№1.

$100 \cdot 2 = 200$ (г) – кусочек у второй вороны

Пусть a г съела лисица у 1-й вороны, тогда $3a$ – у второй.

Составим и решим уравнение:

$100 - a = 2(200 - 3a)$

$100 - a = 400 - 6a$

$100 + 5a = 400$

$5a = 300$

$a = 60$

$a + 3a = 4a$ – съела лисица

$60 \cdot 4 = 240$ (г) – досталось лисице

Ответ: 240 г

№4.

16, 25, 36, 49, 64, 81 – двузначные числа, являющиеся квадратами.

Пусть a^2, b^2, c^2 – числа, выписанные учениками.

$\overline{a^2 b^2 c^2} = d^2$

если $a^2 = 16$, то $400 \leq d \leq 412$

если $a^2 = 25$, то $500 \leq d \leq 509$

если $a^2 = 36$, то $600 \leq d \leq 608$

если $a^2 = 49$, то $700 \leq \cancel{70} d \leq 707$

если $a^2 = 64$, то $800 \leq d \leq 806$

если $a^2 = 81$, то $900 \leq d \leq 905$

т.к. в ином случае при возведении d в квадрат a будет принимать другое значени, Противоречие.

Разберем случаи, когда $a = \{16; 25; 36; 49; 64; \cancel{81}\}$. Во всех из них в разряде десятков у d стоит 0. Это значит, что d не может заканчиваться на 00, 01, 02, 03, т.к. тогда в d^2 будет 0, чего быть не может. Это так же значает, что b^2 получается сложением двух чисел одинаковых: произведение первой и последней цифры у d. Значит, b^2 четное.

$$\cancel{\begin{array}{r} \times\; x0y \\ x0y \\ \hline \ldots\;\ldots\; y^2 \\ \ldots\;\ldots \\ \hline a^2\; b^2\; c^2 \end{array}} \qquad \begin{array}{r} \times\; m0n \\ m0n \\ \hline + \quad mn\; n^2 \\ m^2\; mn \quad \\ \hline a^2\; b^2\; c^2 \end{array}$$

Следовательно, $b^2 = \{16; 36; 64\}$

Разложим 16, 36, 64 на множители:

$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

$64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

m и n больше 3 (m – первая цифра у d), (n – последняя цифра у d), доказано.

Т.к. b^2 получается сложением двух одинаковых чисел, то $mn = b^2 : 2$.

Значит, $mn = \{8; 18; 32\}$

8 и 18 нельзя представить в виде произведения двух (цифр) множителей, каждый из которых больше 3. Значит, $b^2 = 64$, $mn = 32$.

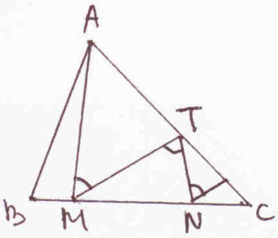
32 можно представить в виде произведения двух цифр только одним способом $4 \cdot 8 = 32$.

Следовательно, либо $m = 4$ и $n = 8$ ($d = 408$), либо $m = 8$, $n = 4$ ($d = 804$)

Оба варианта подходят. $408^2 = 166464$. $804^2 = 646416$

Ответ: 166464, 646416.

№3.

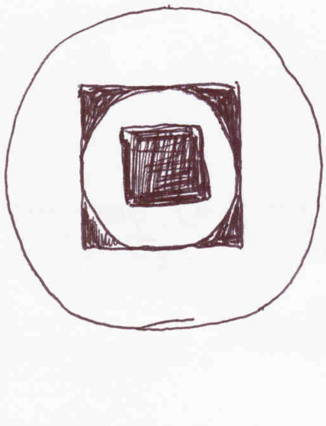


Дано:
$\angle B = 60°$
$\angle C = 45°$
$AC = 5м$

Док-ть:
Может ли путь мухи быть больше, чем 9,9 м

Доказательство:
По теореме о сумме углов треугольника, $\angle A + \angle B + \angle C = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A = 180 - 60 - 45 = 105°$.
Рассмотрим треугольники, одна сторона которых лежит на AC. Напротив большего угла лежит большая сторона, напротив меньшего угла меньшая. Во всех полученных треугольниках напротив стороны, лежащей на AC лежит угол 60°. Следовательно, эта сторона либо средняя, либо равна трем другим. Так же по свойству сторон треугольника она меньше суммы двух других, ~~и~~
Муха может бесконечно летать, если первоначальный угол CAM был ~~раве~~ равен 60°. Тогда все рассматриваемые нами треугольники будут равносторонними. У каждого треугольника муха пролетает по двум сторонам, в сумме они в два раза больше той части AC, с которой состоят в одном треугольнике. Но муха никогда не попадет в точку C, т.к. муха не летает по стенам комнаты, а разворачивается только на AC или на BC. Следовательно, муха никогда не пролетит $5 \cdot 2 = 10$ метров. Но она может пролететь 9,9 м
Ответ: может.

№2.
Ответ: нет, нельзя.
Можно ~~вырезать не~~ получить не больше 5 дырок.



Черным закрашены дырки.
Пример на 5 дырок

№5.

Пусть x – натуральное число. Тогда:

$x+y \vdots 2020-y$ – высказывание (утверждение)

Есть такое утверждение:

$x+1010 \vdots 1010 \Rightarrow$ если оно верно, то $x \vdots 1010$.

Если y четное, то x тоже четное.

Разобьем утверждение на пары:

$x+y \vdots 2020-y$ и $x+(2020-y) \vdots y$

Тогда не будет пары у первого утверждение ($x+1 \vdots 2019$) и у утверждение $x+1010 \vdots 1010$.

~~В каждой паре, где $y > 2020-y$~~

~~Если в какой-то паре, где $y > 2020-y$, утверждение~~

Всего утверждений 2018.