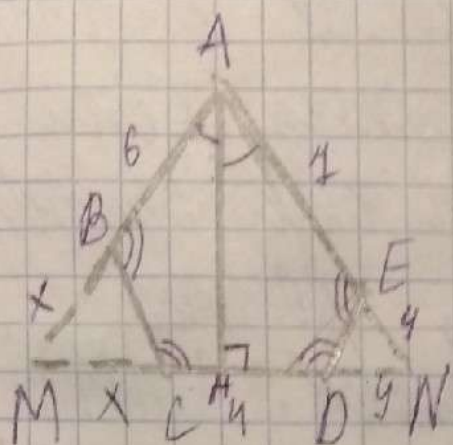




N 3

Дано: $AB = 6$, $AE = 4$,
 $CD = 4$, $\angle A = 60^\circ$,
 $\angle E = \angle D = \angle C = \angle B$.

Найти: AH

Решение

Расстояние от точки до
 прямой измеряется по перпендикуляру,
 значит $\angle AHD = 90^\circ$.

Сумма углов выпуклого
 n -угольника равна: $(n-2) \cdot 180^\circ$.

Значит, сумма углов $ABLDE =$
 $= (5-2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$.

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = (540^\circ - \angle A) : 4 =$
 $= (540^\circ - 60^\circ) : 4 = 480^\circ : 4 = 120^\circ$

Сумма углов в $ABCH$ равна
 $(4-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$; $\Rightarrow \angle BAH = 360^\circ -$
 $-\angle AHC - \angle HCB - \angle CBA = 360^\circ - 90^\circ -$
 $120^\circ - 120^\circ = 30^\circ$

$\angle HAE = \angle A - \angle BAH = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

Значит, AH является и высотой,
и биссектрисой. Поэтому если
продлить до пересечения стороны
 AB и CD ; AE и CD , то мы
получим равносторонний $\triangle AMN$.

Давайте рассмотрим $\triangle BMC$.
 $\angle M = 60^\circ$. $\angle MBC = 180^\circ - \angle CBA =$
 $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \angle M = \angle MBC =$
 $= \angle MCB = 60^\circ$. Значит, $\triangle BMC$
тоже равносторонний. Пусть $MC = x$.

Аналогичная ситуация с
 $\triangle DEN$. Пусть $DN = y$.

Составим ур-е:

$$6 + x = x + 4 + y = 4 + y$$

$$6 = 4 + y$$

$$y = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$AM = MN = AN = 3 + 4 + 2 = 9$$

AHN — прямоугольный треугольник.
По теореме Пифагора:

$$AH^2 + HN^2 = AN^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AN^2 - NH^2}$$

$$AH = \sqrt{3}$$

$$= 9$$

$$\begin{aligned}
 AH &= \sqrt{AN^2 - NH^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{81 - \frac{81}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{324 - 81}{4}} = \sqrt{9^2 - \frac{9^2}{2^2}} = \sqrt{9^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)} = \\
 &= 9\sqrt{\frac{3}{4}} = 4,5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Answer: } 4,5\sqrt{3}$$

№ 4

В задачах такого типа
очень часто используется факториал
для определения значения x .

Кроме того, x должен быть
нечётным, чтобы он делился равно
на половину из этих утверждений.
Т.е. x будет делиться на
"нечётные" утверждения и не
будет кратен "чётным" утверждениям.

Кроме того, во всех утверждениях
есть инвариант, а именно $S = 2020$.

Т.е., $x+1 : 2019$ ($1+2019=2020$);

$x+2 : 2018$ ($2+2018=2020$) и т.д.

Приняв во внимание эти
обстоятельства, мы можем сказать,
что $x = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2015 \cdot 2017 \cdot 2019$.

Однако, если оставить x в такой
виде, то $x+1 \nmid 2019$, $x+3 \nmid 2017$
и т.д. Поэтому, x должен

быть равен:

$$x = 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2017 \cdot 2019 - 2020.$$

Плюс x будет: "нечетным"
ум-яч и не будет кратен
"четным" ум-яч.
Условие выполнено.

Ответ: да, существует

зам
сд,

аб

сд

е

па

аб

+ сд.

