1

primer cuervo : 100 gramos

segundo cuervo = 200 gramos

$100 - n = x$

(n = parte que le robo el zorro)

$200 - m = x/2$

(m = parte que le robo el zorro)

$m = 3n$

zorro se comió = $4n$

$100 - n = x$

$200 - 3n = x/2$

$300 - 4n = 1.5x$

$n = 50$

$100 - 50 = 50$

$200 - 150 = 50$ ×

$n = 75$

$100 - 75 = 25$

$200 - 225 = -25$ ×

$n < 66$

porque si fuese mayor a 66, $200 - 3n \not> 0$

$n = 60$

$100 - 60 = 40$ ✓

$200 - 180 = 20$

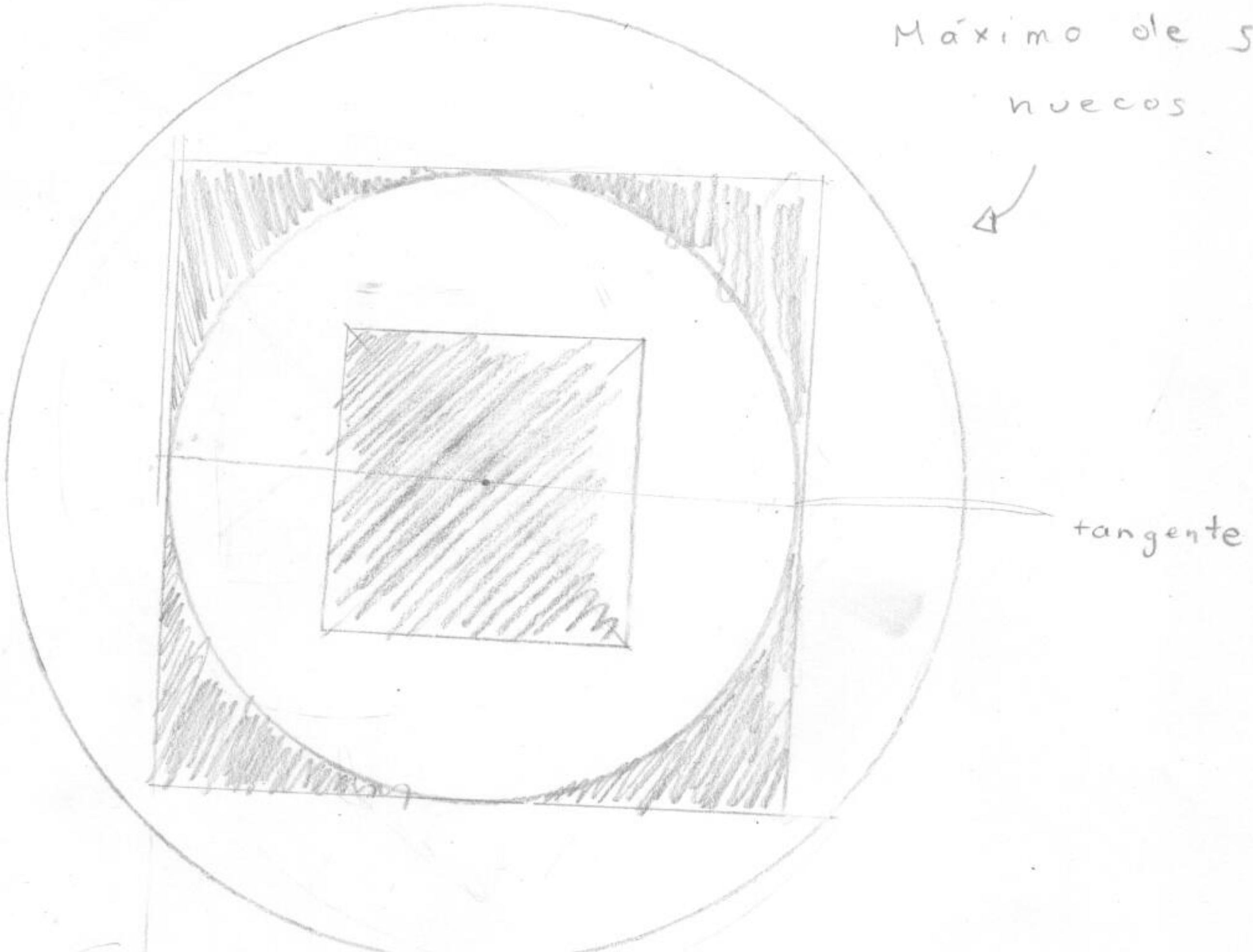
⇓

$4n = 240$ g

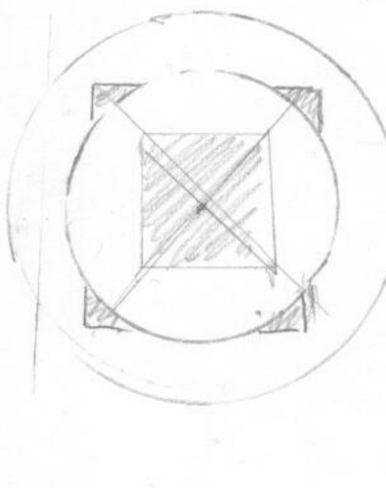
240 g

Lo que hice para resolver este problema fue: primero me di cuenta que n tenía que ser mayor a 50 para que el primer zorro hubiera comido más que el segundo, y n tenía que ser menor a 66 para que al multiplicarse por 3 y eso restarsele a 200, diera un número positivo, entonces probé con el caso de $n = 60$ y ese dió. Por lo que el zorro comió $4n$ gramos de queso o sea 240.

(2)

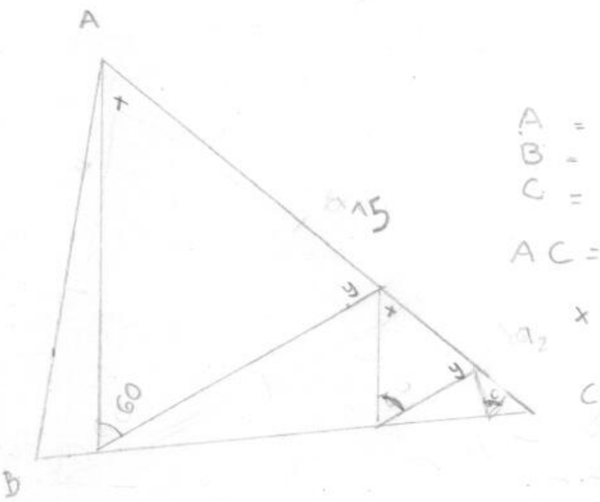


