

№1.

Пусть у первой вороны лисица отняла x грамм сыра.

Тогда у второй вороны она отняла $3x$ грамм сыра.

Так же заметим, что у второй вороны было $2 \cdot 100 = 200$ грамм сыра, а у первой — 100 .

Тогда у первой вороны осталось $100 - x$ грамм сыра, а у второй — $200 - 3x$ грамм сыра. По условию у первой вороны осталось в 2 раза больше, тогда у второй — в 2 раза меньше. Тогда $100 - x = 2 \cdot (200 - 3x)$.

Составим и решим уравнение:

$$100 - x = 2 \cdot (200 - 3x)$$

$$100 - x = 400 - 6x$$

$$100 = 400 - 5x$$

$$100 + 5x = 400$$

$$5x = 300$$

$$x = 60$$

Тогда у первой вороны лисица отняла 60 грамм сыра. Тогда у второй — 180 грамм.

Тогда лисице досталось $60 + 180 = 240$ грамм сыра.

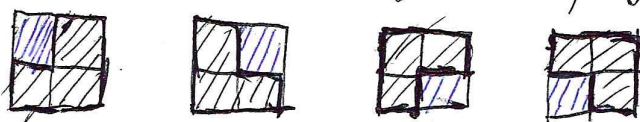
Ответ: 240 грамм сыра.

Допустим, что двух клеток не хватает. Разделим квадрат 4×4 на четыре квадрата 2×2 .

Пусть двух клеток хватит.

Тогда при двух закрашенных клетках нельзя разместить 4 уголка.

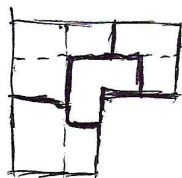
Поймём, что если в квадрате 2×2 закрашена одна клетка, то уголок разместить можно:



(Уголок заштрихован чёрным, закрашенная клетка — синим)

Тогда если две закрашенные клетки расположены в разных квадратах, то можно расположить в этих квадратах по одному уголку и в других двух по одному. Получим 4 уголка.

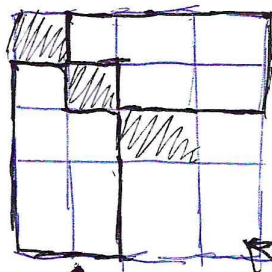
Если же две клетки расположены в одном квадрате, то можно разместить четыре уголка и не учитывая этот квадрат:



Тогда при двух закрашенных клетках можно разместить четыре уголка.

Тогда двух клеток не ~~хватит~~ хватит.

Докажем, что трёх клеток хватит:



здесь не более 1 уголка

один уголок
здесь

и здесь не более
одного уголка.

Тогда всего здесь не более трёх уголков,
а Вите нужно 4.

Тогда трёх клеток хватит, чтобы
помечать Вите.

Ответ: 3 клетки.

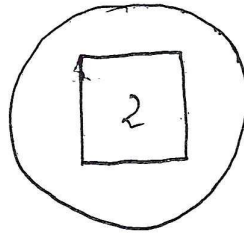
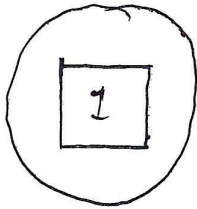
№ 3.

Возможны три варианта расположения колец:

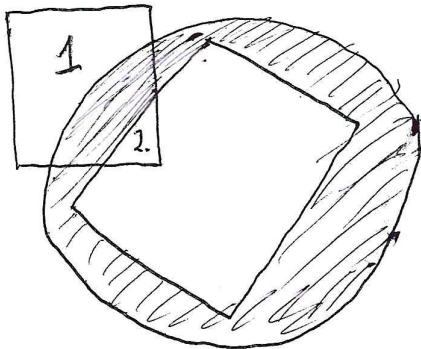
- 1) Кольца не касаются друг друга.
- 2) Кольца наложены одно на другое.
- 3) Один круг вписан в квадратный вырез другого.

