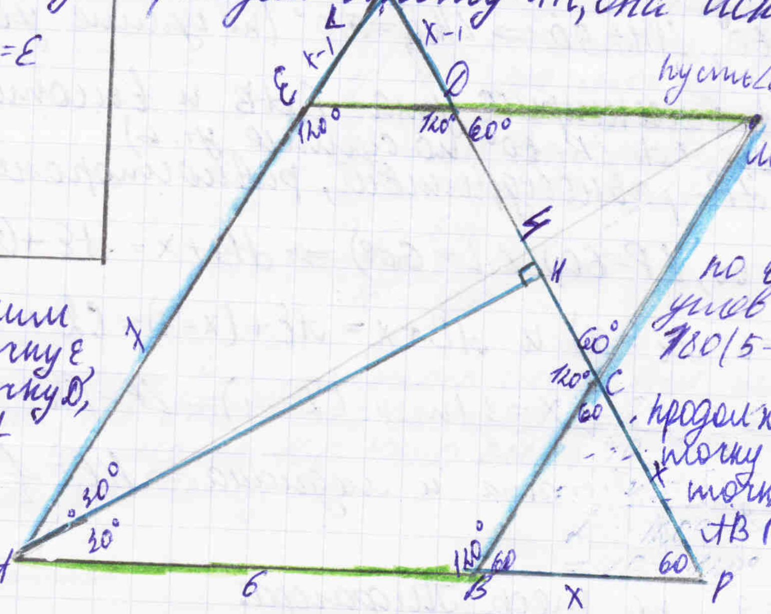
№3. Дано
ABCD- пятиуг.
$\angle A=60^\circ$
$\angle B=\angle C=\angle D=\angle E$
$AB=6$
$CD=4$
$EA=7$
H - ти
AH - ?

Решение
проведем высоту AH, она искомая.

пусть $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\angle L$

продолжим AE за точку E, CD за точку D, $AE \cap CD = L$



по сумме углов пятиуг. $=180(5-2)=180^\circ\cdot 3=540^\circ$

продолжим AB за точку B и DC за точку C, $AB \cap DC = P$

$AE \parallel BC$ ($\angle A+\angle B=180^\circ$)(по сумме одностор углов A и B и секущей AB)

$AB \parallel ED$ ($\angle A+\angle E=180^\circ$)(по сумме одностор углов A и E и сек. AE)

продлим прямые ED и BC за точки D и C соот. $BC \cap ED = M$

$AB \parallel EM$ (по док.)
$AE \parallel BM$ (по док.) $\Rightarrow$ $AEMB$ (пар-м.) по опр. пар-ма.

т.к. $\angle A=60^\circ$, то $540^\circ-60^\circ=\angle B+\angle C+\angle D+\angle E \Rightarrow 480^\circ=\angle B+\angle C+\angle D+\angle E \Rightarrow \angle B=\angle D=\angle E=\angle C=120^\circ$

$\angle BCP=\angle DCM$ (как верт) $=60^\circ$
$\angle CBP=180^\circ-\angle ABC=60^\circ$ $\Rightarrow \angle CPB=60^\circ$ (по сумме углов Δ) $\Rightarrow \Delta\, CBP$ - равносторонний (по признаку) $\Rightarrow CB=BP=CP=x$

Рассмотрим п/у $\triangle AHP$:

$\angle APH = 60°$, $\angle PHA = 90° \Rightarrow \angle HAP = 30°$ (по сумме углов $\triangle$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AH$ – биссектриса угла EAB и высота ~~…~~

$\angle L = 180° - \angle A - \angle P = 60°$ (по сумме уг. $\triangle$)

$\triangle LAP$ – равнобедренный, равносторонний (

($\angle A = 60$, $\angle P = 60$) $\angle L = 60°$) $\Rightarrow AB + x = AE + (x-1)$ (т.к.

$AB = 6$, $AE = 7$) и $AB + x = AE + (x-1) = CD + x + (x-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 1 = CD \Rightarrow x = 3$ (т.к. $CD = 4$) $\Rightarrow LP = CD + x + x - 1 = 9$

AH – бисс, высота и медиана $\Rightarrow HP = \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{9}{2}$,

$AP = 9$, по теор. Пифагора:

$$AP^2 = HP^2 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = AP^2 - HP^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AP^2 - HP^2} =$$

$$= \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 81 - 81}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 81}{4}} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$$

Ответ: Расстояние равно $4{,}5\sqrt{3}$

№2.

