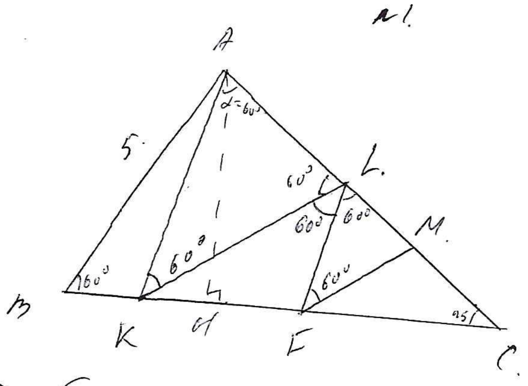
№1.



Предположим, что муха вылетела под углом 60° к AC ($\alpha = 60°$)

(~~т.к. муха летела в произвольном направл.~~)

~~Т-м~~ Рассмотрим $\triangle AKL$; $\angle AKL = \angle KAL = 60°$

$\Rightarrow \angle KLA = 180° - 60° - 60° = 60°$. $\Rightarrow \triangle AKL$ – равносторонний.

$\angle MLF = 180° - 60° - 60° = 60° \Rightarrow AK \parallel LF$;

$\angle LFM = 60°$ (по усл.)

Т.к. $LF \parallel AK$ и $\angle AKL = \angle LFM$ $\Big| \Rightarrow KL \parallel FM$.

AL лежит на AC. LM – лежит на AC $\Big| \Rightarrow AL \parallel LM$.

Р-м $\triangle LMF$; $\angle FML = 180° - 60° - 60° = 60°$

$\Rightarrow LFM$ – равносторонний. Заметим, что муха летит по сторонам равностороннего треугольника, так в треугольнике AKL она пролетает расстояние $AK + KL = 2AL$, а в треугольнике LFM $LF + FM = 2LM$, то есть всего она пролетит до точки C расстояние $2AC$. Найдём AC.

Рассмотрим ABC, проведём высоту из вершины A.

Рассмотрим ABH, $\angle BHA = 90°$

$\angle HAB = 90° - 60° = 30°$ $\Big| \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2}$.

по теореме Пифагора: $AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{5^2 - (\frac{5}{2})^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Рассмотрим AHC, $\angle AHC = 90°$, $\angle HCA = 45°$ $\Big| \Rightarrow \angle HAC = 45° \Rightarrow AH = HC$ т.к. AHC – равнобедренный. По теореме Пифагора $HC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$ Расстояние, которое пролетит муха $5\sqrt{6}$, что больше 12 ($5\sqrt{6} \approx 12{,}24\ldots$) $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Ответ: может.}}$

Мест!

№2.

Заметим, что $\overline{X_k}$ - среднее арифметическое от X_1 до X_k.

Рассмотрим $\overline{X_2} = \frac{1}{2}(X_1+X_2)$. Предположим, что $X_2 < X_1$, тогда $\overline{X_2} = \frac{1}{2}(X_1+X_2) > X_2$. (Так как вначале было лишь X_2, его среднее арифметическое X_2, к нему добавили $X_1 > X_2$, значит среднее арифметическое увеличилось, т.е $\overline{X_2} > X_2$ - противоречие условию $\Rightarrow X_2 > X_1$, тогда вначале было число X_2 и его среднее арифметическое X_2, ~~после того, как~~ если к X_2 добавим X_1, то ~~а~~ которое меньше чем X_2, тогда среднее арифметическое уменьшится, а значит $\overline{X_2} < X_2$ - условие выполнилось!

Рассмотрим $\overline{X_3} = \frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$. ~~Т.К.~~ Предположим $X_3 < \overline{X_2}$, тогда $\overline{X_3} > X_3$ - противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow X_3 > \overline{X_2} \Rightarrow \overline{X_3} < X_3$.

Рассмотрим $\overline{X_4} = \frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$ Предположим $X_4 < \overline{X_3}$, то $\overline{X_4} > X_4$ - противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow X_4 > \overline{X_3} \Rightarrow \overline{X_4} < X_4$.

Рассмотрим $\overline{X_5} = \frac{1}{5}(X_1+X_2+X_3+X_4+X_5)$ Предположим $X_5 < \overline{X_4}$, то $\overline{X_5} > X_5$ - противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow X_5 > \overline{X_4} \Rightarrow \overline{X_5} < X_5$.

Рассмотрим ~~$\overline{X_6} > X_2$~~ $\overline{X_6} = \frac{1}{6}(X_1+X_2...+X_6)$ Предположим $X_6 < \overline{X_5}$, то $\overline{X_6} > X_6$ - противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow X_6 > \overline{X_5} \Rightarrow \overline{X_6} < X_6$.

