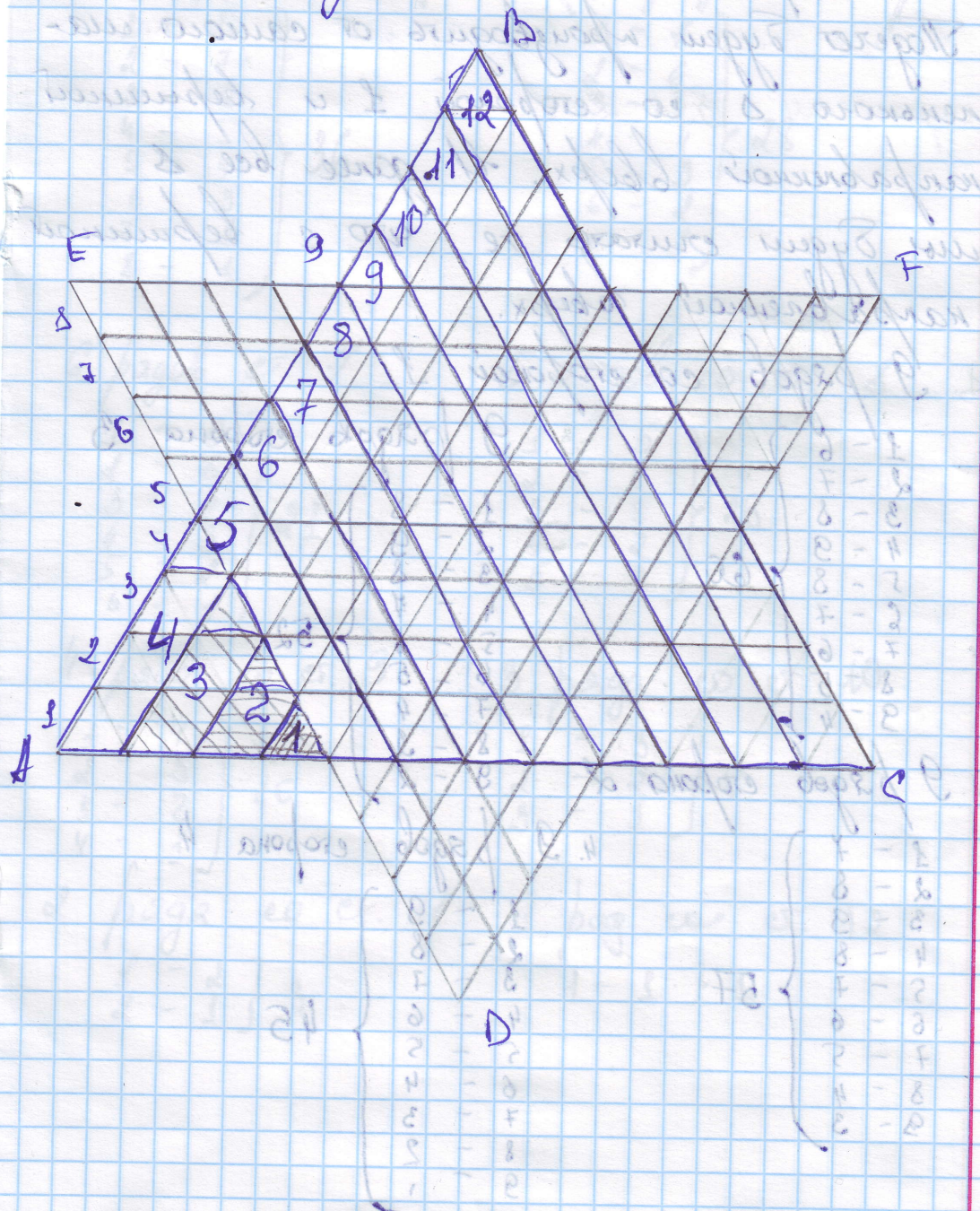


Задача 1



Рассмотрим $\triangle ABC$.

Подсчет будем производить от самого маленького δ со стороны 1 и вершиной направленной вверх. И далее все δ мы будем считать те, что с вершиной направленной вверх.

1. 9 рядов со стороны 1

1	-	6
2	-	7
3	-	8
4	-	9
5	-	8
6	-	7
7	-	6
8	-	5
9	-	4

60

2. 9 рядов сторона 2

1	-	7
2	-	8
3	-	9
4	-	8
5	-	7
6	-	6
7	-	5
8	-	4
9	-	3

57

3. 9 рядов сторона 3

1	-	8
2	-	9
3	-	8
4	-	7
5	-	6
6	-	5
7	-	4
8	-	3
9	-	2

52

4. 9 рядов сторона 4

1	-	9
2	-	8
3	-	7
4	-	6
5	-	5
6	-	4
7	-	3
8	-	2
9	-	1

45

8 pages со страниц 5 7 pages со стр. 6

1	-	8
2	-	7
3	-	6
4	-	5
5	-	4
6	-	3
7	-	2
8	-	1

} 36

1	-	7
2	-	6
3	-	5
4	-	4
5	-	3
6	-	2
7	-	1

} 28

6 pages со стр. 7

1	-	6
2	-	5
3	-	4
4	-	3
5	-	2
6	-	1

} 21

5 pages со стр. 8

1	-	5
2	-	4
3	-	3
4	-	2
5	-	1

} 15

4 pages со стр. 9

1	-	4
2	-	3
3	-	2
4	-	1

} 10

3 pages со стр. 10

1	-	3
2	-	2
3	-	1

} 6

2 pages со стр. 11

1	-	2
2	-	1

} 3

1 page со стр. 12

1 - 1 1 1

Всего ΔABC содержится 334 Δ -ка
 А так как ΔDEF это его зеркальное
 отражение, $334 \cdot 2 = 668$

