

№ 1

Здесь есть только правильные Δ -ки со сторонами от 1 до 12.

Со стор. 12 — $1 \cdot 2 = 2$

11 — $3 \cdot 2 = 6$

10 — $6 \cdot 2 = 12$

9 — $10 \cdot 2 = 20$

8 — $15 \cdot 2 = 30$

7 — $21 \cdot 2 = 42$

6 — $28 \cdot 2 = 56$

5 — $36 \cdot 2 = 72$

4 — $45 \cdot 2 = 90$

До этого момента, если представить картинку как 2 Δ -ки со стор. 12, можно их групп на групп, можно было считать Δ -ки в каждой из больших только со сторонами, параллельными сторонам большого, а затем умножить на 2 (все Δ -ки, у которых стороны паралл. стор. большого, входят в подсчет в группах большого Δ -ки).

Со стор. 3 возможно (если бы были проведены все линии в Δ -ках, паралл. сторонам) $55 \cdot 2$, но из-за отсутствия нек-рых линий в каждой из 6-ти частей не на пересечении „пропадает“ по 1-му Δ -ку. $\Rightarrow$ со стор. 3 — 106.

Со стор. 2 возможно $66 \cdot 2$, „пропадает“ $(3 \cdot 6 = 18)$. Остается 114.

Мы не считали Δ -ки со стор. 3 и 2,

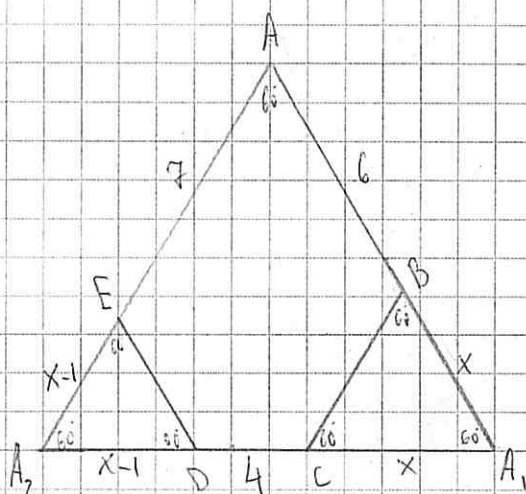
паралл. стор. Δ -ки,

в каком они не находится, находящиеся в 6-ти частях не на пересечении. Но и в конечном подсчете их не будет из-за отсутствия линий, поэтому про них можно забыть.

Со стор. 1 — $4 \cdot 6 + 18 \cdot 2 = 120$. В сумме всех 652

Ответ: 652.

№ 3



Дано: 5-угольник $ABCDE$, $\angle A = 60^\circ$,
 $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$, $AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$.

Найти: расст. от A до пр. DC .

Решение:

$$1. \sum \text{углов } 5\text{-угла} = 540^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540 - 60}{4} = 120^\circ$$

2. Продлим AB за B и AE за E

до перес. с пр. CD — T, A_1 и A_2 .

$$3. \angle A_1BC = \angle A_1CB = \angle A_2ED = \angle A_2DE \Rightarrow 60^\circ \text{ (как смежные со } 120^\circ) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle A_1 = \angle A_2 = 60^\circ \Rightarrow \triangle AA_1A_2$ — равносторонний, $\triangle A_2ED$ и $\triangle A_1BC$ — тоже.

$$4. \text{Пусть } AB = x. \text{ Тогда } A_2E = 6 + x - 7 \text{ (т.к. } AA_1 = AA_2) = x - 1.$$

$$5. AB = AC = x, A_2E = A_2D = x - 1 \Rightarrow A_1A_2 = 4 + x + x - 1.$$

$$6. AA_1 = AA_2 \Rightarrow 6 + x = 2x + 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow AA_1 = 6 + 3 = 9.$$

$$7. \text{Расст. от } A \text{ до } CD \text{ — высота в рав. } \triangle AA_1A_2 \text{ со ст. } 9 \Rightarrow \text{высота} = \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{2} = \sqrt{3} \cdot 4,5.$$

Ответ: $\sqrt{3} \cdot 4,5$.