Рассмотрим все три случая:

- 1) В этом случае всего две дырки:



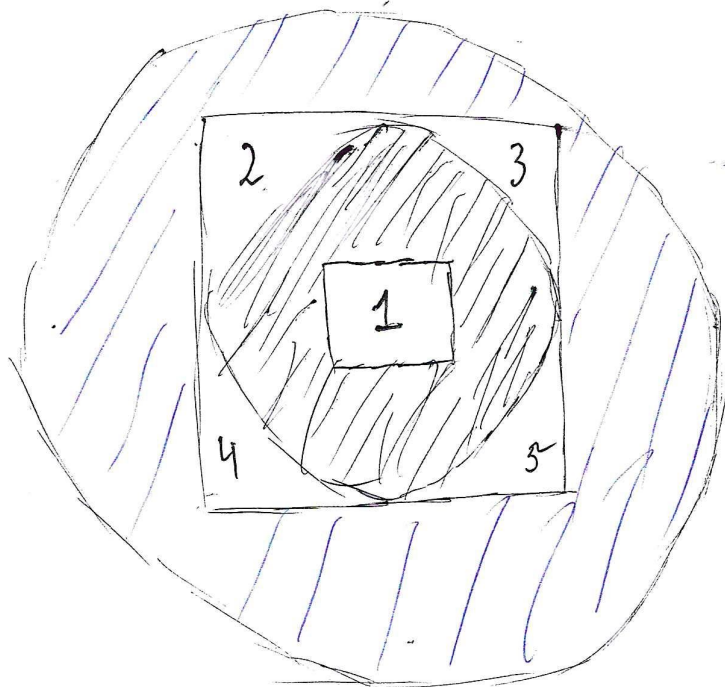
- 2) В этом случае квадратный вырез в первом круге может образовывать не более трёх дырок (в том случае, если он делит на две части часть второго круга):



Если один круг даёт две или меньше дырок, то два круга дадут не более четырёх дырок.

3) В этом случае всего один вариант:

(одно ~~затрагивает~~ ^{кольцо} на рисунке заштриховано черным, другое — синим)



И в этом случае мы не получим больше 5 дырок.

Так как мы рассмотрели все случаи, то больше пяти дырок получить невозможно.

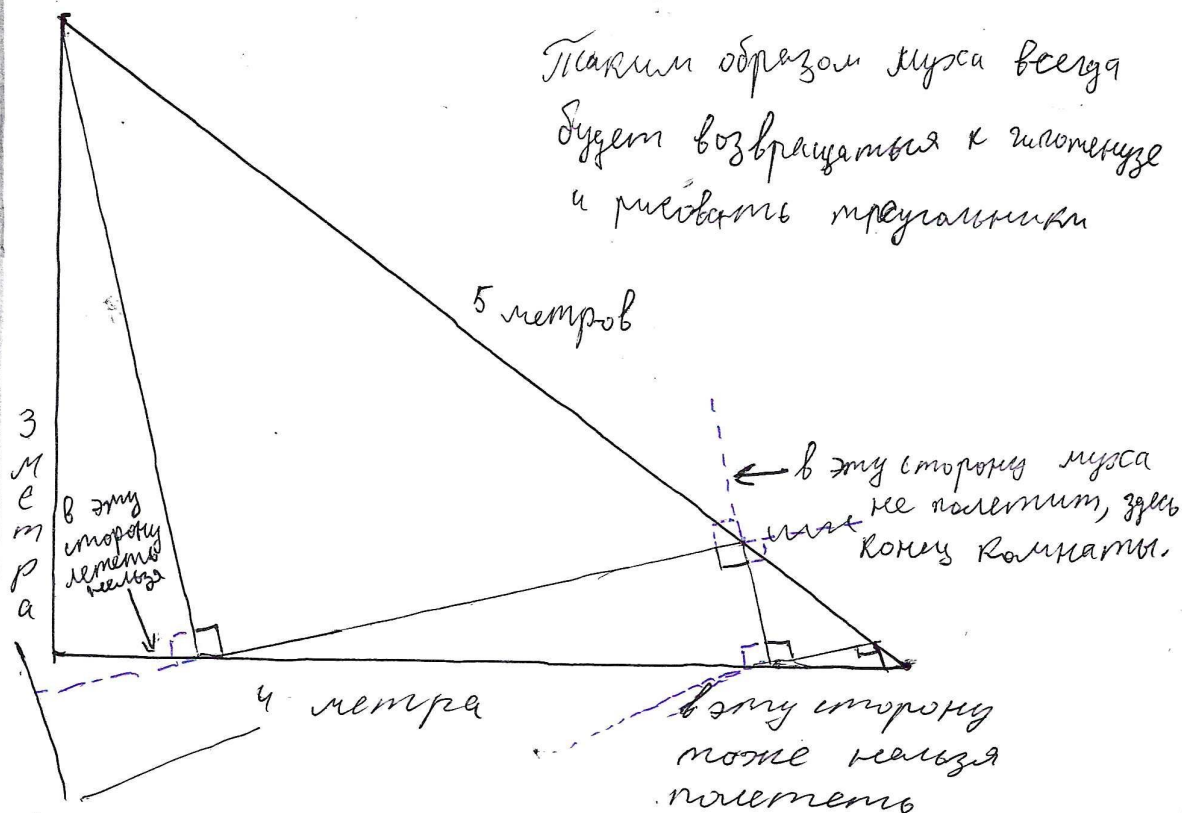
Ответ: нет, нельзя.