гвиз
лом

16,

4²,

4≤

mm

к у

N 2

Пусть числа которые
задавали ученики равные ab ,
 cd , ef . Значит, по условию:

$$ab = x^2$$

$$cd = y^2$$

$$ef = z^2$$

Получившееся число будет равно:

$$\overline{abcdef} = \overline{ab0000} + \overline{cd00} + ef = ab \cdot 100^2 +$$

$$+ cd \cdot 10^2 + ef = x^2 \cdot 100^2 + y^2 \cdot 10^2 + z^2 = t^2$$

Причем, $x, y, z, t \in \mathbb{N}$. Все
двузначные числа, которые
являются точными квадратами:

16, 25, 36, 49, 64, 81; т.е.

$4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2$. Поэтому,

$$4 \leq x, y, z \leq 9$$

Из этих чисел можно составить
много 2-х шестизначных чисел, подходящих
к условию: 166464, 646416

Amber: 2 uua

N 5

Нет, не всегда. Например,
есть следующие 2 набора, которые
дают одинаковые суммы:

I) 4; 5; 5; 5; 4; 4; 4; 2

II) 3; 3; 3; 4; 5; 6; 6; 8.

Тогда все суммы (S) в наборах
будут одинаковые, т.е. из I набора:
 $4 + 5 = 12$, а из IIго: $6 + 6 = 12$;

S(I наб.)

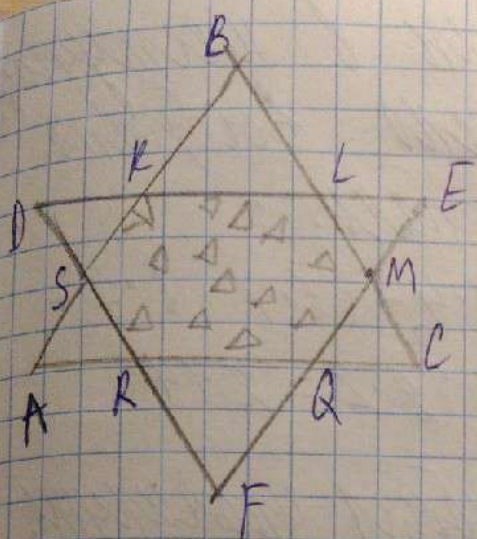
S(II наб.)

12; 12; 12; 11; 11;	6; 6; 4; 4; 4; 9;
11; 9; 10; 10; 9;	8; 8; 11; 11; 11; 10;
9; 9; 4; 10; 9; 9;	10; 10; 12; 12; 12;
9; 4; 9; 9; 9; 8;	9; 9; 9; 9; 9; 9;
8; 6; 4; 6; 8; 6;	9; 8; 9; 6.

Противоречие. Значит, некоторые
наборы могут иметь одни и те же суммы.

Значит, не всегда возможно
определить исходные числа.

Ответ: не всегда



Давайте назовём точки пересечения
некоторых линий вершинами (см. рис.)

В данной фигуре есть несколько
типов треугольников.

Рассмотрим следующий
вид Δ . Пусть одна из вершин
находится ^{внутри} где-то в $SBMR$,
а две другие (основания)
на AC . ($AC \parallel DE$). В ΔBRL можно
выбрать вершину 9-ю способами:

$$1 \cdot 9 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 9 = 9(1+2+3+4) =$$

$$= 9 \cdot 10 = 90 \text{ способов.}$$

Для всех вершин в шестигр.
(R S K L M Q) возможно выбрать
основание 9-н способами:

$$6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + (6 \cdot 7 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 5 + 5 \cdot 8) = 20 + 60 + 82 \cdot 2 = 244$$

При подсчёте забыли упомянуть,
что в 1-ом случае нельзя забывать,
что на KL не могут лежать
вершины (именно вершины, а не
основания), а во 2-ом случае
то же самое только с RQ.

$$244 + 90 = 334 \Delta$$

Однако, мы посчитали все Δ
в SBMRQ, но не рассмотрели,
что будет если их перевернуть;

$$334 \cdot 2 = 668$$

Ответ: 668.