№2.

1) По условию $\overline{x_k} < x_k$, при k от 2 до 6; докажу, что из этого следует, что $\overline{x_k} > \overline{x_{k-1}}$.

$k \cdot \overline{x_k} = x_1 + x_2 + \ldots + x_k = (k-1)\overline{x_{k-1}} + x_k$, т.е. $\overline{x_k} \cdot k = (k-1)\overline{x_{k-1}} + x_k$.

Опять же по условию $\overline{x_k} < x_k$ при k от 2 до 6, прибавим к обеим частям этого неравенства $k \cdot \overline{x_k}$: $k\overline{x_k} + \overline{x_k} < x_k + k\overline{x_k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} + x_k + \overline{x_k} < x_k + k\overline{x_k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} + \overline{x_k} < k\overline{x_k} \Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} < (k-1)\overline{x_k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{x_{k-1}} < \overline{x_k}$, ч.т.д., т.е. $\overline{x_1} < \overline{x_2} < \overline{x_3} < \overline{x_4} < \overline{x_5} < \overline{x_6}$ (1)

2) По условию $\overline{x_k} > x_k$, при k от 7 до 12; докажу, что из этого следует, что $\overline{x_k} < \overline{x_{k-1}}$.

По вышедоказанному $\overline{x_k} \cdot k = (k-1)\overline{x_{k-1}} + x_k$.

Опять же по условию $\overline{x_k} > x_k$ при k от 7 до 12, прибавим к обеим частям этого неравенства $k \cdot \overline{x_k}$: $k\overline{x_k} + \overline{x_k} > x_k + k\overline{x_k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} + x_k + \overline{x_k} > x_k + k\overline{x_k} \Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} + \overline{x_k} > k\overline{x_k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (k-1)\overline{x_{k-1}} > (k-1)\overline{x_k} \Leftrightarrow \overline{x_{k-1}} > \overline{x_k}$, ч.т.д., т.е.

$\overline{x_6} > \overline{x_7} > \overline{x_8} > \overline{x_9} > \overline{x_{10}} > \overline{x_{11}} > \overline{x_{12}}$ (2)

3) Из (1) и (2) следует, что $\overline{x_6}$ — наибольшее среди $\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_{12}}$, значит в июне среднее производство товара было наибольшим.

Ответ: в июне.

№5.

$$\begin{cases} xy-2y=x+106 \\ yz+3y=z+39 \\ zx+3x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ yz+3y=z+39 \\ zx+3x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ y(z+3)=z+39 \\ (z+3)x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ \dfrac{(z+3)(x+106)}{x-2}=z+39 \\ (z+3)x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ zx+3x+106z+318=zx+39x-2z-78 \\ (z+3)x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ \left(\dfrac{x-11}{3}+3\right)x=\dfrac{2(x-11)}{3}+438 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ x^2-4x-1292=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

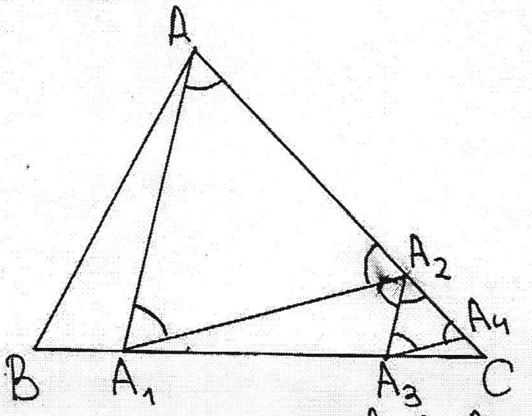
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ (x-38)(x+34) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=4 \\ z=9 \\ x=38 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-2 \\ z=-15 \\ x=-34 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(-34; -2; -15)$, $(38; 4; 9)$.

№1.

Ответ: может.

Решение.



Пусть муха вылетела под углом 60° к AC, т.е. $\angle A_1AA_2 = 60^\circ$ (см. рисунок), тогда $\triangle AA_1A_2$ — равносторонний (т.к. $\angle AA_1A_2 = 60^\circ$ по условию), т.е. $AA_1 + A_1A_2 = 2AA_2$.

Аналогично $\triangle A_2A_3A_4$ — равносторонний ($\angle A_3A_2A_4 = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ и $\angle A_2A_3A_4 = 60^\circ$ по условию), т.е. $A_2A_3 + A_3A_4 = 2A_2A_4$. Муха будет лететь так дальше, образовывая равносторонние треугольники. Т.о. расстояние, которое пролетит муха, будет в 2 раза больше стороны AC.

По теореме синусов в $\triangle ABC$: $AC = \frac{AB \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ}$;

$AC = \sqrt{\frac{75}{2}}$, тогда муха пролетит расстояние равное $\sqrt{150}$, что больше 12.

№3.

По условию всего N детей и каждый подарил разное кол-во подарков, значит каждый мог подарить только либо 0 подарков, либо 1, либо 2, ..., либо $(N-1)$ подарков. Отсюда всего было подарено $0+1+2+3+\ldots+(N-1) = \frac{N(N-1)}{2}$ подарков. Также в условии сказано, что получили все равное число подарков, значит каждый получил $\frac{N-1}{2}$ подарков.

Т.к. число подарков целое, то $(N-1)$ - чётное, т.е. N - нечётное.

Приведу пример того, как это могло получиться.

~~1) N-1 подарил подарки всем,~~ а Тот, кто дарит $N-1$ подарок, подарил всем, а тот, кто один, подарил тому, кто дарил $N-1$ подарок. Тот, кто дарит $N-2$ подарка, подарил всем, кроме кого-то одного, и обязательно подарил тому, кто дарит 2 подарка, этот же дарит тому, кому не подарил тот, который дарит $N-2$ подарка, и самому ребёнку, подарившему $N-2$ подарка. И так далее.

Т.о. у всех будет $\frac{N-1}{2}$ подарка, т.к. таких пар $\frac{N-1}{2}$ и от каждой пары все получат по одному подарку.

Ответ: это возможно при всех нечётных $N>1$.