Точные квадраты:

$1^2=1$
$2^2=4$
$3^2=9$
$4^2=16$
$5^2=25$
$6^2=36$
$7^2=49$
$8^2=64$
$9=81$
$10^2=100$

т.к. нас интересуют только числа (полные квадраты) двузначные то мы можем учитывать только: 16, 25, 36, 49, 64, 81

Чтобы квадрат натурального числа был шестизначным, то это число должно быть не более 1000 и не менее 100 (Это очень грубые рамки позднее я уменьшу их)

методом перебора найдем 2 таких числа:

Ответ: 166464, 646416

№4. $x+1$ кратно 2019 | Допустим, что такое
$x+2$ кратно 2010 | число существует,
$x+3$ кратно 2017 | тогда оно либо четное
... | либо нечетное.
$x+2018$ кратно 2

Если это число четное, то будет верно лишь половина равенств при том, что $x+2n$ – четное число.

Т.к. кол-во утверждений ограниченное число, более того это кол-во четно, то без труда найдем середину этих утверждений.

$x+1010$ кратно 1010, т.к. нам нужно чтобы только половина была кратна

если к числу x прибавляется число, меньшее того чему должна быть кратна сумма, то это выражение верно лишь в том случае если число x и еще какое-то число в сумме образуют это число, которому должна быть кратна сумма.

Каждое 2 число кратно 2, каждое 4 кратно 4, каждое 2018 кратно 2010 и т.д.
то есть числа $x+2$ и $x+1$ не могут быть одновременно кратна и 2019 и 2018. Если допустить, что число четное, то сразу отпадают такие выражения, как где число прибавляется к x четное тогда сумма получается нечетной, но она должна быть кратна четному числу чего быть не может

нечет + чет = нечет
нечет + нечет = чет

Значит ни в каком случае x не может быть нечетным.

Чтобы была верна лишь половина утверждении

Последнее утверждение верно при любом n, кратном 2. Предпоследнее верно при любом n кратном 2, но не кратном 4; Предпредпоследнее утверждение верно при ($n+2016$ кратно 4) при любом n кратном 4. $n+2015$ кратно 5 при любом n, кратном 5; $n+2014$ кратно 6 при любом n, кратнем 4;

и. т. д. значит, не получится. Потому, что нужно число которое одновременно кратно и некратно некоторым числам.

Ответ: нет, не существует

№5. Пусть числа загаданные первым игроком: $a_1, a_2, \dots a_8$. Тогда пусть их попарные суммы:

$a_1+a_2=b_1$
$a_1+a_3=b_2$
$a_1+a_4=b_3$
$a_1+a_5=b_4$
$a_1+a_6=b_5$
$a_1+a_7=b_6$
$a_1+a_8=b_7$
$a_2+a_3=b_8$
$a_2+a_4=b_9$
$a_2+a_5=b_{10}$
$a_2+a_6=b_{11}$
$a_2+a_7=b_{12}$
$a_2+a_8=b_{13}$
$a_3+a_4=b_{14}$
...
$a_6+a_8=b_{27}$
$a_7+a_8=b_{28}$

Т.к. нам известно лишь b_i суммы чисел то: $b_1+b_8+b_2=(a_1+a_2)+(a_2+a_3)+(a_1+a_3)=2(a_1+a_2+a_3)$
Если разделить $b_1+b_8+b_2$ на 2, то мы получим $a_1+a_2+a_3$
Теперь мы без труда найдем a_1: $a_1=(a_1+a_2+a_3)-b_8=a_1+a_2+a_3-(a_2+a_3)$
аналогично с другими числами так бы получилось если бы мы точно знали какая сумма является суммой определенных чисел.

Еще если мы сложим все 28 сумм, то получим $7(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8)$. Значит мы можем узнать сумму всех восьми чисел.

Ответ: не получится.

№1. т. к. я не знаю как продемонстрировать рисунок и мой путь решения, то я просто укажу вычисления:

2 – больших треугольника

60 + 96 + 32 + 2 + 48 + 64 + 70 + 72 + 70 + 64 + 54 +

+ 32 + 14 = 672 треугольника

Ответ: 672