No puede haber una figura con más de 5 huecos porque al mover cualquiera de los dos anillos extraños el cuadrado del anillo más grande ya no inscribiría al otro anillo por lo que ya los lados del cuadrado no serían tangentes al círculo y entonces dos o más huecos se unirían y se harían menos de 5 huecos,

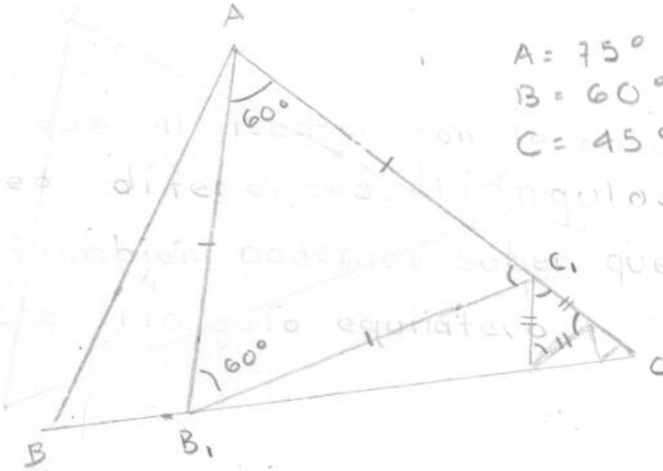


Otro caso es en el que ~~dos~~ círculo y el cuadrado no son tangentes, pero el círculo separa al cuadrado en 4, pero en este caso si también se mueve cualquier anillo, los huecos se unirán

③



$A = 75°$
$B = 60°$
$C = 45°$
$AC = 5$
$x + y = 120$



$A: 75°$
$B = 60°$
$C = 45°$

$AB_1 + B_1C_1 = 2AC$

Podrá la mosca recorrer más de 9.9 metros?

En el caso en el que la mosca crea solo triángulos equilateros entonces recorrerá siempre el doble de la distancia entre los dos puntos de rebote sobre el lado AC, por lo que si la mosca siguiera su curso, rebotando y girando 60° infinitamente eventualmente llegaría al punto C, por lo que la suma de las distancias entre los rebotes sobre AC daría 5, y la distancia recorrida por la mosca será 10, pero esto nunca pasará, pero la distancia se acercaría mucho a 10 y sobrepasaría los 9.9 metros.

