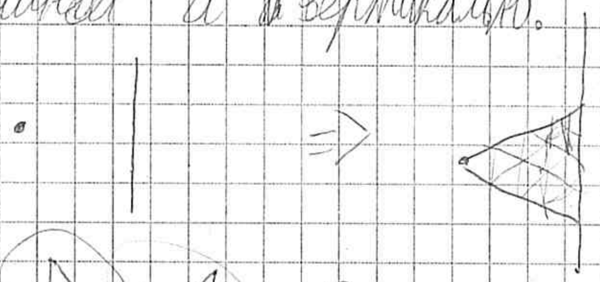
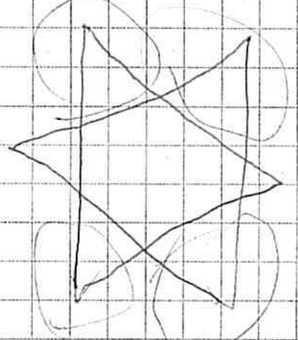
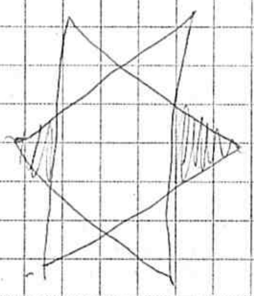
1/1

Давайте будем задавать треугольник вершиной и вертикалью.





Заметим, что в обведённых треугольниках мы не можем взять для такого угла вершину, т.к. из неё выходит только 2 прямые, одна из которых уже вертикаль.



Если мы выберем одну из 20 вершин двух покрашенных треугольников, то к ней мы можем взять любую из 13 вертикалей. 20×13

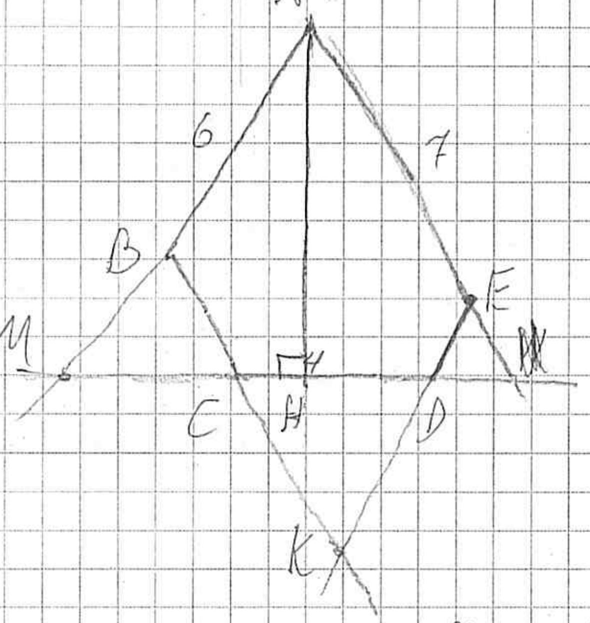
Если же мы выберем одну из вершин центрального шестиугольника, к ней подойдут все вертикали, кроме той на которой она сама стоит. 61×12.

Очевидно что мы не выберем ни один треугольник дважды, т.к. ~~у них~~ треугольник однозначно задаётся вершиной углом и прямой.

Также мы разобрали все вершины, а значит все треугольники.

Ответ: 20·13+61·12

№ 3



Дано:
$\angle A = 60^\circ$ $\quad \angle B = \angle C = \angle D = \angle E$
$AB = 6$ $\quad CD = 4$
$AE = 7$
Найти: Расстояние от A до CD
Решение

Сумма углов 5-уг. $= 540^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540-60}{4} = 120^\circ$
Продлим BC и ED до K
Продлим DC и AB до M
~~Продлим CD и AE до N~~

$\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow AE \parallel BC$
$\angle A + \angle E = 180 \Rightarrow AB \parallel ED$
$\Rightarrow AEKB$ − параллелограмм $\Rightarrow \angle K = \angle A = 60^\circ$

