Работа 2

№1

Будем считать все $\triangle$ по частям:
для начала начнем с самых мал., сост только из 1 малько $\triangle$:
их:

$4\times6+16\cdot6=96$ $96+24=120$

Будем называть $\triangle$, которые находятся снаружи (большие), которые лежат на стор. 6 внешними.
тогда в камд. внешн $\triangle$ по 4 мал.-$\triangle$ и таких их 6, а в 6-уг. их 96 => всего 120

Теперь посчитаем сколько у нас $\triangle$ со стороной 2 (1 отр счит. за 1 измер)
есть те, кот. сост. из 1 ромба и 2 мал $\triangle$ их:
$3\times6=12$

есть те, что внутри 6-уг.: их
$\frac{(3+4+5+6+7+6+6+5)\cdot6}{3}=72$ Мы разбиваем наш 6-уг. части и считаем в каждой, но т.к. у нас каждый повт. 3, а частей 6, то получ. мы умнож на 2 => получ. 72.
смеш. $\triangle$ (из тех, что во внешн. + те, что внутри 6 уг.
24

теперь со стор. 3
внутри 6-уг.
50

сост из $\triangle$, кот внутри 6-уг. и 1 во внешн. $\triangle$:
24

из 1 ромба и ост. мал. △ из внешн △ + △ из 6уг

18

сост. из 3 ромбов и 3 мал. △.

12

со стор 4

внутри 6-уг.

30

1 △ из внешн. △ + ост. из 6-уг.

24

1 ромб + 2 мал. △ из вн. + ост. из 6уг.

18

3 ромба + ...

12

внутри внешн. △

6

со стор. 5

Теперь только внутри 6-уг.

12

1 мал △ из внешн. △ + ост. △ из 6-уг.

24

3 ромба + мал. △ + ...

12

1 ромб + ...

18

6 ромбов и 4 мал. △ + ...

6

со стор. 6

внутри 6-уг:

2

1 мал. △ из внешн. +...

0

теперь у нас 1△ из одного внешнего △, и ещё из друго-го + △ из 6-уг.

18

теперь 1 ромб и △ из внешн. △ + △ из 6-уг.

18

3 ромба +...

12

с 6 ромбами +...

6

со стор 7

внутри 6-уг:

0

с 1△ в из внешн. △ и друг. △:

17

те, что с 1 ромбом +...

6

с 3 ромбами +...

12

с 6 ромбами +...

6

со стор. 8

с 1 △ из внеш. △

18

с 1 ромб. + ...

6

с 3 р. + ...

~~4~~ –

с 6 ромб.

6

со стор 9

1 мал. △ из вн. + ...

12

~~с 1 ромб.~~

2

с 3 р. + ...

0

с 6 р + ...

0

со стор 10

~~из~~ с $\overset{1}{\triangle}$ из внешн. △

0

с 1 ромб.

12

с 3р.

0

со стор 11

с 3 ромб.

6

со стор. 12

со 6 ромбами:

2

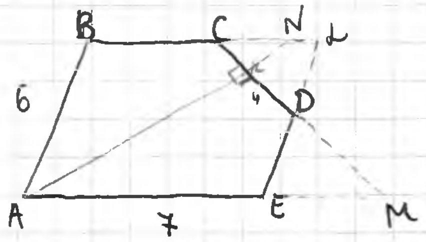
Теперь осталось это всё сложить.

120 + 18 + 72 + 24 + 50 + 24 + 18 + 12 + 30 + 24 +
+ 18 + 12 + 6 + 12 + 24 + 12 + 18 + 6 + 2 + 18 +
+ 18 + 12 + 6 + 17 + 6 + 12 + 6 + 18 + 6 + 6 +
+ 18 + 12 + 6 + 2 = 665

Ответ: 665

~~С27~~

№3



Дано: 5-уг. ABCDE,

$\angle A = 60^\circ$, $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$, $AB = 6$,

$BCD = 4$; $AE = 7$

Найти: $d(A, CD)$

Решение:

1. Провед. $AK \perp CD$; $K \in CD$, а если $AK \perp CD \Rightarrow d(A; CD) = AK$)

2. сумма углов у ABCDE = ~~n(180-2~~ $180^\circ(n-2)$, где n - кол-во углов n-уголн. $\Rightarrow$ у ABCDE сумма углов $= 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$

3. Т.к $\angle A = 60^\circ$, а $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120^\circ$

4. $\angle B = 120^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle A + B = 180^\circ \Rightarrow BC \parallel AE$ при секущ. AB по внутр одностор. и $\angle A = 60^\circ$ и $\angle E = 120^\circ \Rightarrow$ (аналогично) $AB \parallel DE$.

5. Продлим AK и CD, $AK \cap BC = N$, $CD \cap AE = M$

6. Т.к $\angle C = 120^\circ$, а $\angle KCN$ смежный с $\angle C \Rightarrow \angle KCN = 60^\circ \Rightarrow \angle CNK = 30^\circ$ (сумма углов Δ)

7. $\underline{\Delta ABN}$: $\angle BNA = 30^\circ$, $= \angle NAE$ (как внутр. н/л при $BN \parallel AE$ и сек. AN) $\Rightarrow \angle BAN = 30^\circ \Rightarrow \Delta ABN$ - р/б с основ. AN $\Rightarrow AB = BN$, $\Rightarrow BN = 6$

8. Проводим BN и DE, $BN \cap DE = L$

9. $\underline{\Delta CLD}$: $\angle LCD = 60^\circ$, $\angle EDC = 120^\circ \Rightarrow \angle CDL = 60^\circ$ (св-во смежных угл.) $\Rightarrow \angle CLD = 60^\circ$ (сумма углов Δ) $\Rightarrow \Delta CLD$ - равностор $\Rightarrow CL = CD = LD = 4$

10. ABLE-пар-грамм по опр. $\Rightarrow BL = AE = 7$, $CL = 4 \Rightarrow BC = 3$ а т.к. $BN = 6 \Rightarrow CN = 3$

11. $\underline{\Delta CNK}$: $\angle CKN = 90^\circ$, $\angle KNC = 30^\circ \Rightarrow CK = \frac{1}{2} CN = 1{,}5$ (катет лежащ против $\angle = 30^\circ = \frac{1}{2}$ гип.)

