№5 Ответ: $(38;4;9), (-34;-2;-15)$

$$\begin{cases} xy-2y=x+106 \\ yz+3y=x+39 \\ zx+3x=2x+438 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ yz+3y=z+39 \\ xz+3x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ (z+3)\left(\dfrac{x+106}{x-2}\right)=z+39 \ (*) \\ (z+3)x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ (z+3)x=2z+438 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ \left(\dfrac{x-11}{3}+3\right)x=2\cdot\left(\dfrac{x-11}{3}\right)+438 \ (**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x+106}{x-2} \\ z=\dfrac{x-11}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=38 \\ x=-34 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=38 \\ y=4 \\ z=9 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-34 \\ y=-2 \\ z=-15 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{(z+3)(x+106)}{x-2}-z=39 \Leftrightarrow 108z+3x+318=39(x-2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 108z=36x-396 \Leftrightarrow z=\frac{36x-396}{108} \Leftrightarrow z=\frac{x-11}{3}$$

$$(**) \Leftrightarrow \frac{x^2-11x}{3}+3x-\frac{2x+1292}{3}=0 \Leftrightarrow x^2-4x-1292=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2=1296 \Leftrightarrow |x-2|=36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-34 \\ x=38 \end{array}\right.$$

№2

$\overline{x_n} = \frac{x_1+\ldots+x_n}{n}$; $\overline{x_n}\cdot n = x_1+\ldots+x_n$

$\overline{x_n} > \overline{x_{n-1}}$, если n от 2 до 6, т.к. $\overline{x_n}\cdot n = x_1+\ldots+x_n =$

$= x_1+\ldots+x_{n-1}+x_n = \overline{x_{n-1}}\cdot(n-1)+x_n$, т.е. $\overline{x_n}\cdot n = \overline{x_{n-1}}\cdot(n-1)+x_n$, а

по условию

$\overline{x_n}\cdot n + x_n > \overline{x_{n-1}}\,(n-1) + x_n + \overline{x_n}$ ($\overline{x_k} < x_k$ при k от 2 до 6)

$\overline{x_{n-1}}\,(n-1) < \overline{x_n}\,(n-1) \Leftrightarrow \overline{x_n} > \overline{x_{n-1}}$ ($n-1 \in \mathbb{N}$)

т.е. $\overline{x_1} < \overline{x_2} < \overline{x_3} < \overline{x_4} < \overline{x_5} < \overline{x_6}$;

докажем что $\overline{x_6} > \overline{x_7} > \overline{x_8} > \overline{x_9} > \overline{x_{10}} > \overline{x_{11}} > \overline{x_{12}}$

$\overline{x_n} < \overline{x_{n-1}}$, если n от 7 до 12, т.к. $\overline{x_n}\cdot n =$

$= \overline{x_{n-1}}\,(n-1) + \overline{x_n}$, а $\overline{x_n}\cdot n + x_n < \overline{x_{n-1}}\,(n-1) + x_n + \overline{x_n}$

(т.к. $\overline{x_k} > x_k$ при k от 7 до 12), $\overline{x_n} < \overline{x_{n-1}}$, т.е.

$\overline{x_6} > \overline{x_5} > \ldots > \overline{x_1}$ и $\overline{x_6} > \overline{x_7} > \ldots > \overline{x_{12}}$, т.е.

в 6 месяце среднее производство товара было наибольшим

Ответ: 6 месяц, июнь.

2 стр

3.

Т.к. все N детей дарили разное число подарков, меньшее N и один другому не мог подарить больше 1 подарка, то кто-то обязательно дарил 0 подарков, кто-то дарил 1 подарок, кто-то дарил 2 подарка, ..., кто-то дарил $N-1$ подарок, т.е. всего было подарено $\frac{N(N-1)}{2}$ подарков, изв., что ~~каждый~~ все получили поровну подарков, т.е. $\frac{N(N-1)}{2N} = \frac{N-1}{2}$, т.е. $N \not\vdots\, 2$

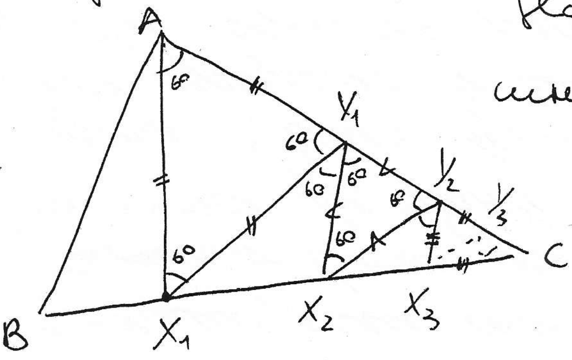
~~т.к. что~~ Докажу, что возможно при любом нечётном N. Алгоритм дарения подарков: ~~Пусть~~ тот, кто дарит $N-1$ подарков дарит всем, а тот, кто дарит 1 подарок дарит тому, ~~кроме~~ который дарил $N-1$ подарков; тот, кто дарил $N-n$ подарков дарит $N-n-1$ детям и тому, кто дарит n подарков, а тот кто дарит n подарков дарит тому, кто дарит $N-n$ подарков и оставшимся $n-1$ детям, т.е. разбиваем всех детей на пары (оставляя одного того, кто не дарил вообще) и каждая пара дарит каждому ровно по одному подарку.

Ответ: при нечётных N.

№1

Ответ: может.

Решение



Найду AC по теореме синусов

$$\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C} \Leftrightarrow \frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$AC=\sqrt{\frac{75}{2}};\ \sqrt{\frac{75}{2}}=\sqrt{37{,}5}>6$$

Пусть муха ~~летит~~ полетит так, что $\angle CAX=60°$. Тогда путь мухи вместе с отрезками стороны AC будет образовывать также равносторонние треугольники AX_1Y_1, $X_1X_2Y_2$, $Y_2X_3Y_3$ ~~и т.д.~~, … $Y_{n-1}X_nY_n$, $Y_nX_{n+1}X_{n+1}$, где X_i и Y_i точке отмеченные на сторонах BC и AC соответственно, ~~т.е.~~ ет. значит ~~Путь мухи будет~~ станет в 2 раза ~~больше AC в какой-то момент, т.к. AC больше 6.~~ (а в какой-то момент ~~путь мухи~~ т.е. 6

Путь мухи в какой-то момент станет больше $2\cdot\sqrt{37}$, т.к. $AC>\sqrt{37}$, т.е. в какой-то момент путь станет больше 12.

4 стр. №4 Возможны 3 случая расположения точек:

точки образуют 5-угольник выпуклый,

2) 4 точки обр. выпуклый четырехугольник и одна точка внутри четырехугольника,

3) 3 точки образуют треугольник а две другие лежат в этом Δ. В последних двух пунктах в треугольнике из наших точек находится еще одна наша точка, поэтому понятно, что площадь будет больше $3X$.