Задача 2

1. $\sqrt{a}$

2. $\sqrt{b}$

3. $\sqrt{c}$

$$\sqrt{abc} = n$$

16, 25, 36, 49, 64, 81 - все двухзначные квадраты.

После "склеивания" наименьший возможный квадрат: 161616

наибольший возможный квадрат: 818181

Чтобы abc было больше 161616, нужно чтобы число "n" заканчивалось с 4 и было трёхзначным.

Рассмотрим вариант "400"

$400^2 = 160000$ - это, во-первых, меньше 161616, во-вторых заканчивается на "0"

значит n не может заканчиваться на „0“

Рассмотрим число „101“

$$\begin{array}{r} 401 \\ \times 401 \\ \hline 401 \\ 1604 \\ \hline 160801 \end{array}$$

- вывод: число не может заканчиваться на „01“,

т.к. на конце „склеенного“ квадрата могут быть только двухзначные квадраты.

Т.е. число не может заканчиваться и на „02“, „03“, т.к. в итоге на конце „склеенного“ квадрата будут „04“ и „09“.

Значит число не может заканчиваться менее чем на „04“

Рассмотрим число „104“

$$\begin{array}{r} 404 \\ 404 \\ \hline 1616 \\ 1616 \\ \hline 163216 \end{array}$$

- вывод: 2 первые и 2 последние цифры удовлетворяют условию, т.к. являются двухзначными квадратами.

„32“ не удовлетворяет условию, т.к. не является квадратом.

! Заметим, что 32 получается путём удвоения 16.

Предположим, что a — средняя цифра шестизначного квадрата это чётное число, потому что получается путём удвоения. Из всех двухзначных квадратов чётными являются:

16, 36, 64

"16" получается путём удвоения "8" значит:

$$\begin{array}{r} \times \quad * * * \\ \times \quad * * * \\ \hline 8 * * \\ \times * 0 8 \\ \times * 1 6 * * \end{array}$$

Рассмотрим варианты:

$$8 = 4 \cdot 2 \quad ; \quad 8 = 8 \cdot 1$$

402 — не подходит, т.к. заканчивается на "02"

204 — не подходит, т.к. < 400

801 — "01" удовлетворяет условию
 $108 < 400$

! Заметим, чтобы последние 2 числа!
шестиугольного квадрата формировали
точный квадрат, необходимо чтобы в
центре трёхзначного корня стоял "0".

Рассмотрим "36" в центре шестиугольного
квадрата

$$36 : 2 = 18$$

$$18 = 9 \cdot 2$$

$$18 = 6 \cdot 3$$

902, 603 - не подходит, т.к. на концы
стоят "02" и "03"

306 и 209 - не подходит т.к. $\times < 100$

Рассмотрим последний вариант "64"

$$64 : 2 = 32$$

408 · 408 = 166464 - число полностью
удов. условию

804² = 646416 - число полностью удовлет-
воряет условию

Отв.: 166464; 646416

Задание 3

Дано:

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$$

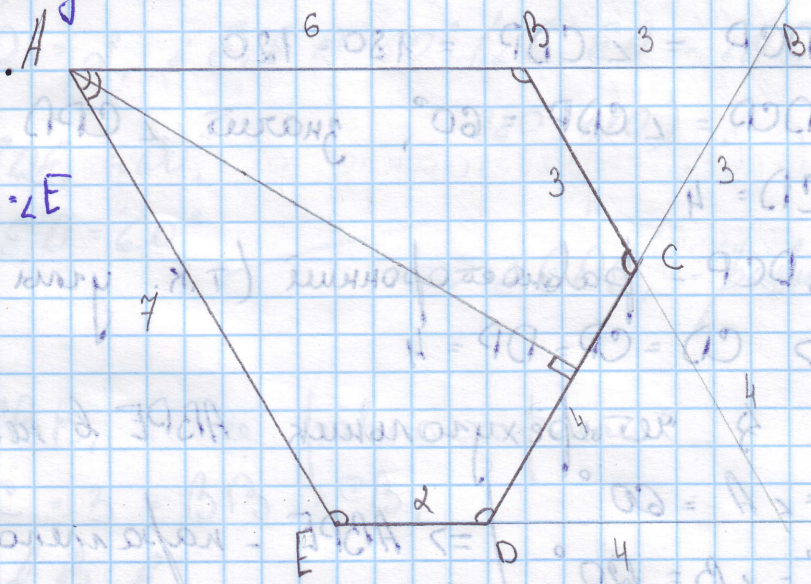
$$AB = 6$$

$$AE = 7$$

$$CD = 4$$

Найти:

$AA_1 = ?$



Решение:

1. Найдём сумму внутр. углов $ABCDE$ по формуле $(n-2) \cdot 180$, где n - кол-во углов $(5-2) \cdot 180 = 540^\circ$

$$\text{Сумма углов } B, C, D, E = 540 - 60 = 480^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 480 : 4 = 120^\circ$$

2. Продолжим луч B через точку C и луч E , через точку D т. P - точка пересечения лучей BC и ED

§ $\triangle DCP$:

$$\angle DCP = \angle CDP = 180 - 120$$

$$\angle DCP = \angle CDP = 60^\circ, \text{ значит } \angle CPD = 60^\circ$$

$$CD = 4$$

$\triangle DCP$ - равносторонний (т.к. углы по 60°),
 $\Rightarrow CD = CP = DP = 4$

3. § четырехугольник $ABPE$ в нем:

$$\angle P = \angle A = 60^\circ$$

$$\angle E = \angle B = 120^\circ$$

$\Rightarrow ABPE$ - параллелограмм



$\Downarrow$

$$AE = BP = 4$$

$$AB = EP = 6$$

$$4. DP = 4$$

$$\text{значит } ED = EP - DP = 6 - 4 = 2$$

$$CD = 4$$

$$\text{значит } EF = BC = BD - 4 = 7 - 4 = 3$$

5. E_1 - точка пересечения AE и CD

B_1 - точка пересечения AB и DC

5.1. $\triangle EDE$,

$$ED = 2, \angle E, ED = 60^\circ (\angle E, EA - \angle AED \Rightarrow$$

$$\angle EDE = 60^\circ$$

$$180 - 120)$$

$$\angle EED = 60^\circ$$

$\Rightarrow \triangle EDE$ - равностор.

5.2. $\triangle CBB$, тоже равносторонний
 $BC = 3 = BB, = CB,$

6. $\triangle AB, E,$

$$AB, = AB + BB, = 6 + 3 = 9$$

$$AE, = AE + EE, = 4 + 2 = 9$$

$$EB, = ED + DC + CB, = 2 + 4 + 3 = 9$$

$$\angle A = 60^\circ, \angle E = 60^\circ, \angle B, = 60^\circ$$

Значит $\triangle AB, E,$ - равносторонний, где

$AA,$ - высота

7. $\triangle AA, E,$

$$\angle AA, E, = 90^\circ$$

$$\angle A, E, A = 60^\circ$$

$$AE, = 9, EA, = \frac{EB,}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AA_1 = \sqrt{AE_1^2 - E_1A_1^2}$$

$$AA_1 = \sqrt{81 - 20,25} = \sqrt{60,75}$$

Ответ: расстояние от А до CD =
 $= \sqrt{60,75}$

Задача 4

$$\frac{x+1}{2019}, \frac{x+2}{2018}, \frac{x+3}{2017}, \dots, \frac{x+2017}{3}$$

$$\frac{x+2018}{2}$$

$$\frac{x+1}{2019} = n_1 \quad 2019n_1 = x+1$$

$$\frac{x+2}{2018} = n_2 \quad 2018n_2 = x+2$$

$$\frac{x+3}{2017} = n_3 \quad 2017n_3 = x+3$$

$$\frac{x+2017}{3} = n_{2017} \quad 3n_{2017} = x+2017$$

$$x = 2019n_1 - 1$$

$$x = 2018n_2 - 2$$

$$x = 2017n_3 - 3$$

$$x = 3n_{2017} - 2017$$

$$x = 2n_{2018} - 2018$$

$$\Rightarrow n_1 = -1$$

при всех $n_1, 2, 3, 4, \dots, 2018 = -1$

$x = -2020 \Rightarrow$ не натуральное

Ответ: не существует

Задание 5

Возьмём произвольный набор действительных чисел:

$$a=1; \quad b=2; \quad c=5; \quad d=-2; \quad e=4; \quad f=3$$

$$g=6 \quad h=0$$

Найдём их попарные суммы:

$$\xi_1 = 1+2=3$$

$$\xi_2 = 1+5=6$$

$$\xi_3 = 1+(-2)=-1$$

$$\xi_4 = 1+4=5$$

$$\xi_5 = 1+3=4$$

$$\xi_6 = 1-6=-5$$

$$\xi_7 = 1+0=1$$

$$\xi_8 = 2+5=7$$

$$\xi_9 = 2-2=0$$

По условию задачи игрок знает только суммы. Допустим он знает их порядок. Т.е. через суммы выдекинь каждое из чисел.

Например: найдены 9

$$x_1 + x_3 - x_2 = 29$$

$$a = \frac{x_1 + x_3 - x_2}{2}$$

$$a = \frac{3+6-7}{2} = 1$$

Но в условии задачи сказано, что первый игрок выписывает цифры в произвольном порядке. Т.е. второй игрок вывести формулу не сможет и определить исходные числа т.к. он не будет знать из каких чисел они составлены. Гарантировано это можно сказать, если знать порядок, а в данном случае нельзя.