

Задача 1.

Заметим, что каждый треугольник имеет вертикальную сторону и направление либо влево, либо вправо от нее.

Посчитаем кол-во оснований треугольников, таких что существует треугольник направленный вправо от основания.

А из-за симметричности картинки всего треугольников в два раза больше, т.е.

На одном основании и направлении может быть построено не более одного треугольника, т.к. в противном случае и они не равны прилежащие углы, а тогда какой-то из углов не равен 60° , а тогда сумма прилежащих ~~равна~~ равна или больше 180° — противоречие.

Посчитаем кол-во вариантов на первых четырех столбцах:

$$\begin{array}{l}
 + \quad 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 \cdot 3 \\
 + \quad 3 + 4 + 5 + \dots + 9 + 9 \cdot 2 \\
 + \quad 2 + 3 + 4 + \dots + 9 + 9 \\
 + \quad 1 + 2 + 3 + \dots + 9
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{array}} \right\} = 9 \cdot 6 + (1+2+3+4+\dots+9) \cdot 4 - 3 \cdot (2 \cdot 2) - (1 \cdot 3) = \\
 = 9 \cdot 6 + 45 \cdot 4 - 10$$

Посчитаем на оставшихся:

$$\frac{9 \cdot 8}{2} + \frac{8 \cdot 7}{2} + \frac{7 \cdot 6}{2} + \dots + \frac{5 \cdot 4}{2}$$

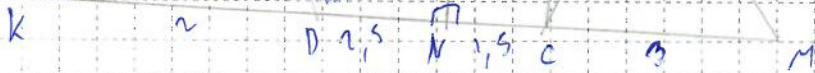
Сложим, получим на 2 и получим все варианты:

$$2(9 \cdot 6 + 45 \cdot 4) - 20 + \left(\frac{9 \cdot 8}{2} + \frac{8 \cdot 7}{2} + \dots + \frac{5 \cdot 4}{2} \right) \cdot 2 =$$

$$= 18 \cdot 6 + 45 \cdot 8 - 20 + 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 + \dots + 5 \cdot 4 = 18 \cdot 6 + 45 \cdot 8 - 20 + 8(9+7) + 6(7+5) + 5 \cdot 4 = 18 \cdot 6 + 45 \cdot 8 + 8 \cdot 16 + 6 \cdot 12 = 108 + 360 + 128 + 72 = 668$$

Ответ: всего 668 вариантов.

A



Hämmu:

Tem-e

Сумма углов в треугольнике равна $360^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle EAN = 360 - 90 - 120 - 120 = 30^\circ = \angle BAN$

Δ KED - παρόμοια $\Rightarrow KE = ED = KD$

$$\left. \begin{array}{l} \angle KAM = 60^\circ \\ \angle AKM = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AMO = 60^\circ \Rightarrow$$

Jika $k \in \mathbb{Q}$, maka $A_k = F \cdot \alpha = A_{1 \cdot k}$.

$$\angle CBM = \angle BCM = 180 - \angle ABC (\text{смежн}) = 60^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Delta CBM$ - равност. $\rightarrow BM = BC = CM = a_{11}$

$$KM = AK = 7 + a = 4 + 1 + 2a \Rightarrow a = 2$$

$$k = 1 + a = 9$$

$$\angle KAH = 30^\circ$$

$$\angle ANK = 90^\circ$$

$$\Rightarrow KN = 4,5 \Rightarrow DN = 4,5 - 2 = 2,5$$

$$NC = DC - DN = 4 - 2,5 = 1,5$$

$$\angle ABQ = 180 - \angle BAQ - \angle AQB = 60^\circ \Rightarrow AQ = AB \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$$

$$\angle QBC = \angle ABC - \angle ABQ = 120 - 60 = 60^\circ \Rightarrow \angle PCB = 30^\circ$$

$$\angle PBC = 60^\circ$$

$$BC = 3$$

$$\Rightarrow PC = \sin 60^\circ \cdot 3 = 3\sqrt{3}$$

$$\angle NQP = \angle CPQ \Rightarrow$$

$$\angle NQP = \angle QPC = \angle QNC = 90^\circ \Rightarrow QPCN - \text{прямоугольник} \Rightarrow QN = PC = 3\sqrt{3}$$

$$AN = AQ + QN = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \neq$$

Задача 4.

Пусть $x + (2020 - k) : k \Rightarrow x + 2020 - k \equiv 0 \pmod k \Rightarrow x + 2020 \equiv 0 \pmod k$, т.е. $x \equiv -2020 \pmod k$

Заметим, что число $-2020 \equiv -2020$, где k от 2 до 2019, но нам нужно найти такое x , что верна ровно половина всех утверждений.

Пусть x - н.ч. и для всех нечетных k $x \equiv -2020$. Заметим, что это нам подходит, т.к. для всех четных k $x \not\equiv -2020$, т.к. тогда это было бы четным, а x - нечетное. Значит, для н.ч. k - все верно, а для ч. k - неверно $\Rightarrow$ ровно половина верна.

Такое x существует. Это $-2020 + 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 2019 = (2019! \cdot 1009!) - 2020$.
где $1009!$ - произведение всех четных
 Это число нечетно, т.к. -2020 - четно, а $(2019! \cdot 1009!)$ - нечетно.

И x для всех н.ч. k от 3 до 2019 равен $-2020 + k \cdot n$, где n - натуральное.
 $x \equiv -2020 \pmod k$ для всех н.ч. k , то есть мы нашли такое число.

Задача 5.

Нет, не всегда.

Возьмём 2 набора чисел:

1) 1 3 4 4 6 6 7 9

2) 2 2 3 5 5 7 8 8

Выпишем все попарные суммы каждого:

1) $\overbrace{4, 5, 5, 7, 7, 8, 10}^{\text{с единицей}}$ $\overbrace{7, 7, 9, 9, 10, 12}^{\text{с тройкой}}$ $\overbrace{8, 10, 10, 11, 13}^{\text{с четвёркой}}$
 $\overbrace{8, 10, 10, 11}^{\text{с пятеркой}}$ $\overbrace{12, 13, 15}^{\text{с шестёркой}}$ $\overbrace{13, 15, 16}^{\text{с семёркой}}$

2) $\overbrace{4, 5, 7, 7, 9, 10, 10}^{\text{с единицей}}$ $\overbrace{5, 7, 7, 9, 10, 10}^{\text{с тройкой}}$ $\overbrace{8, 8, 10, 11, 11}^{\text{с четвёркой}}$ $\overbrace{10, 12, 13, 13}^{\text{с пятеркой}}$
 $\overbrace{12, 13, 13}^{\text{с шестёркой}}$ $\overbrace{15, 15, 16}^{\text{с семёркой}}$

Заметим, что они равны, т.к. в каждом всего:

4 - 1.

5 - 2.

7 - 4.

8 - 2.

9 - 2.

10 - 6.

11 - 2.

12 - 2.

13 - 4.

15 - 2.

16 - 1.

Наборы одинаковы, значит эти два варианта не отличимы. 6

а, следовательно, различить их нельзя и нельзя гарантированно
определить исходные числа.