12. По теор. Пифагора: (т.к. $\angle CKN = 90^\circ$)

$CK^2 + KN^2 = CN^2$

$1{,}5^2 + KN^2 = 9$, $KN = \sqrt{6{,}75}$

13. $\triangle CNK \sim \triangle MAK$ по 2 углам, $\angle CKN = \angle AKM$ как вертик., $\angle CNK = \angle KAM$ как внутр. н/л при $BC \parallel AE$

$$\Rightarrow \frac{CN}{AM} = \frac{KN}{AK}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{\sqrt{6{,}75}}{AK}$$

$$AK = 3\sqrt{6{,}75} = 4{,}5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow d(A; CD) = 4{,}5\sqrt{3}$$

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$

№2.

$a, b, c \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$

a, b, c — это корни из тех двузначн. чисел, что напис. на доске

т.к. числа на доске 2-значн. $\Rightarrow$ они = либо 4, либо 5, 6, 7, 8, 9.

~~Пусть~~ Тогда:

$$10^4 a^2 + 10^2 b^2 + c^2 = k^2$$

$$10^2(10^2 a^2 + b^2) = k^2 - c^2$$

$$10^2(a^2 10^2 + b^2) = (k-c)(k+c)$$

т.к. $\vdots 10^2 \Rightarrow \vdots 10^2$

1) у k^2 и c^2 одинак. последн. цифра $\Rightarrow$ если $c=4$, то у k^2 последн. цифра 6 $\Rightarrow$ либо k зак. тоже на 4, либо на 6.

2) если $c=5$, то k тоже зак. на 5.

3) если $c=6$, то k либо зак. на 4, либо на 6.

4) если $c=7$, то k тоже закончен. на 7

5) если $c=8$, то k тоже зак. на 8

6) если $c=9$, то k тоже зак. на 9

1) ~~если~~ если $c=4$ и k зак. на 6 $\Rightarrow$ $k+c \vdots 10$, но $k-c \not\vdots 10 \Rightarrow$ $k+c \vdots 100$ $\Rightarrow$ k зак. на 96 $\Rightarrow$ $\underset{6}{(k-c)}(k+c) \vdots 8 \Rightarrow 10^2(10^2a^2+b^2) \vdots 8 \Rightarrow b \vdots 2 \Rightarrow 10^2(10^2a^2+b^2) \vdots 16 \Rightarrow (k-c)(k+c) \vdots 16$

№2 (продолж.) Работа 2

Так же известно, что у квадратов ост. при дел. на 3 либо 0, либо 1, т.к.

a	a^2
0	0
1	1
2	1

=> у нашего числа тоже должно быть либо 0, либо 1.

рассмотрим какие ост. у наших чисел:

16	25	36	49	64	81
1	1	0	1	1	0

поскольку считается делимость числа на 3 по сумме цифр => нам нельзя сост. комбинации, где ост. будет 2.

Если мы составим число из 3 одинак. чисел то его сумма будет вых. так: $a \cdot 3$, где a - квадрат => если $a \vdots 3$ => $a \vdots 9$, но когда у $a \cdot 3$, у тройки при разлож. на прост. множ. будет нечет. степень => не будет яв. кв., а если $a \not\vdots 3$ => $a \cdot 3 \not\vdots 9$ => точно не квадрат.

И так же ~~нет~~ рассмотрим ост при дел. на 9

~~16~~ (mod 9) ≡

16 ≡ 7
25 ≡ 7
36 ≡ 0
49 ≡ 4
64 ≡ 1
81 ≡ 0

и нельзя, чтобы наша сумма $\vdots 3$, но не $\vdots 9$ и тогда ост. огранич. перебор. Если перебрать ост. варианты получ. подходят

166464 и 646416

Ответ. 166464, 646416

№4

Можно разбить утверждения на пары, если вып. 1, то вып. и друг. ~~и наоборот~~ и тогда у нас должно будет вып. 1009 утверждений, а 1009 – число неч. => не получится, чтобы вып. такое число утв., т.к. оно неч.

например:

если $x+1 \vdots 2019$

то $x+2017 \vdots 3$

т.к. тогда $x+1 \vdots 3 \Rightarrow x \pmod 3 \equiv 2$

а $2017 \equiv 1 \Rightarrow x+2017 \vdots 3$

№5

Он сможет увидеть, какая сумма самая маленькая, но если она такая только 1 => больше эти 2 самых мал. числа не повт. больше. Но если есть ещё несколько таких самых мал. сумм или самых больш. => будет повт. либо сам. мал., либо кот. на 2 месте по меньшести. (тоже аналогично с наиб.) и определить точно будет, что это за числа не всегда получится

Ответ: нет.