Рассмотрим $\overline{X_7} = \frac{1}{7}(X_1+X_2... X_7)$ Предположим $X_7 > \overline{X_6}$, то $\overline{X_7} < X_7$ - противоречие
$\Rightarrow X_7 < \overline{X_6}$, $\Rightarrow \overline{X_7} > X_7$. Но в тоже время, ~~как мы находим среднее арифметического из~~ так как среднее арифметическое уменьшилось, значит $\overline{X_7} < \overline{X_6}$

Рассмотрим $\overline{X_8} = \frac{1}{8}(X_1 ... + X_8)$ Предположим $X_8 > \overline{X_7}$, то $\overline{X_8} < X_8$ - противоречие
$\Rightarrow X_8 < \overline{X_7} \Rightarrow \overline{X_8} > X_8$, в тоже время среднее арифметическое уменьшилось $\Rightarrow \overline{X_8} < \overline{X_7}$

Рассмотрим $\overline{X}_9 = \frac{1}{9}(X_1 ... + X_9)$ Предположим $X_9 > \overline{X}_8$, то $\overline{X}_9 < X_9$ - противоречие

$\Rightarrow X_9 < \overline{X}_8 \Rightarrow \overline{X}_9 > X_9$, в тоже время среднее арифметическое уменьшилось $\Rightarrow \overline{X}_9 < \overline{X}_8$

Рассмотрим $\overline{X}_{10} = \frac{1}{10}(X_1 ... + X_{10})$ Предположим $\overline{X}_{10} > \overline{X}_9$, то $\overline{X}_{10} < X_{10}$ - противоречие

$\Rightarrow X_{10} < \overline{X}_9 \Rightarrow X_{10} > X_{10}$, в тоже время среднее арифметическое уменьшилось $\Rightarrow \overline{X}_{10} < \overline{X}_9$

Рассмотрим $\overline{X}_{11} = \frac{1}{11}(X_1 ... X_{11})$ Предположим $X_{11} > \overline{X}_{10}$, то $\overline{X}_{11} < X_{11}$ - противоречие

$\Rightarrow X_{11} < \overline{X}_{10} \Rightarrow \overline{X}_{11} > X_{11}$, в тоже время среднее арифметическое уменьшилось $\Rightarrow \overline{X}_{11} < \overline{X}_{10}$

Рассмотрим $\overline{X}_{12} = \frac{1}{12}(X_1 ... + X_{12})$ Предположим $X_{12} > \overline{X}_{11}$, то $\overline{X}_{12} < X_{12}$ - противоречие

$\Rightarrow X_{12} < \overline{X}_{11} \Rightarrow \overline{X}_{12} > X_{12}$, в тоже время среднее арифметич. уменьшилось $\Rightarrow \overline{X}_{12} < \overline{X}_{11}$

В итоге имеем $\overline{X}_1 < \overline{X}_2 < \overline{X}_3 < \overline{X}_4 < \overline{X}_5 < \overline{X}_6$.

$\cancel{X_6 ?}$ $\overline{X}_6 > \overline{X}_7 > \overline{X}_8 > \overline{X}_9 > \overline{X}_{10} > \overline{X}_{11} > \overline{X}_{12}$

$\Rightarrow$ Максимальным является $\overline{X}_6 \Rightarrow$

Ответ: в 6ом месяце (июнь)

№3.

Пусть один из детей подарил $n-1$ подарок, тогда другой $n-2$, третий $n-3$, и т.д. последний подарит $n-n=0$ подарков, ~~иначе т.е кол-во по~~ иначе двое ребят подарили одинаковое количество подарков, а это противоречит условию.

Всего подарков было $K = 0+1+2+3 ... + n-1$. - это сумма арифметической последовательности, значит можно применить формулу: $K = \frac{(n-1)+0}{2} \cdot n = \frac{n-1}{2} n$.

Это количество подарков надо раздeлить на n детей, то есть для выполнения условия, необходимо чтобы $\left(\frac{n-1}{2}\right) n$ - ~~цел~~ нацело ~~нас~~ делилось на n, это выполняется когда ~~тк~~ $\frac{n-1}{2}$ - целое, $\Rightarrow n$ - нечётное. ~~Ответ когда n - нечётно~~

лист 3

№5.

Например для $n=5$. $K = \frac{5-1}{2}\cdot 5 = 20$ подарков

20 подарков можно раздать на 5 детей по 4 подарка $\Rightarrow$ условие выполняется

Ответ: при n – нечётных.

№5.

$$\begin{cases} xy-2y=x+106 \\ yz+3y=z+39 \\ zx+3x=2z+438 \end{cases}; \qquad \begin{cases} x=\frac{2y+106}{y-1}; & (1) \text{ выражение} \\ x=\frac{2z+438}{z+3}; & (2) \text{ выражение:} \\ z=\frac{39-3y}{y-1}; & (3) \text{ выражение.} \end{cases}$$

приравняем (1) и (2)

$$\frac{2y+106}{y-1}=\frac{2z+438}{z+3};$$ Область допустимых значений: $y\neq 1$; $z\neq -3$.

$$\frac{(2y+106)(z+3)-(2z+438)(y-1)}{(y-1)(z+3)}=0$$

Рассмотрим когда числитель равен 0.

$2yz+6y+106z+318=2yz-2z+438y-438$.

$-48y+12z+84=0$

$z=4y-7$. – подставим в (3) выражение;

$$4y-7=\frac{39-3y}{y-1}; \qquad \frac{4y^2-4y-7y+7-39+3y}{y-1}=0$$

Область допустимых значений: $y\neq 1$.

Рассмотрим числитель:

~~$4y^2-$~~ $y^2-2y-8=0$

$D=6^2$

$y=\frac{2\pm 6}{2}$; $y_1=4$; $y_2=-2$. Подставим значение в первоначальные значения.

Для $y_1=4$.

$4x-8=x+106$

$x_1=+38$

$z\cdot(-34)=2\cdot z+432$

$z=9$.

Для $y_2=-2$

$-2z+3\cdot(-2)=z+39$

$z_2=-15$

$x_2=-34$

Ответы:

$x_1=38; y_1=4; z_1=9$

$x_2=-34; y_2=-2$; $z_2=-15$.

лист 4.