(4)

$$\overline{a^2 b^2 c^2} = x^2$$

a^2, b^2, c^2 dos cifras

Cuadrados de dos cifras

16 = 7 49 = 13
25 = 7 64 = 10 →
36 = 9 81 = 9

Diferentes casos:

$3^2 | \cancel{x}^2$

162549
164925
251649
254916
491625
492516

$5^2 | x^2$

$\overline{abcd25}$

Empiezan con 16

161616
161625
...
168181

$\sqrt{160,000} = 400$

$401^2 = 16\cancel{0}801$
$402^2 = \boxed{161604}$
$403^2 = 162409$
$404^4 = 163216$
$405^2 = 164025$
$406^2 = 164836$
$407^2 = 165649$
$408^2 = \boxed{166464}$
$409^2 = 167281$
$410^2 = \boxed{168100}$

Empezando con 25

251616 ... 258181
251625

$\sqrt{250,000} = 500^2$

$501^2 = 251,001$
$502^2 = 252,004$
$503^2 = 253,009$
$504^2 = 254016$
$505^2 = 255025$
$506^2 = 256036$
$507^2 = 257049$
$508^2 = 258064$

Empezando con 36

$\sqrt{360,000} = 600$

$601^2 = 361,201$
$602^2 = 362404$
$603^2 = \boxed{363609}$
$604^2 = 364816$
$605^2 = 366025$
$606^2 = 367236$
$607^2 = 368449$

Empezando con 49

$\sqrt{490,000} = 700$

$701^2 = 491401$
$702^2 = 492804$
$703^2 = 494209$
$704^2 = 495616$
$705^2 = 497025$
$706^2 = 498436$

Empezando con 64

$\sqrt{640,000} = 800$

$801^2 = 641601$
$802^2 = 643204$
$803^2 = 644809$
$804^2 = \boxed{646416}$
$805^2 = 648025$

Empezando con 81

$\sqrt{810,000} = 900$

$901^2 = 811801$
$902^2 = 813604$
$903^2 = 815409$
$904^2 = 817216$
$905^2 = 819025$

$\boxed{\begin{matrix} 166464 \\ 646416 \end{matrix}}$

Si contamos como cuadrados 00, 01, 04, 09

||

161604	160,000
166464	250,000
168100	360,000
363609	640,000
646416	490,000
813604	810,000

Lo que hice para resolver el problema fue probar los menores casos posibles, por lo que fui probando primero todos los cuadrados de 6 cifras empezando con los que empezarán con 16 o 400^2 hasta excederme del máximo cuadrado posible (por ejemplo 168181 es el máxima opción empezando con 16, entonces probe hasta $410^2 = 168100$ porque ya no va a haber más opciones después) entoncer así probé todos los casos necesarios, y los únicos casos favorables fueron 161664 y 646416.

(5)

$x = \in$

$$\left.\begin{array}{l} 2019 \mid x+1 \\ 2018 \mid x+2 \\ 2017 \mid x+3 \\ \dots \\ 3 \mid x+2017 \\ 2 \mid x+2018 \end{array}\right\}$$

1/2 son verdaderas
(2018 afirmaciones)
(1009 son correctas)

$n \mid x + 2020 - n$

• Si solo las pares fueran correctas

$2018 \mid x+2$
$2016 \mid x+4$
$2014 \mid x+6$
$\dots$
$6 \mid x+2014$
$4 \mid x+2016$
$2 \mid x+2018$

$\Downarrow$

$2 \mid x$
$4 \mid x$
8 no divide a x

$x = 2 : 3$
$10 \mid x$
$3 : 7$
$4 : N$
$5 : 13$
$3 : 17$
$9 : 19$

...

media hora

$7 \mid x + 2013$
$8 \mid x + 2012$
$10 \mid x + 2010$
$12 \mid x + 2008$
$\boxed{14 \mid x + 2006}$
$16 \mid x + 2004$
$18 \mid x + 2002$
$20 \mid x + 2000$
$22 \mid x + 1998$
$24 \mid x + 1996$
$26 \mid x + 1994$
$28 \mid x + 1992$
$30 \mid x + 1990$
$34 \mid x + 1986$

• Si solo los impares fueran correctas

$3 \mid x + 2017$ $\quad x = 2 : 3$
$5 \mid x + 2015$ $\quad x = 0 : 5$
$7 \mid x + 2013$ $\quad x = 3 : 7$

$1010 \mid x + 1010$ $\quad \dots$

$2017 \mid x + 3$ $\quad x = 2014 : 2017$

$n \not\equiv$

(5)

x entero

$n \mid x + 2020 - n$

$n = 2019$
...
$n = 2$

exactamente la mitad son correctos

Si existirá el número x si todas las afirmaciones con n siendo impar porque que se tendría que buscar un número que cumpliera que al sumarse con $2020-n$, éste se convierta en un multiplo de n significando que los residuos de $2020-n$ y x juntos sumen n y con cada primo y x forzosamente tendría que ser par para que al sumarse con un impar de otro impar, y n nunca debería ser par para poder eliminar exactamente la mitad de los casos de n siendo par. Entonces se buscaría x que cumpliera que el residuo de $x/n + 2020-n/n$ de n para n siendo impar hasta 2017 y entonces exactamente la mitad de los casos se cumplirían.