ИИ

Так как муха вылетает из остроугольного угла, то её путь будет выглядеть, как пять треугольников, гипотенуза которых является частью гипотенузы исходного треугольника.

Треугольников пять, так как гипотенуза уже нарисована, значит, остались два катета, а муха касается стены 10 раз, то есть делает 10 отрезков. На каждый треугольник по два отрезка (катета), значит, треугольников $10 : 2 = 5$.

Покажем это:



Эти стороны можно найти по теореме Пифагора

Таким образом можно найти сумму гипотенуз
треугольников, которые "рисует" муха. Это сумма
гипотенуз большого треугольника, то есть 5
метров.

Тогда сумма квадратов этих пяти гипотенуз
явно меньше, чем $5^2 = 25$ м. (так как сумма квадратов
чисел меньше квадрата их суммы)
Сумма квадратов отрезков, из которых состоит
пусть муха, равна квадрату тех самых пяти
гипотенуз.

Тогда десять отрезков, из которых состоит пусть
муха, имеют сумму квадратов ≤ 25 м.

Достаточно очевидно, что при этом они
не могут иметь сумму 40 или больше метров
и быть меньше 4 (сторона исходного треугольника)
метров каждое.

Ответ: нет, не может.

№5.

Да, существует.

Например, подходит число 100:

$x + 1 : 19$	$101 \div 19$ - неверно
$x + 2 : 18$	$102 \div 18$ - неверно
$x + 3 : 17$	$103 \div 17$ - неверно
$x + 4 : 16$	$104 \div 16$ - неверно
$x + 5 : 15$	$105 : 15$ - верно
$x + 6 : 14$	$106 \div 14$ - неверно
$x + 7 : 13$	$107 \div 13$ - неверно
$x + 8 : 12$	$108 : 12$ - верно
$x + 9 : 11$	$109 \div 11$ - неверно
$x + 10 : 10$	$110 : 10$ - верно
$x + 11 : 9$	$111 \div 9$ - неверно
$x + 12 : 8$	$112 : 8$ - верно
$x + 13 : 7$	$113 \div 7$ - неверно
$x + 14 : 6$	$114 : 6$ - верно
$x + 15 : 5$	$115 : 5$ - верно
$x + 16 : 4$	$116 : 4$ - верно
$x + 17 : 3$	$117 : 3$ - верно
$x + 18 : 2$	$118 : 2$ - верно

В таблице среди 18 утверждений ровно 9 верных. Это ровно половина, условие выполняется.

Ответ: да, существует.