№ 5

Если красная может отпадать одна, то, значит, 28 млн суммам соответствует максимум 2 различных набора чисел. Предположим, это возможно. Возьмем 2 таких набора и запишем в порядке убывания.

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5 \leq a_6 \leq a_7 \leq a_8$$

$$b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq b_5 \leq b_6 \leq b_7 \leq b_8$$

Если записать в порядке убывания суммы, то первая будет $a_1 + a_8$ (сумма с наименьшими индексами из одного набора). Пусть $a_1 \leq b_1$. Тогда наим.

$$\text{сумма первого набора должна совпадать с наим. второго. } a_1 + a_8 = b_1 + b_8 \Rightarrow a_2 \geq b_2.$$

Следующая по величине сумма — $c_1 + c_3$. Значит, $a_1 + a_3 = b_1 + b_3$, $a_1 \leq b_1 \Rightarrow a_3 \geq b_3$.
 Следующая сумма — $c_2 + c_3$ или $c_1 + c_4$. Если $a_2 + a_3 = b_2 + b_3$, то $a_2 = b_2$,
 $a_3 = b_3 \Rightarrow a_1 = b_1$, и тогда $a_1 + a_4 = b_1 + b_4 \Rightarrow b_4 = b_4$. Тогда все можно отбросить
 первые 4 числа в наборах (они одинаковы в разных наборах) и провести
 те же рассуждения с оставшимися 4-мя. Тогда $a_6 + a_7 = b_6 + b_7$ (тогда
 наборы одинаковы) $\rightarrow a_6 + b_6 = a_6 + a_7 = b_6 + b_7$. Рассуждения те же, если
 $a_2 + a_3 \neq b_2 + b_3 \Rightarrow a_2 + a_7 = b_1 + b_4$. $a_2 \geq b_1 \Rightarrow a_7 \leq b_4 \Rightarrow b_4 \geq a_4$. Тогда $b_2 + b_3$
 должно быть равно $a_1 + a_4$. $b_2 \geq a_1$, $b_3 \leq a_4$. Затем $a_1 + a_5 = b_2 + b_3$ или $b_1 + b_5$.
 Продолжая рассуждения, получим, что $a_7 \geq b_7$, $a_8 \geq b_8$ в обоих случаях.
 Но $c_7 + c_8$ — наиб. сумма $\Rightarrow a_4 + a_8 = b_7 + b_8$. Но это возможно только в случае,
 если наборы равны.

5

Если игра не может определить числа, значит, существуют хотя бы 2 набора
 чисел, к-ым соответствуют один и те же 28 сумм. Рассмотрел наборы:

1, 2, 3, 6, 7, 10, 11, 12 и 0, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 13

Если выписать в подходящем порядке все суммы одного набора и все
 суммы другого, то получим одно и то же.

Ответ: нет.

4

Возьмем $x = 2019 \cdot 2017 \cdot 2015 \cdot \dots \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 - 2020$.

Тогда никакие утверждения $x + 2k : 2020 - 2k$ не верны, т.к. $x + 2k$ — чет., а
 $2020 - 2k$ — чет.

Все утвержд. про $x + y : 2020 - y$ верны, т.к. $x = (2020 - y)z - 2020 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x + y = (2020 - y)z - 2020 + y = (2020 - y)(z - 1) : 2020 - y$. Эти утвержд. верно 1009,
 т.е. половина.

Ответ: да.

√ 2

Были написаны a^2, b^2, c^2 . После "сжиивания" стало так

$\overline{a^2 b^2 c^2} = 10000a^2 + 100b^2 + c^2 = (100a)^2 + (10b)^2 + c^2$. Сумма трёх квадратов должна быть равна четвёртому квадрату.

$a, b, c \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Это невозможно.

Ответ: никакие.