Задача № 1

Можно заметить, что на рисунке 3 группы по 9 параллельных прямых.

Тогда кол-во способов выбрать 3 прямые, образующие треугольник равно $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$.

Но есть тройки прямых, пересекающихся в одной точке. Их 61 (посчитал)

$729 - 61 = 668$

Ответ: 668

Задача № 2.

Рассмотрим это шестизначное число. Его корень — целое трёхзначное число, т.к

$99 \cdot 99 < \overline{abcdef} < 1000 \cdot 1000$.

Рассмотрим числа вида $\overline{x0y}$

$\overline{x0y} \cdot \overline{x0y} = x^2 \; 2xy \; y^2$

Значит вопрос при каких значениях $3 < x$ и $y < 9$, $2xy$ — полный квадрат.

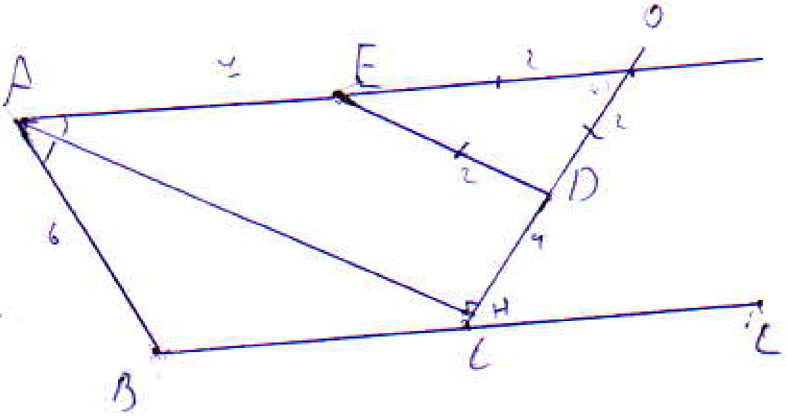
$\left[\begin{array}{l} x=8 \\ y=4 \end{array}\right.$ или $\left[\begin{array}{l} y=4 \\ x=8 \end{array}\right.$ или $\left[\begin{array}{l} x=9 \\ y=8 \end{array}\right.$ или $\left[\begin{array}{l} x=8 \\ y=9 \end{array}\right.$

Но 8 и 9 не подходят, т.к $8 \cdot 9 \cdot 2 = 144 > 100$, а мы искали двузначные числа.

$$\begin{array}{r} 408 \\ \cdot\ 408 \\ \hline 3264 \\ +\ 1632\phantom{00} \\ \hline 166464 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 804 \\ \cdot\ 804 \\ \hline 646416 \end{array}$$

Ответ: 166464 и 646416

Задача № 3.




Дано: $\angle A = 60^\circ$
$\angle E = \angle D = \angle C = \angle B = 120^\circ$

$AB = 6$ ; $EA = 4$
$CD = 4$

Найти: $CH$

ДП: $AE \cap CD = O$

$AO \parallel BC$, т.к. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ — внутр. односторонние углы.

$\angle CAB = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ (по сумме углов 4-угольн.)

$\angle CAO = 30^\circ$ (из доказ.)

$\angle AOH = 90^\circ - \angle CAO = 60^\circ$ (по теор. о сумме углов прямоуг. тр.)

$\angle OEP = \angle EPO = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (как смежные) =>

=> $\triangle OED$ — равносторонний (все углы по $60^\circ$)

$ABCO$ — равнобокая трапеция (равны углы при осн.) =>

=> $OC = 6$ => $OD = OC - DC = 2$

~~$HO$ —~~

$HO = \frac{1}{2} AO = 4,5$ (по в. прямоуг. Δ).

$9^2 = AH^2 + 4,5^2$ (по т. Пифагора.

$AH = \sqrt{60,75} = \frac{\sqrt{6075}}{10} = \frac{5\sqrt{243}}{10} = 0,5\sqrt{243}$

Ответ: $0,5\sqrt{243}$