$\angle KCD = 180^\circ - \angle C = 60^\circ$
$\angle K = 60^\circ$
$\Rightarrow \triangle KCD$ − равносторонний $\Rightarrow KC = 4$

$BC = KB - 4 = AE - 4 = 3$

$BC \parallel AE \Rightarrow \angle MBC = \angle A = 60^\circ$
$\angle MCB = 180^\circ - \angle C = 60^\circ$
$\Rightarrow \triangle MBC$ − равност. $\Rightarrow \angle M = 60^\circ$
$MB = 3$

$AB = 6$
$MB = 3$
Опустим на CD перпенд AH
$\angle M = 60^\circ$
$\angle MHA = 90^\circ$
$\Rightarrow AH = \frac{AM}{2} \cdot \sqrt{3} = 4{,}5\sqrt{3}$

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$

№4

Да. ~~2020~~ ~~2019~~ $x = 2019 \cdot 2017 \cdot 2015 \cdot 2013 \cdot \ldots \cdot 3 - 2020$, ~~тогда~~ тк $x \underset{2}{\equiv} 1 \Rightarrow$ чётная половина утверждений неверна, т.к. $x + 2n \underset{2}{\equiv} 1$.

Взглянем на нечётную. нам необходимо, чтобы

$$x + 2k+1 \underset{2^{2020-2k-1}}{\equiv} 0 \Rightarrow x + 2020 \underset{2020-2k-1}{\equiv} 0$$ $+2020-2k-1$, что очевидно верно.

№5

Не всегда. ~~Рассмотрим~~ набор

3, 4, 2, 2, 3, 5, 3, 5, сумма в нём:

6, 4, 4, 5, 7, 4, 7, 6, 6, 7, 9, 9, 9, 4, 5, 7, 7, 7, 5, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 10, 10, 10

А теперь набор:

3, 3, 3, 1, 4, 4, 6, 4. суммы в нём:

6, 6, 9, 7, 7, 9, 7, 6, 4, 7, 7, 9, 7, 4, ~~10~~ 7, 7, 9, 4, 5, 5, 5, 5, 8, ~~10~~ 10, 8, 10, 8, 10

Заметим, что наборы ~~одинаковые, а суммы — п~~ разные, а суммы — одинаковые, значит отличить их невозможно.

№2

пусть получилось число ~~n~~ n^2, тогда $a, b, c \in N$

$10000a^2 + 100b^2 + c^2 = n^2$

$(100a)^2 + 100b^2 + c^2 = n^2$ пусть $n = 100a + k$

$(100a)^2 + 100b^2 + c^2 = (100a)^2 + 200ak + k^2$

$100b^2 + c^2 = 200ak + k^2$

Заметим, что $c^2 \underset{100}{\equiv} k^2$, ~~а~~ $c < 10 \Rightarrow k \geq c$, т.к. среди чисел 1–10 нет совпад. остатков по мод. 100.

$k^2 \geq c^2 \Rightarrow 100b^2 \geq 200ak$

$b \leq 9$

$a \geq 4$ (т.к. 3^2 - однозначное)

$8100 \geq 800k \Rightarrow k < 11 \Rightarrow k \leq 10 \Rightarrow k = c$

$c^2 + 200ca = c^2 + 100b^2$

$2ca = b^2$

$b^2 \vdots 2 \Rightarrow b \vdots 2$

$c \geq 4$, $a \geq 4$ $\Rightarrow b^2 \geq 32 \Rightarrow b \geq 6$; $b \leq 9$ $\Rightarrow b = 6, 8$

Если $b = 8$

$2ca = 64$, $c \geq 4$, $a \geq 4$ $\Rightarrow$ $c = 8$ $a = 4$ или $c = 4$ $a = 8$

$166464 = 408^2$

$646416 = 804^2$

Если $b = 6$

$2ca = 36$ $\quad ca = 18$

$c \geq 4$, $a \geq 4$ $\quad$ хотя бы одно из них < 5, иначе $ca \geq 25$

Значит одно из них ≥ 4, но < 5 значит одно $= 4$, значит другое $= 4{,}5$, но такого не бывает.

Ответ: 166464
646416